

УДК 533.951

## РАВНОВЕСНЫЕ СОСТОЯНИЯ ИОННОГО ПОТОКА В ПРИКАТОДНОМ ДВОЙНОМ СЛОЕ БЕССТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ ПЛАЗМЫ

Ю. Б. Мовсисянц, П. М. Тюрюканов

*Рассмотрено плоскопараллельное течение бесстолкновительного ионного потока, интегрально нейтрализованного бoльцмановскими электронами. Показано, что между величинами скорости и плотности тока в квазинейтральной зоне на коллекторе и начальным значением скорости потока существует жёсткая однозначная связь, определяющая условия равновесия прикатодного двойного слоя.*

**Ключевые слова:** электрон, ион, электрическое поле, магнитное поле, разряд, поток, плазма, гидродинамика, волна.

Стойкое внимание к интенсивным пучкам тяжёлых заряженных частиц делает необходимым их детальные исследования, в ряду которых вопросы формирования квазистационарного потока со значениями скорости, превышающими порог “ионного звука”, представляют самостоятельный интерес. В одной из постановок этой задачи границу источника первичной плазмы можно считать поверхностью, с которой холодные ионы, нейтрализованные бoльцмановскими электронами с температурой  $T_e \gg T_i$ , посредством ускоряющего напряжения вытягиваются со скоростями  $v \gg v_{Ti}$  ( $v_{Ti}$  – тепловая скорость ионов) в пространство дрейфа с малым давлением остаточного газа [1]. В пренебрежении пролётными временами процесс полагается стационарным, а сама граница плоской и однородной в поперечном направлении. В пограничной зоне ускоряемые самосогласованным электрическим полем ионы образуют двойной слой, лишь интегрально скомпенсированный объёмным зарядом бoльцмановских электронов. Равновесие такого слоя следует из условия токобаланса электронной и ионной компонент, и определяется величиной тока “надбарьерных” бoльцмановских электронов.

Исследуем равновесные состояния такого бесстолкновительного двойного слоя, основываясь на самосогласованных уравнениях гидродинамики и уравнении Пуассона. В силу узости прикатодной зоны задачу будем полагать одномерной и плоской. Направляя  $x$  вдоль оси системы и считая все функции зависящими только от координаты  $x$ ,

имеем:

$$nv = \text{const} = j_0, \quad \frac{v^2}{2} = \varphi_0 - \varphi, \quad n_e = e^{\varphi - \varphi_0};$$

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = n_e - n. \quad (1)$$

Здесь потоковая скорость  $v(x)$  калибрована в единицах скорости ионного звука:  $v_s = \sqrt{T_e/M_i}$ ; потенциал  $\varphi(x)$  в  $T_e/e$ ; координата  $x$  в единицах дебаевского радиуса  $\sqrt{T_e/4\pi e^2 N_0}$ ;  $e$  – заряд электрона,  $M_i$  – масса иона;  $n_e = N_e(x)/N_0$ ,  $n = N_i(x)/N_0$ ;  $N_e, N_i$  – плотности электронной и ионной компонент. Параметры:  $\varphi_0, N_0$  – потенциал и концентрация квазинейтрального потока при  $x \rightarrow \infty$ ; свободный параметр  $j_0$  определяет токобаланс с величиной “надбарьерного” электронного тока.

Используя соотношения между функциями и полагая:  $y(x) = \frac{v^2}{2}$ ,  $E = \frac{dy}{dx}$ , приведём исходную систему (1) к уравнению для  $y(x)$ :

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{j_0}{\sqrt{2y}} - e^{-y}. \quad (2)$$

Будем считать, что коллектор находится достаточно далеко, и рассматривать полуограниченную задачу в области  $0 \leq x < \infty$ . Образованиям типа двойного слоя должны соответствовать монотонные решения уравнения (2) с граничным условием при  $x = 0$ :

$$y(x=0) = y_0, \quad \frac{dy}{dx}(x=0) = 0, \quad (3)$$

и асимптотикой первой и второй производных в квазинейтральной зоне при  $x \rightarrow \infty$ :

$$\frac{dy}{dx}(x \rightarrow \infty) \rightarrow 0, \quad \frac{d^2y}{dx^2}(x \rightarrow \infty) \rightarrow 0. \quad (4)$$

В (3)–(4) обращение в 0 первых производных на границах интервала приводит к равенству 0 полного заряда в системе. Второе равенство в (4) соответствует асимптотическому условию квазинейтральности потока на коллекторе и исключает решения типа стоячих волн пространственного заряда.

