

УДК 530.12:531.51

ЧЁРНЫЕ ДЫРЫ В ТЕОРИИ ЭЙНШТЕЙНА–КАРТАНА.

I. ГОРИЗОНТЫ ЧЁРНЫХ ДЫР

Р. Ф. Полищук

Показано, что рамках теории Эйнштейна–Картана, связывающей спин материальных источников с кручением пространства-времени, описание дираковской частицы требует отказа от концепции точечной сингулярности для фермионной материи. Для этой материи дана оценка минимальной массы чёрной дыры порядка 10^{19} грамм, совпадающая с известной в литературе.

Ключевые слова: Эйнштейн, Картан, Шама, гравитация, кручение.

Общая теория относительности Эйнштейна (ОТО), связывающая гравитацию с кривизной пространства-времени как с неголономностью (некоммутативностью) параллельного переноса векторов (вдоль 2-направлений) сегодня уступает место теории Эйнштейна–Картана (ЭК), связывающей гравитацию также с кручением как с неголономностью переноса точки приложения вектора (словно теперь можно двигаться в 2-направлениях только по винтовым лестницам, сдвигающих нас в дополнительном измерении – по крайней мере там, где есть связанная с риччиевой кривизной материя, имеющая массу и спин).

Эйнштейн, по сути, эксплицировал имплицитное содержание электродинамики Максвелла с её скоростью света (у фотонов) как с фундаментальной константой. Но фотоны переносят взаимодействие электрических зарядов, носители которых подчиняются уравнению Дирака для электрона как частицы с массой и полуцелым спином. ОТО геометризует взаимодействие масс, теория ЭК – также взаимодействие спинов.

При этом, строго говоря, масса и спин не имеют физического смысла по отдельности – он есть только у комбинации массы и спина, если угодно – у своего рода комплексной массы, действительная и мнимая части которой преобразуются вместе, – подобно тому, как пространство и время преобразуются при лоренцевых преобразованиях. Время – это как бы дополнительное мнимое пространственное измерение, придающее пространству-времени свойства пространства кватернионов, каждый из которых эквивалентен паре

АКЦ (Астрокосмический центр) ФИАН, e-mail: rpol@asc.rssi.ru

комплексных чисел, а пара комплексных чисел эквивалентна паре чисел действительных с определённым законом их умножения, в котором мнимая единица понимается как оператор поворота вектора на прямой угол в комплексной плоскости. В каком-то смысле мир Минковского является своего рода комплексификацией мира Галилея–Ньютона с его (сохраняющей по отдельности пространство и время) 10-параметрической группой Галилея, а теория ЭК с её 10-параметрической группой Пуанкаре является своего рода комплексификацией искривлённого мира Минковского.

Механизм Хиггса обретения массы покоя у безмассовых частиц (через их “световое дрожание” в “зиг-заг” представлении) говорит о первичности именно безмассовых частиц (вспомним, что в квантовой механике собственным значением оператора скорости является именно и только плюс-минус скорость света). Но световая частица, как правило, имеет спин. Её масса движения (в естественных единицах – частота) является скалярным произведением её 4-импульса нулевой длины на единичную 4-скорость досветового наблюдателя. Эти эвристические соображения переносят акцент с массы покоя частицы на массу “светового движения” и спин, который теория ЭК связывает с кручением пространства-времени (заметим, что античная математика началась с натуральных чисел и их отношений, но единица как начало ряда натуральных чисел допускает обобщение как четвёртая степень мнимой единицы на комплексной плоскости). В каком-то смысле кручение первичнее кривизны.

