

## ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ФОТОННЫХ КРИСТАЛЛОВ, ЗАПОЛНЕННЫХ МЕТАЛЛИЧЕСКИМИ КВАНТОВЫМИ ТОЧКАМИ

В. С. Горелик, А. В. Фриман

*Исследованы особенности прохождения электромагнитной волны оптического диапазона через фотонный кристалл, заполненный металлическими квантовыми точками. Установлена возможность локализации электромагнитного излучения внутри фотонного кристалла с неравновесным повышением температуры в малой области локализации до  $10^3 - 10^6$  К при фемтосекундном возбуждении лазерным импульсом с энергией  $10^{-3}$  Дж.*

**Ключевые слова:** фотонный кристалл, групповая скорость, период, структура, плотность энергии, атомный слой, элементарная ячейка.

При пропускании света через слоистые структуры с периодом порядка длины волны при определённых условиях реализуется существенное уменьшение групповой скорости электромагнитной волны. В случае предельно малой групповой скорости такой эффект можно интерпретировать как “замедление света”. Возможность аномального уменьшения групповой скорости в периодических слоистых средах – одномерных фотонных кристаллах – была предсказана в классической работе [1]. При использовании структур с плавно изменяющимся периодом аналогичный эффект можно использовать для достижения предельно высокой плотности энергии в небольшой области материальной среды.

В данной работе была поставлена задача проведения теоретического анализа условий локального неравновесного разогревания материальной среды внутри фотонного кристалла в зависимости от периода фотонного кристалла и характера его заполнения.

1. *Закон дисперсии электромагнитных волн в одномерной слоистой среде с фиксированным периодом.* Одномерная периодическая среда состоит из чередующихся слоев двух материалов с различными показателями преломления. Современные достижения

в технологии выращивания кристаллов, особенно методом эпитаксии из молекулярных пучков, позволяют выращивать периодические слоистые среды с хорошо контролируемой периодичностью и толщинами слоев, соответствующими нескольким атомным слоям.

Рассмотрим простейшую периодическую слоистую среду, состоящую из двух различных веществ со следующим профилем показателя преломления

$$n(z) = \begin{cases} n_2, & 0 < z < a_1 \\ n_1, & a_1 < z < a. \end{cases} \quad (1.1)$$

При этом

$$n(z) = n(z + a).$$

Здесь ось  $z$  перпендикулярна границам раздела слоев, а  $a$  – период. Общее решение волнового уравнения для вектора электрического поля можно записать в виде

$$E(z) \exp(i\omega t). \quad (1.2)$$

Здесь предполагается, что волна распространяется в плоскости  $yz$ . Электрическое поле внутри каждого однородного слоя можно представить в виде суммы падающей и отраженной плоских волн. Комплексные амплитуды этих двух волн составляют компоненты вектора-столбца. Таким образом, электрическое поле в слое  $\alpha$ , ( $\alpha = 1; 2$ ),  $n$ -ой элементарной ячейки можно записать в виде вектора-столбца

$$\begin{pmatrix} a_n^{(\alpha)} \\ b_n^{(\alpha)} \end{pmatrix}. \quad (1.3)$$

Как показано в работе [1], распределение электрического поля в рассматриваемом слое можно записать следующим образом:

$$E(y, z) = [a_n^{(\alpha)} \exp(-ik_{\alpha z}(z - na)) + b_n^{(\alpha)} \exp(ik_{\alpha z}(z - na))] \exp(-ik_y y), \quad (1.4)$$

где

$$k_{\alpha z} = \left[ \left( \frac{n_{\alpha} \omega}{c} \right)^2 - k_y^2 \right]^{1/2}, \quad \alpha = 1; 2. \quad (1.5)$$

В случае ТЕ волн, условия непрерывности  $E_x, H_y \sim \frac{\partial E_x}{\partial z}$  на границах ячеек приводят [1] к следующему дисперсионному уравнению:

$$\cos(Ka) = \cos(k_1 a_1) \cos(k_2 a_2) - \frac{1}{2} \left( \frac{n_2}{n_1} + \frac{n_1}{n_2} \right) \sin(k_1 a_1) \sin(k_2 a_2). \quad (1.6)$$