Предварим численный счёт (2) качественной аналитической моделью. Поскольку анализ первого интеграла (2) для произвольных значений  $y(x)$  весьма затруднителен, то при исследовании условий образования двойного слоя будем исходить из самого уравнения. При каждом заданном  $j_0 < j_{0\text{max}}$  условие квазинейтральности:

$$j_0 = \sqrt{2y_1(x_0)}e^{-y_1(x_0)},$$

реализуется для двух значений  $y_1(x_0)$ , располагающихся по разные стороны от точки “ионного звука”  $y_s = \frac{1}{2}$ , в которой функциональная кривая  $j_0(y_s)$  достигает экстремума

$j_{0max} = 0.607$ ; т.е. при дозвуковом значении скорости потока в зоне инжекции значение  $y_\infty = y(x_0 \rightarrow \infty)$  всегда сверхзвуковое. Полагая  $j_0 = \sqrt{2y_\infty}e^{-y_\infty}$  и вводя новую функцию:

$$y_\infty - y(x) = z(x) \sim 1, \quad (5)$$

преобразуем выражение для плотности заряда к виду:

$$n - n_e = e^{z-y_\infty} \left[ e^{-z-\frac{1}{2}\ln(1-\frac{z}{y_\infty})} - 1 \right].$$

Чтобы учесть слабую нелинейность при вкладе ионной компоненты в механизм формирования двойного слоя, разложим  $\ln\left(1 - \frac{z}{y_\infty}\right)$  в этом выражении с точностью до квадратичных членов, и учитывая, что  $n - n_e$  не сильно отличается от единицы, получим из (2):

$$\frac{d^2z}{dx^2} + e^{-y_\infty} \left[ \frac{z^2}{4y_\infty^2} + z \left( \frac{1}{2y_\infty} - 1 \right) \right] = 0. \quad (6)$$

Характер решений (6) определяется знаком разности  $\left(\frac{1}{2y_\infty} - 1\right)$ . В линейном приближении и при  $y_\infty < \frac{1}{2}$  оно описывает стоячую волну пространственного заряда. Формальный учёт квадратичного члена приводит к коллапсу этой волны:

$$z \sim \cos^{-2} \left( \frac{xe^{-y_\infty}}{2} \sqrt{\frac{1}{2y_\infty} - 1} \right),$$

и не описывается в рамках сделанного приближения. Для  $y_\infty > \frac{1}{2}$  линейное приближение (6) соответствует экспоненциально нарастающему решению, которое при учёте нелинейного члена приобретает вид:

$$z \sim ch^{-2} \left( \frac{xe^{-y_\infty/2}}{2} \sqrt{1 - \frac{1}{2y_\infty}} \right).$$

В этом случае из (5) имеем:

$$y(x) = y_\infty \left[ 1 - 3(2y_\infty - 1)ch^{-2} \left( \frac{xe^{-y_\infty/2}}{2} \sqrt{1 - \frac{1}{2y_\infty}} \right) \right]. \quad (7)$$

При  $x = 0$  из (7):

$$y(0) = y_\infty [1 - 3(2y_\infty - 1)],$$

определяющую связь между начальным и конечным значениями половинного квадрата скорости. Оказывается, что действительное решение (2) существует для каждого  $y_0$  в узком интервале значений  $j_0$ .