ОТО допускает такие не вполне физические идеализации, как материальные точки с 4-импульсом и с внутренним моментом вращения (спином), распределение плотности которых в пространстве описывается дельта-функциями (при сохранении массы и внутреннего углового момента среды её стягивание в точку влечёт бесконечную плотность и бесконечную угловую скорость вращения). Но если спин подобен моменту импульса частицы, то для материальной точки даже с массой электрона он должен быть равен нулю (непонятно, чем вращающаяся материальная *точка* должна физически отличаться от точки невращающейся). Уравнения Папапетру (1951) описывают взаимодействие спина с кривизной, отклоняющее траекторию даже точечной частицы от геодезической. В ОТО вращение источников вносит свой вклад в кривизну (например, чёрная дыра Шварцшильда отличается от чёрной дыры Керра). Но отличие траекторий материальных точек от геодезических нарушает принцип эквивалентности Галилея–Эйнштейна, согласно которому все тела падают в пустоте одинаково. Строго говоря, принцип экстремума действия требует здесь такого обобщения связности, чтобы он предписывал материальным точкам с различным спином различные траектории-экстремали. Но это

обобщение должно допускать преобразования, перемешивающие массу и спин. Кроме того, квантовая механика ограничивает применимость ОТО планковскими масштабами, что делает понятия материальной точки и пространственно-временного континуума приближёнными.

Классическая теория Эйнштейна–Картана (ЭК) позволяет связать спин с кручением пространства-времени. Но если мы фиксируем начальную поверхность Коши и стягиваем в точку малый 3-объём спинирующей среды, то рождаемый кручением (которое рождено именно спином источника) зазор при обходе малого объёма тоже стягивается и тем самым элиминирует само кручение. Но *дираковские частицы со спином существуют*, и решение для них должно существовать в теории ЭК. Это означает, что, в отличие от ОТО, здесь должно существовать решение без δ -образного распределения плотности спина. Такое решение действительно существует. Поскольку вращение имеет отталкивательный потенциал, существует для частицы со спином *радиус Картана* предельного сжатия частицы, на котором рождаемая массой кривизна и рождаемое спином кручение уравниваются друг друга. Это заставляет пересмотреть концепцию шварцшильдовой чёрной дыры (для спинорной материи), содержащей полюс (центральную сингулярность) инвариантов римановой кривизны.

В данной работе высказываются общие соображения о границах чёрных дыр (горизонтах событий), о необходимом обобщении связности, приводятся выкладки для оценки массы минимальной чёрной дыры, образуемой сжатием спинорной материи в теории Эйнштейна–Картана.

Что такое гравитация

Гравитация есть *форма связности* (то есть *калибровочное поле*) пространственно-временного многообразия. Форма связности – неоднородно преобразующийся при изменении системы отсчёта (*тетрады* как *дополнительной структуры* на пространстве-времени, задающей *выбор вакуума* и *гравитационную энергию*) инвариантный *геометрический объект*, определяющий *параллельное перенесение* других геометрических объектов, принимающих значения, вообще говоря, в *алгебре Ли* и в *тензорном расслоении* пространства-времени. В теории Эйнштейна–Картана – связность *метрическая* (сохраняет при параллельном перенесении метрику, длины всех векторов и углы между ними), но не *симметрическая* (для пары различных векторов бесконечно малое параллельное перенесение первого вектора вдоль второго и второго вдоль первого рождает, вообще говоря, бесконечно малый пятиугольник, а не параллелограмм).

Чёрная дыра, *грубо говоря*, есть область пространства-времени, возникающая в результате гравитационного сжатия (коллапса) вещества, когда гравитационное притяжение становится настолько сильным, что наружу не может выходить даже свет (Роджер Пенроуз, *Путь к реальности*, М.-Ижевск, 2007, с. 594).

Почему “грубо говоря”?

1. Чёрная дыра Шварцшильда – асимптотически плоская в окрестности пространственной бесконечности, а актуальной бесконечности в природе не существует (Давид Гильберт, *Познание природы и логика* (1930)). Кроме того, *лямбда-член* в нашей Метагалактике *положителен*.

2. Чёрная дыра окружена *горизонтом событий* – это две пересекающиеся *световые гиперповерхности*, по разные стороны которой *скорость изменения расстояния* между наблюдателями (и членами каждой родившейся пары разделённых горизонтом виртуальных частиц) *превосходит скорость света*: 4-импульс виртуальных частиц *пространственноподобен у разных* частиц, и для разделённых горизонтом наблюдателей превращаются в *реальные разные* частицы как один из двух членов каждой пары.