Значения правой части, превышающие единицу, относятся к запрещенной зоне. В дальнейшем мы будем использовать это уравнение в виде:

$$\cos(ka) = \cos\left(\frac{\omega\sqrt{\epsilon_1}}{c_0}a_1\right) \cos\left(\frac{\omega\sqrt{\epsilon_2}}{c_0}a_2\right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{\sqrt{\epsilon_1\epsilon_2}}\right) \sin\left(\frac{\omega\sqrt{\epsilon_1}}{c_0}a_1\right) \sin\left(\frac{\omega\sqrt{\epsilon_2}}{c_0}a_2\right). \quad (1.7)$$

2. Групповая скорость света в одномерной слоистой среде с фиксированным периодом. 2.1. Общие соотношения. Групповая скорость  $\frac{\partial\omega}{\partial k}$  электромагнитной волны является скоростью перемещения максимума огибающей волнового пакета. Дифференциалы обеих частей уравнения (1.7) имеют вид:

$$-\sin(ka)adk = \left( \cos\left(\frac{\omega\sqrt{\epsilon_1}}{c_0}a_1\right) \cos\left(\frac{\omega\sqrt{\epsilon_2}}{c_0}a_2\right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{\sqrt{\epsilon_1\epsilon_2}}\right) \sin\left(\frac{\omega\sqrt{\epsilon_1}}{c_0}a_1\right) \sin\left(\frac{\omega\sqrt{\epsilon_2}}{c_0}a_2\right) \right)' d\omega.$$

Отсюда получаем:

$$\frac{d\omega}{dk} = \frac{-\sin(ka)a}{\left( \cos\left(\frac{\omega\sqrt{\epsilon_1}}{c_0}a_1\right) \cos\left(\frac{\omega\sqrt{\epsilon_2}}{c_0}a_2\right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{\sqrt{\epsilon_1\epsilon_2}}\right) \sin\left(\frac{\omega\sqrt{\epsilon_1}}{c_0}a_1\right) \sin\left(\frac{\omega\sqrt{\epsilon_2}}{c_0}a_2\right) \right)'}. \quad (2.1)$$

Из выражения (2.1) следует, что если  $\omega \neq 0$  и  $k \rightarrow 0$  или  $k \rightarrow \frac{\pi}{a}$ , то  $\frac{d\omega}{dk} \rightarrow 0$ . Согласно (1.7), получаем:

$$\frac{\partial\omega}{\partial k} = \frac{ac_0\sqrt{1-f_0^2(\omega)}}{a_1\sqrt{\epsilon_1}f_1(\omega) + a_2\sqrt{\epsilon_2}f_2(\omega) + \frac{\epsilon_1+\epsilon_2}{2} \left( \frac{a_1}{\sqrt{\epsilon_2}}f_2(\omega) + \frac{a_2}{\sqrt{\epsilon_1}}f_1(\omega) \right)}. \quad (2.2)$$

Здесь

$$f_0(\omega) = \cos\left(\frac{\omega\sqrt{\epsilon_1}}{c_0}a_1\right) \cos\left(\frac{\omega\sqrt{\epsilon_2}}{c_0}a_2\right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{\sqrt{\epsilon_1\epsilon_2}}\right) \sin\left(\frac{\omega\sqrt{\epsilon_1}}{c_0}a_1\right) \sin\left(\frac{\omega\sqrt{\epsilon_2}}{c_0}a_2\right),$$

$$f_1(\omega) = \sin\left(\frac{\omega a_1 \sqrt{\epsilon_1}}{c_0}\right) \cos\left(\frac{\omega a_2 \sqrt{\epsilon_2}}{c_0}\right),$$

$$f_2(\omega) = \cos\left(\frac{\omega a_1 \sqrt{\epsilon_1}}{c_0}\right) \sin\left(\frac{\omega a_2 \sqrt{\epsilon_2}}{c_0}\right).$$

Зависимость циклической частоты от волнового вектора  $k$  была построена, исходя из формулы (1.7). Моделирование было произведено с постоянными значениями  $\epsilon_1 = 2.16$ ,  $\epsilon_2 = 1$ , толщины слоёв были взяты равными  $a_1 = 300$  нм и  $a_2 = 78$  нм. Шаг