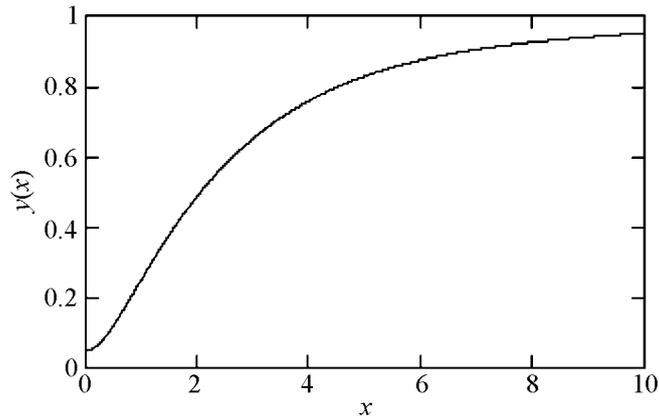


Рис. 1: Зависимость половинного квадрата потоковой скорости в двойном слое от координаты ( $y_0 = 0.05$ ,  $j_0 = 0.5315$ ).

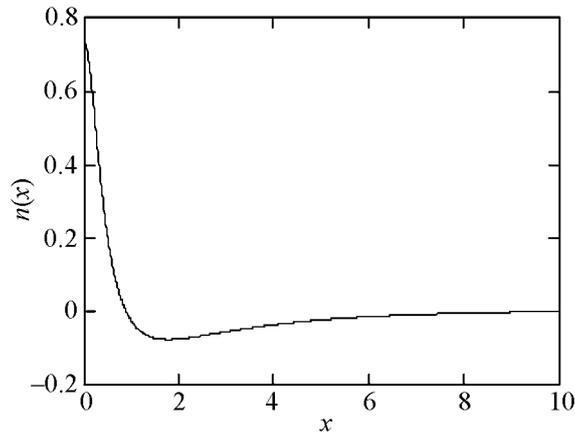


Рис. 2: Зависимость суммарной плотности объёмного заряда двойного слоя от координаты ( $y_0 = 0.05$ ,  $j_0 = 0.5315$ ).

Соответствующее численное решение (2), имеющее вид двойного слоя с нулевым интегральным зарядом, представлено на рис. 1 для  $y(0) = 0.05$  и значения параметра  $j_0 = 0.5315$ . Промежуток счёта здесь ограничен десятью дебаевскими радиусами. Это решение описывает поток, скорость которого, монотонно нарастая, выходит на сверхзвуковое “плато”. Электрическое поле максимально в зоне разгона на расстоянии дебаевского радиуса. Плотность суммарного заряда  $n(x) = n_i - n_e$  на расстоянии дебаевского радиуса меняет знак (рис. 2), и при  $x \rightarrow \infty$  монотонно стремится к 0.

Главной особенностью рассмотренного решения является сильная зависимость распределений потоковых величин от корреляции между критическим значением парамет-

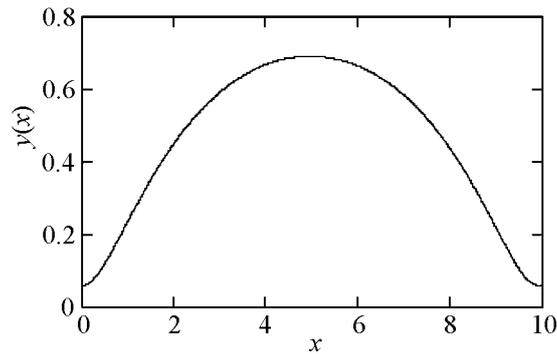


Рис. 3: Зависимость половинного квадрата потоковой скорости в уединённой волне пространственного заряда от координаты ( $y_0 = 0.06$ ,  $j_0 = 0.5315$ ).