Согласно *принципу эквивалентности* Эйнштейна (*гравитация и инерция локально эквивалентны*), если задать бесконечное ускорение наблюдателя и связанный с ним горизонт событий в плоском мире (пример: *мир Риндлера*), то поле ускорений можно отождествить с гравитацией *неускоренного* мира (локально горизонты Шварцшильда и Риндлера подобны, хотя *сигнатура градиента кривизны* в первом случае при пересечении горизонта событий *меняется*, а во втором случае – кривизна *вне горизонтов* тривиальна, но тоже *меняется сигнатура системы отсчёта*).

Мир Риндлера можно получить, перейдя в псевдоевклидовой плоскости геодезически полного мира Минковского от галилеевой системы отсчёта к полярной, которой он разбивается на четыре клина Риндлера с различными плоскими метриками, задающими различные 4-расстояния между парами мировых точек с одинаковыми координатно-номерами (гиперплоскости горизонта и на бесконечности по времени или пространству *меняются местами*):

$$ds^2 = e^{2ax}(-dt^2 + dx^2) + dy^2 + dz^2,$$

$$ds^2 = e^{-2ax}(-dt^2 + dx^2) + dy^2 + dz^2,$$

$$ds^2 = e^{2ax}(dt^2 - dx^2) + dy^2 + dz^2,$$

$$ds^2 = e^{-2ax}(dt^2 - dx^2) + dy^2 + dz^2.$$

Здесь геодезическая неполнота клинов замаскирована: все координаты принимают все действительные значения (то же имеем в метрике де-Ситтера в полугеодезических (синхронных) координатах и в метриках некоторых кротовых нор). Физически мир Риндлера можно получить, с бесконечной скоростью растягивая из точки резинку в начальный момент времени, отвечающий её стягиванию в точку с бесконечной скоростью в прошлом. Для различных точек резинки выполняется “закон Хаббла”, а средняя точка неподвижна. При этом меняется сигнатура пространства-времени для различных сопутствующих резинке наблюдателей (они считают тахионами различные частицы, и расстояния между ними увеличиваются со сверхсветовой скоростью). Согласно принципу эквивалентности, бесконечно растущее ускорение наблюдателей правого и левого клинов вблизи горизонтов (для клинов прошлого и будущего оно всюду равно нулю) можно считать бесконечно растущей гравитацией неускоренных наблюдателей с плотностью гравитационной энергии, пропорциональной минус квадрату ускорения свободного падения, – этой энергии при нулевом импульсе в правом и левом клинах и соответствующим импульсам при нулевой энергии в клинах прошлого и будущего, и можно приписать наблюдаемое отличие миров Минковского и Риндлера.

Горизонты событий мира Риндлера отвечают бесконечному значению координаты x , для правого и левого клинов это координата пространства, для клинов прошлого и будущего – времени. При этом на горизонтах 4-метрика вырождается в 2-метрику, как при $r = 0$ для чёрной дыры Шварцшильда. Это означает, что источник превращения мира Минковского в мир Риндлера “спрятан” на бесконечности. Но его можно “спрятать” и на горизонтах, отвечающих бесконечному значению другого знака координаты x . Заметим также, что источник мира Шварцшильда имеет дельта-образное распределение плотности (для тонкой оболочки это отвечает её коллапсу в точку с ненулевой полной массой – эта искусственность отвечает искусственности классического мира Шварцшильда, риччи-плоского всюду, кроме полюса), а с учётом квантовой механики для массы, превосходящей планковскую, он не может занимать меньший объём, чем планковский, умноженный на безразмерную массу источника, выраженную в планковских массах. Поскольку в чёрной дыре планковская плотность снимает различие массивных и безмассовых частиц, источник метрики Шварцшильда можно считать световым. Очевидно, что реально коллапс любой массы в точку невозможен так же, как невозможно реальное падение воображаемого электрона в приближении точечной массы на протон по закону Кулона (Давид Гильберт указал на эту задачу Альберту Эйнштейну в конце 1915 года, радостно ознакомившись с его свежим результатом о смещении перигелия