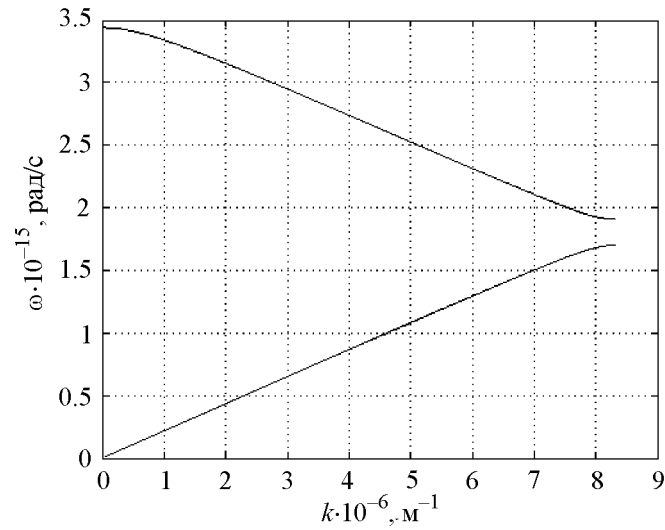


Рис. 1: Дисперсионная кривая электромагнитного излучения в фотонном кристалле без учета резонансов диэлектрической проницаемости. Слои в 300 нм и 78 нм,  $\epsilon_1 = 2.16$ ,  $\epsilon_2 = 1$ .

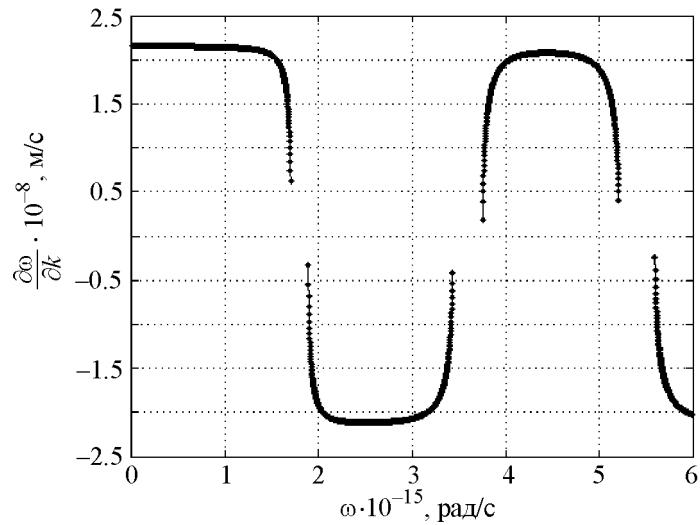


Рис. 2: Групповая скорость электромагнитного излучения в фотонном кристалле без учета резонансов диэлектрической проницаемости. Слои в 300 нм и 78 нм,  $\epsilon_1 = 2.16$ ,  $\epsilon_2 = 1.1$ .

моделирования по  $\omega$  выбран равным  $1.5 \cdot 10^9$  рад/с. Полученный результат представлен на рис. 1.

Зависимость групповой скорости от циклической частоты  $\omega$  была построена, исходя

из формулы (2.2). Моделирование было произведено с шагом по  $\omega = 2 \cdot 10^{12}$  рад/с, толщины слоёв были взяты равными  $a_1 = 300$  нм и  $a_2 = 78$  нм. На рис. 2 представлен случай, при котором  $\epsilon_1 = 2.16$ ,  $\epsilon_2 = 1.1$ . Из этого рисунка видно, что вблизи границы запрещенной зоны групповая скорость уменьшается. Минимальное значение  $\frac{\partial \omega}{\partial k} = 1.8312 \cdot 10^7$  м/с; шаг моделирования  $\Delta \omega = 10^{12}$  Рад/с; в моделировании было использовано 2996 точек.

2.2. Учёт дисперсии диэлектрической проницаемости при неизменном периоде решётки. Как показано в [2], диэлектрическая проницаемость вблизи резонанса зависит от частоты по закону:

$$\epsilon(\omega) = \frac{\omega_l^2 - \omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2}, \quad (2.3)$$

где  $\omega_l$  – частота продольной моды,  $\omega_0$  – характерная частота резонанса. При наличии в фотонном кристалле металлических квантовых точек характерная частота резонанса имеет вид  $\omega_0 \sim \frac{1}{L^2}$ , где  $L$  – характерный размер металлической квантовой точки.