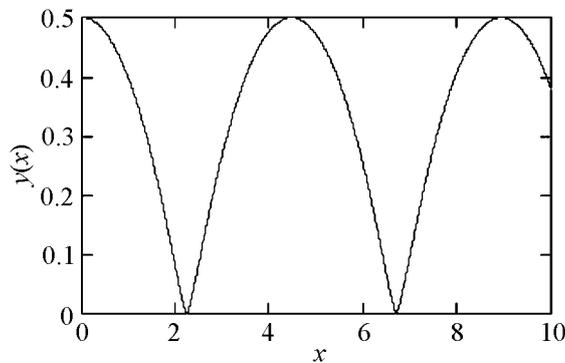


Рис. 4: Зависимость половинного квадрата потоковой скорости в кноидальной волне от координаты ( $y_0 = 0.5$ ,  $j_0 = 0.4$ ).

ра  $j_0$  и начальным значением скорости. Так, при  $y(0) = 0.05$  и  $j_0 = 0.55$  или  $y(0) = 0.04$  и  $j_0 = 0.5315$  производная  $\frac{dy}{dx}(x \rightarrow \infty)$  становится отличной от нуля, т.е. происходит раскомпенсация объёмного заряда в системе. Более интересным являются отклонения этих величин в обратную сторону. Приведённое на рис. 3 решение для  $j_0 = 0.5315$  и  $y(0) = 0.06$  описывает срыв двойного слоя в стоячую волну пространственного заряда, у которой при  $x \rightarrow \infty$  величина потоковой скорости возвращается к своему начальному значению. Аналогичный эффект при неизменном  $y(0) = 0.05$  наблюдается при уменьшении параметра до  $j_0 = 0.5$ . Дальнейшие изменения параметров приводят к появлению периодического цуга, потоковая скорость в котором колеблется между начальным и конечным значениями. Решения подобного типа обладают ярко выраженными неустойчивостями, подробно исследованными в [2].

В одном из предельных случаев,  $j_0 = 0.4$ ,  $y_0 = 0.5$ , рассмотренные стоячие волны

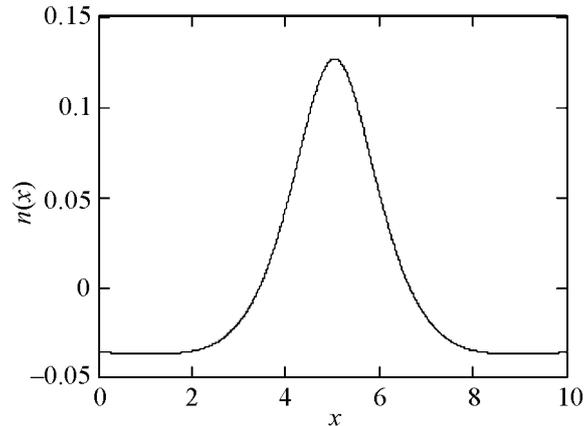


Рис. 5: Зависимость суммарной плотности объёмного заряда зеркальных двойных слоёв от координаты ( $y_0 = 0.5$ ,  $j_0 = 0.45$ ).

трансформируются в “кноидальные”, характеризующиеся точками полной остановки потока (см. рис. 4).

При  $y(0) \geq 0.5$  в системе возникает другой тип решений (рис. 5 для суммарной плотности заряда и  $y(0) = 0.5$ ). Здесь правая ветка описывает поток со смещённой вправо плоскостью инжекции, тогда как на левой наблюдается провисание потенциала и торможение потока в пике плотности. При увеличении  $y_0$  пик плотности смещается вправо к конечной точке интервала.

Резюмируя приведённое исследование, отметим, что решения в виде равновесных двойных слоёв существуют в чрезвычайно узких областях, характеризующихся сильной связью параметра  $j_0$  и начального значения  $y(0)$ . Нарушение этой связи приводит к образованию слоистой структуры потока.

Авторы выражают благодарность А. М. Игнатову и А. А. Рухадзе за проявленный интерес к работе и ряд ценных замечаний.

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] М. А. Власов, А. В. Жаринов, Ю. А. Коваленко, ЖТФ **71**(12), 34 (2001).
- [2] А. М. Игнатов, А. А. Рухадзе, Физика плазмы **10**(1), 112 (1984).

Поступила в редакцию 7 июля 2010 г.