Меркурия). Подобно тому, как электрон приближается к протону только на расстояние, на 5 порядков превышающее его размер (а плотность даже кварк-глюонной плазмы не может быть больше планковской), спинорная материя приближается к центру чёрной дыры только на расстояние, много большее гравитационного радиуса коллапсирующих частиц.

Представим себе мир Минковского, в котором проходит вдоль оси пакет сильных плоских гравитационных волн (тензор Риччи может быть равен нулю, тензор Вейля отличен от нуля). До прихода и после ухода пакета мир приблизительно плоский, но внутри пакета пробные частицы испытали геодезическое отклонение, переходящее в геодезический излом при устремлении толщины пакета к нулю с дельта-образной плотностью энергии излучения (приближение геометрической оптики в ОТО как классической, не квантовой теории: точечные гравитоны имеют бесконечную частоту, поверхностная плотность энергии пакета конечна, её интеграл по бесконечному плоскому фронту сингулярного излучения бесконечен). После прохождения волн неподвижные пробные частицы однородно сжимаются в параллельной фронту плоскости в точку по “закону Хаббла” (а какие-то однородно расходящиеся частицы станут неподвижными):

$$ds^2 = -dt^2 + dx^2 + \left(1 - \frac{t-x}{a}\right)^2 (dy^2 + dz^2).$$

Здесь a отвечает среднему прогибанию фоновой метрики от волновой ряби кривизны внутри волнового пакета (это известное решение 1959 года Бонди, Пирани и Робинсона [10]). Физически это можно интерпретировать как притяжение пробежавшей между частицами массы-энергии излучения (усреднённая кривизна Вейля, как это следует из известных уравнений для оптических скаляров Сакса, действует как кривизна Риччи, как вещество). Чем дальше друг от друга находились частицы, тем больший импульс сближения они получили. Для бесконечно удалённых частиц он бесконечен, и пробные частицы нулевой массы движения сближаются с бесконечной скоростью как тахионы, рождая мир, конформный миру Риндлера. В тахионы превращаются частицы, удаление между которыми вдоль луча соответствует гравитационному радиусу пробежавшей между ними массы излучения, успевшей на частицы повлиять. Вспомним, что в мире де-Ситтера с произвольной плотностью массы вакуума в виде ненулевой космологической постоянной всегда есть конечный горизонт, отвечающий границе появления сверхсветовой скорости изменения расстояний между частицами. В нашем случае имеем своего рода “плоский” мир фронта излучения с ненулевой поверхностной плотностью массы-энергии этого фронта. Частицы фронта относительно неподвижны из-за

его плоской симметрии, но пробные частицы на его прохождение реагируют.

Сами горизонты событий миров Шварцшильда и Риндлера не покрываются, соответственно, координатами кривизны и Риндлера. Можно представить себе бесконечно тонкую оболочку фотонов на гравитационном радиусе Шварцшильда, застывших на месте из-за компенсации световых скоростей удаления от центра чёрной дыры сносом всей материи в чёрную дыру (если даже нет центральной массы, то уже сама массивная световая сфера Шварцшильда будет источником внешней кривизны с плоским миром внутри неё). Для внешнего наблюдателя в безмассовые частицы и, затем, в тахионы превращаются любые частицы тонкой коллапсирующей оболочки при пересечении гравитационного радиуса. Это означает невозможность продолжить жёсткую систему отсчёта под горизонт. Застывают на горизонте также частицы, устремлённые к центру белой дыры и ею отталкиваемые (эту картину получаем при изменении знака времени). Это означает, что сами горизонты могут иметь поверхностную плотность массы и влиять на поведение пробных частиц. Мы видим, что различие миров Минковского и Риндлера вызвано идеализованными источниками на бесконечности и, вообще говоря, на горизонтах. Бесконечный скачок ускорений на горизонтах предполагает перестройку вакуума с изменением сигнатуры системы отсчёта наблюдателей и их пространства-времени.