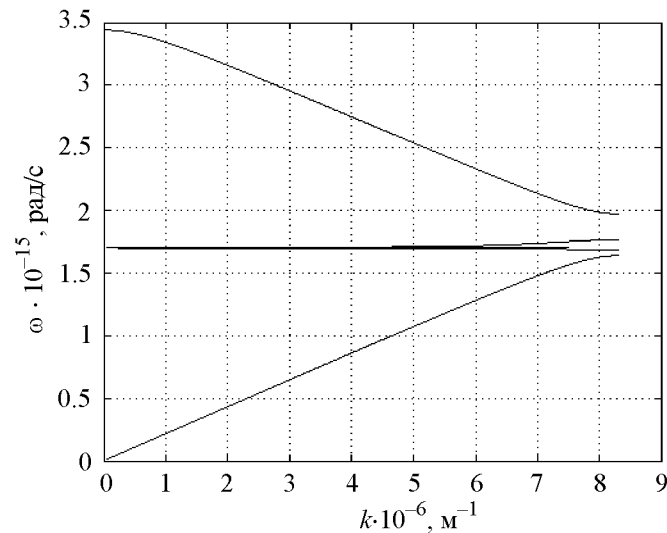


Рис. 3: Дисперсионная кривая электромагнитного излучения в фотонном кристалле с учетом резонансов диэлектрической проницаемости. Слои в 300 нм и 78 нм,  $\epsilon_1 = 2.16$ .

Дисперсионная кривая  $\omega(k)$  была построена (рис. 3) с учетом зависимости диэлектрической проницаемости  $\epsilon_2$  от циклической частоты. Толщины слоёв были взяты равными  $a_1 = 300$  нм и  $a_2 = 78$  нм при  $\epsilon_1 = 2.16$ ,  $\omega_l = 2.5 \cdot 10^{15}$  Рад/с и  $\omega_0 = 2.375 \cdot 10^{14}$  Рад/с. Из дисперсионной кривой видно, что вблизи резонансной частоты групповая скорость резко уменьшается. Нами была построена зависимость (2.2) групповой скорости от периода кристалла  $a = a_1 + a_2$ . При этом для отношения толщин слоёв имеет место

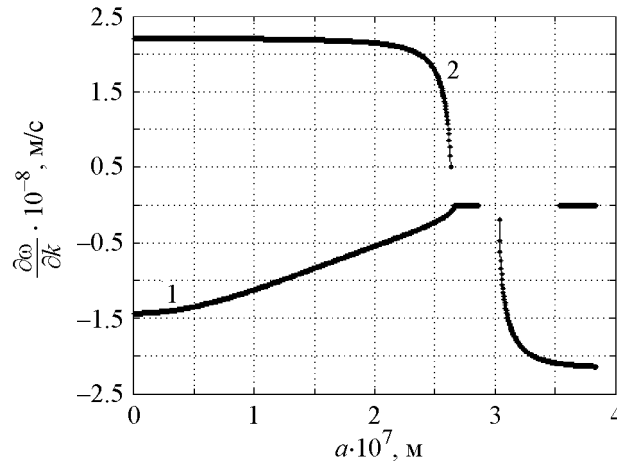


Рис. 4: Групповая скорость электромагнитного излучения в фотонном кристалле с учетом резонансов диэлектрической проницаемости (кривая 1) и при постоянном значении  $\epsilon_2 = 1$  (кривая 2) в зависимости от периода кристалла.  $\epsilon_1 = 2.16$ .

$\frac{a_2}{a_1} = \frac{0.26}{0.74}$ . Эта зависимость изображена на рис. 4. Кривая 1 соответствует  $\epsilon_2 = 1$ , кривая 2 соответствует  $\epsilon_2(\omega)$ ,  $\omega = 2.45 \cdot 10^{15}$  Рад/с. При моделировании было определено, что при частоте излучения, близкой к резонансной, групповая скорость достигает значений порядка  $10^{-19}$  м/с.