В момент времени $r = t$ метрика сечения мира Шварцшильда

$$ds^2 = dt^2 - dr^2 + m^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta \cdot d\varphi^2)$$

отличается от сечения плоского мира так, как 2-сфера радиуса m отличается от сферы бесконечного радиуса (плоскости). При $m \rightarrow 0$ и при $r = t \rightarrow \infty$ собственные значения тензора Римана $\pm 2m/r^3$, $\mp m/r^3$, $\mp m/r^3$ стремятся к нулю (если указанный интервал конформно уменьшить в m раз, то в пределе метрика вырождается в двухмерную, как вырождается в точку эквипотенциальная 2-сфера в центре чёрной дыры). Эта *дуальность* окрестностей нуля и бесконечности напоминает дуальность в теории струн (вспомним также, что точечный фотон имеет бесконечную частоту-энергию, и столкновение таких фотонов может породить любую массу покоя). Плоскость с конечной поверхностной плотностью массы имеет бесконечную полную массу и напоминает при движении со световой скоростью плоский фронт излучения безмассовых частиц. При нулевой поверхностной плотности и конечной полной массе этот фронт, свёрнутый в сферу, даст метрику Шварцшильда. Поэтому естественно предположить, что все, отличные от метрики Минковского миры типа метрики Риндлера или мостов Эйнштейна–Розена, имеют

где-то (в том числе на горловине и/или в окрестности бесконечности пространства-времени) нетривиальные источники массы. Если массы нет нигде, то имеем, по сути, только мир Минковского, не физичный с точки зрения квантовой механики как вакуум с точно фиксированным начальным состоянием и с точно фиксированным импульсом его изменения.

Вид метрик Шварцшильда и Риндлера также косвенно свидетельствует, что 4-геометрия пространства-времени – это своего рода игра 2-геометрий, что световое 2+2 расщепление пространства-времени (связанное, по сути, со спинорами и зиг-заг представлением элементарных частиц) ближе соответствует природе пространства-времени, чем привычное 1+3 его расщепление. Обычное время и пространство отвечают, видимо, комбинации световых измерений $t \pm x$, $y \pm iz$, вдоль одного из которых “дрожат” элементарные частицы (имея плоскую или круговую поляризацию), поскольку принцип неопределённостей запрещает им при ненулевой массе сжиматься в материальную точку. Поскольку собственное значение оператора Казимира для частицы в мире де-Ситтера есть комплексная комбинация массы и спина, а группа Пуанкаре предполагает не существующую в природе пространственную бесконечность, массу и спин можно считать “тенями” частицы подобно тому, как пространство и время являются “тенями” единого мира событий, “зернистого” с учётом квантовой механики.

Группа Пуанкаре действует на аффинные (тетрадные) реперы в главном расслоении пространства-времени. Она содержит подгруппу Лоренца вращений тетрады и подгруппу трансляций (при этом генераторы вращения и трансляции не коммутируют друг с другом, что снова указывает на их перемешивание). **Кривизна** пространства-времени является *поверхностной плотностью лоренцевых преобразований*, а **кручение** (*торсионное поле* Картана) – *поверхностной плотностью трансляций* [1]. В указанном выше малом 5-угольнике, образованном парой переносимых один вдоль другого двух векторов на расстояния, являющиеся малыми первого порядка, но заметно превосходящими планковские длины, замыкающая 5-я сторона – малая второго порядка, откуда следует малость кручения по сравнению с кривизной на почти континуальном, как бы бесконечно делимом пространстве-времени. Безразмерный угол поворота любого вектора при его переносе из исходной точки двумя путями вдоль образующей малую площадку пары векторов, переносимых поочередно один вдоль другого, делится на её площадь и определяет кривизну (размерности длины в степени минус два) в данной мировой точке. Деление замыкающей 5-й стороны на площадь определяет кручение (размерности длина в степени минус один).

В **специальной теории относительности (СТО)** дифференциалы декартовых координат (0-форм) образуют декартову тетраду (четыре по определению ортонормированные 1-формы) вакуума Минковского. Он инвариантен относительно задаваемых группой Пуанкаре автоморфизмов пространства-времени. Выводимые из вариационного принципа уравнения поля, согласно теореме Нётер, обеспечивают законы сохранения тензора энергии-импульса (ТЭИ) $t^{\mu\nu}$ и внутреннего углового момента $s^{\mu\nu\rho} = -s^{\nu\mu\rho}$:

$$t^{\mu\nu}_{,\nu} \equiv \partial t^{\mu\nu} / \partial x^\nu = 0,$$

$$(x^\mu t^{\nu\rho} - x^\nu t^{\mu\rho} + s^{\mu\nu\rho})_{,\rho} = 0. \quad (1)$$

В присутствии спина $t^{\mu\nu} - t^{\nu\mu} = s^{\mu\nu\rho}_{,\rho}$. В искривлённом пространстве-времени частная производная здесь заменяется ковариантной.

Согласно Белинфанту и Розенфельду, имеет нулевую дивергенцию симметричный тензор

$$T^{\mu\nu} = T^{\nu\mu} = t^{\mu\nu} + \frac{1}{2}(s^{\nu\mu\rho} + s^{\nu\rho\mu} + s^{\mu\rho\nu})_{,\rho},$$

$$T^{\mu\nu}_{,\nu} = 0. \quad (2)$$

В квантовой теории поля унитарные неприводимые представления группы Пуанкаре соответствуют элементарным физическим системам типа стабильных частиц – их массе и спину.

В **общей теории относительности** Эйнштейна (ОТО) пространство-время искривлено, и поскольку оно развёртывается изометрично на 4-плоскость (в локально-лоренцевой системе отсчёта), уравнения поля СТО справедливы для одиночного наблюдателя (скажем, в центре масс Международной космической станции, вращающейся вокруг Земли). Гравитацию можно оттрансформировать вдоль линии искривлённого мира, где кривизна проявляется в относительном ускорении неускоренных наблюдателей, и гравитацию можно создать ускорением наблюдателя в плоском мире: датчики наблюдателя возбуждаются при ускорении, излучают в сторону него при релаксации *риндлеровы частицы*, создающие реакцию отдачи, и поддержание ускорения (континуума наблюдателей) требует затраты работы, создающей ненулевую гравитационную энергию (гравитация как форма даже локально-плоской связности отлична от нуля) ускоренного относительно инерциальной системы отсчёта вакуума (если одновременно и одинаково преобразовать обе системы отсчёта так, чтобы ускоренный наблюдатель стал инерциальным, то прежний инерциальный наблюдатель будет относительно него

ускоренным в противоположном направлении: в плоском мире существует много различных плоских метрик и вакуумов с различной гравитационной энергией, связанных преобразованиями Боголюбова).

ОТО учитывает вклад массы-энергии вращения источников в кривизну пространства-времени. Например, чёрная дыра Шварцшильда отличается от чёрной дыры Керра включающим вращение (с удельным угловым моментом a) комплексным сдвигом массы источника $m \rightarrow m - ia(\cos\theta)$. Заметим также, что метрика нашей Метагалактики близка метрике де-Ситтера, тоже требующей комплексного сдвига массы: физическое значение имеют собственные значения оператора Казимира, и для этой метрики получаем комплексно сдвинутую массу, поскольку в гомеоморфном 4-сфере (после компактификации) пространстве постоянной скалярной 4-кривизны все трансляции имеют неподвижную точку (на полюсах), то есть переходят во вращение. Только в пределе бесконечно растущего радиуса кривизны собственные значения операторов Казимира стремятся к значениям m^2 и $m^2s(s+1)$, характеризующим представление группы де-Ситтера (m – масса покоя, s – спин заполняющих пространство частиц). Частица в мире де-Ситтера обладает не определённой массой и определённым спином, но определённой комбинацией массы и момента количества движения. Важно, что компоненты этой комбинации перемешиваются смещениями группы де-Ситтера.

Кстати, принцип эквивалентности Эйнштейна тоже перемешивает вращение системы отсчёта с гравитацией, и только в мире Ньютона с его инерциальными системами отсчёта различают потенциал *тяготения* Земли и потенциал её *вращения* (их сумма есть потенциал *притяжения*), тогда как в ОТО преимущественны сопутствующие источникам (риччи-канонические) системы отсчёта, а усреднённая кривизна локально пустого, риччи-плоского пространства-времени эквивалентна риччиевой кривизне, веществу (в мире Шварцшильда плотность гравитационной энергии подобна отрицательной плотности ньютоновой потенциальной энергии, которая пропорциональна минус квадрату ускорения свободного падения), что придаёт гравитирующему миру черты термодинамической системы. Кроме того, внутри пульсара “инерциальной” является именно вращающаяся относительно внешнего наблюдателя система отсчёта.

Комплексификация массы, перемешивание, грубо говоря, массы со спином при общих преобразованиях (так меняются, например, компоненты мнимой экспоненты при вращении комплексной плоскости) означает, строго говоря, возможность преобразования при параллельном перенесении вектора 4-импульса в бивектор углового момента импульса, отрезка – в площадь. Это наводит на мысль о необходимости радикального

обобщения концепции геометризации физических взаимодействий: для описания частиц со спином в каждой точке может потребоваться до 16 элементов репера: 4 касательных вектора (1-объёмы), 6 касательных бивекторов (2-объёмов, площадей), 4 касательных тривектора (псевдовектора, 3-объёма), скаляр (0-объём) и псевдоскаляр (4-объём).

Квантовая механика несовместима и с самой концепцией бесконечно делимого континуального пространственно-временного многообразия и с данными Коши на начальной пространственной гиперповерхности: если точно задана её 3-геометрия как геометродинамическая координата в суперпространстве 3-геометрий, то в силу принципа неопределённостей Гейзенберга исчезает возможность задания импульса, ростков 3-метрики вдоль времени, то есть исчезает само непрерывное время: ведь в физике существует только то, что, в принципе, можно измерить. Поэтому оказывается под вопросом адекватность задания самих голономных координат в пространстве-времени.

Идея калибровочных полей как полей, компенсирующих локализацию диктующих физические взаимодействия симметрий, допускает переход от квазилокальных координат (атлас многообразия содержит, как правило, более одной, покрывающей окрестность некоторой мировой точки, карты, диффеоморфной области псевдоевклидова, бесконечно делимого пространства) к координатам локальным: в каждой мировой точке произвольно задан репер касательного пространства (тетрадное поле – тому пример). Нумерующие мировые точки координаты (0-формы, функции, сопоставляющие каждой точке набор чисел, точку координатного числового пространства) определяют их дифференциалы (1-формы), координатные векторы (вдоль координатной линии меняется значение только одной, нумерующей точки, координаты) и базис всего бесконечномерного (ведь число индексов геометрических объектов не ограничено) тензорного расщепления пространства-времени. Но гомеоморфизмы (непрерывные биекции) и диффеоморфизмы (гладкие биекции) сохраняют размерность (число индексов) геометрических объектов.

Перемешивание размерностей (а парадигма фрактальности показывает, как “вибрации” малой размерности рождают дробную (точнее, вещественную) размерность Хаусдорфа (1918)), среди которых целые размерности Лебега (1911) выживают как резонансные, как наиболее вероятные в парадигме фейнмановского интеграла по путям с различной их топологией, понимаемой как теория инвариантов гомеоморфизмов, сохраняющих размерность) заставляет обобщать группу преобразований геометрических объектов и само понятие геометрического объекта.

Чизхолм (1991) [2] предложил для описания частиц со спином использовать искривлённое пространство-время со *структурой Клиффорда*, в котором связность при параллельном перенесении не сохраняет ранг (число индексов) переносимой величины, а реперы, вообще говоря, не голономны. Вильям Пеццалья (1997) [3] предложил обобщённое исчисление Клиффорда и *метаморфические* преобразования физических полей при *локально полиморфических* преобразованиях репера.

Но оправданы ли подобные обобщения ОТО? Покажем, что уже теория Эйнштейна–Картана, обобщающая теорию Эйнштейна на случай кручения связности, не совместима с концепцией точечных частиц Дирака с ненулевым спином [4]. ОТО допускает “дельта-образное” распределение плотности источника со спином, но этого не допускает квантовая механика, ограничивающая минимальный размер применимости ОТО планковской длиной, максимальную массу элементарной частицы планковской массой, а максимальную плотность – планковской плотностью. Оценка ненулевого размера частицы со спином ограничивает размеры чёрных дыр для фермионной материи до превосходящих планковские размеры величин, что заставляет пересмотреть ситуацию с первичными чёрными дырами во Вселенной.

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] A. Trautman, in: *Encyclopedia of Math. Phys.* (Oxford, Elsevier, 2006), vol. 2, p. 189–195.
- [2] J. S. R. Chisholm and R. S. Farwell, Clifford approach to metric manifolds, in: *Proceedings on the Winter School on Geometry and Physics*, Srni, 1990.
- [3] W. Pezzaglia, arXiv:gr-qc/9710027, v1 (3 Oct 1997).
- [4] N. J. Poplawski, arXiv:gr-qc/0910.1181, v1 (7 Oct 2009).
- [5] T. W. B. Kibble, *J. Math. Phys.* **2**, 212 (1961).
- [6] D. W. Sciama, On the analogy between charge and spin in general relativity, in: *Recent Developments in General Relativity* (Oxford, Pergamon Press, 1962), p. 415.
- [7] W. Kopczynski, The Palatini principle with constraints, *Bull. Acad. Polon. Sci., ser. sci, math, astr, phys*, **23**, 467 (1975).
- [8] A. Papapetrou, *Proc. Roy. Soc. London* **A 209**, 248 (1951).
- [9] K. Nomura, T. Shirafuji, and K. Hayashi, *Prog. Theor. Phys.* **86**, 1239 (1991).
- [10] H. Bondi, F. A. E. Pirani, and I. Robinson, *Proc. Roy. Soc. London* **A 251**, 519 (1959).

Поступила в редакцию 9 марта 2010 г.

СО Д Е Р Ж А Н И Е

<i>П. В. Волков, А. В. Горюнов, В. М. Данильцев, А. Ю. Лукьянов, Д. А. Прякин, А. Д. Тertyшник, О. И. Хрыкин, В. И. Шашкин.</i> Волоконно-оптическая аппаратура для мониторинга технологических процессов	3
<i>С. В. Мизин, В. С. Махмутов, О. С. Максумов, А. Н. Квашинин.</i> Применение многоконвейерного программирования для физического эксперимента	8
<i>Д. Е. Свиридов, В. И. Козловский, Н. В. Забавин.</i> Сканирующая зондовая микроскопия сколов нелегированных гетероструктур $GaInP/AlGaInP$ и $CdS/ZnSSe$	19
<i>Н. Н. Мельник, Т. Н. Заварицкая, И. В. Кучеренко, О. С. Пляшечник, М. Я. Валах, В. Н. Джаган, А. Е. Раевская.</i> Резонансное комбинационное рассеяние света в ультрамалых коллоидных частицах CdS_xSe_{1-x}	30
<i>Р. Ф. Полищук.</i> Чёрные дыры в теории Эйнштейна–Картана. I. Горизонты чёрных дыр	38