2.3. Учёт дисперсии диэлектрической проницаемости при линейно изменяющемся периоде решётки. Была построена зависимость групповой скорости от координаты в одномерном фотонном кристалле с линейно изменяющимся периодом. При этом  $a_2(z) = 5.7772 \cdot 10^{-6} \cdot z + 26 \cdot 10^{-9}$  м,  $\frac{a_2}{a_1} = \frac{0.26}{0.74}$ ,  $\epsilon_2$  зависит от  $\omega$  по закону (2.3). Эта зависимость изображена на рис. 5. Кривая 3 соответствует  $\omega = 2.4947 \cdot 10^{15}$  Рад/с, кривая 1 –  $\omega = 2.4953 \cdot 10^{15}$  Рад/с, кривая 2 –  $\omega = 2.4950 \cdot 10^{15}$  Рад/с. Из рис. 5 видно, что при достижении координаты, в которой достигается резонанс, групповые скорости всех трёх частот снижаются до значений  $3 \cdot 10^4$  м/с. Следовательно, если сфокусировать свет в точке “остановки”, плотность энергии в области около этой точки возрастет на порядки.

3. Оценка температуры в области локализации светового излучения внутри фотонного кристалла. При фокусировке лазерного излучения внутри фотонного кристалла, содержащего металлические наночастицы, в области отдельных наночастиц следует ожидать локализации электромагнитного излучения. С учетом эффекта гигантского усиления электромагнитного поля в области металлической квантовой точки, в этом случае размер области локализации обусловлен размером квантовой точки. В случае аномального уменьшения групповой скорости электромагнитной волны внутри фотон-

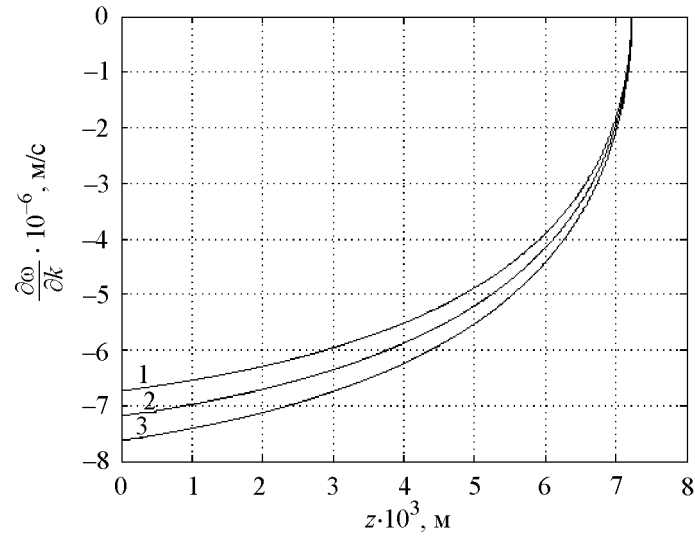


Рис. 5: Групповая скорость электромагнитного излучения в фотонном кристалле с учетом резонансов диэлектрической проницаемости. Кривая 1 соответствует  $\omega = 2.4953 \cdot 10^{15} \text{ Рад/с}$ , кривая 2 –  $\omega = 2.4950 \cdot 10^{15} \text{ Рад/с}$ , кривая 3 –  $\omega = 2.4947 \cdot 10^{15} \text{ Рад/с}$ . Функции  $a_1(z)$  и  $a_2(z)$  описаны в разделе 2.3.

ного кристалла должно происходить локальное разогревание вещества в масштабе одной металлической наночастицы ( $L$  – размер наночастицы).

Для оценки локального повышения температуры металлической наночастицы примем энергию лазерного импульса равной  $W = 10^{-3} \text{ Дж}$ , а коэффициент преобразования электромагнитной энергии в тепловую –  $\eta = 10^{-4}$ . Оценку температуры будем проводить, используя известное соотношение:

$$T = \frac{\eta W}{\frac{3}{2} N k}, \quad (3.1)$$

где  $N$  – число атомов в области локализации энергии. При этом мы не учитываем пикосекундные кинетические процессы диссипации тепла вследствие малой величины длительности лазерного импульса.

Рассмотрим три возможные модели реального фотонного кристалла.

1) Фотонный кристалл разбивается на отдельные домены с заданным периодом кристаллической решётки и заданной ориентацией в пространстве. Будем полагать, что размер отдельного домена составляет 10 мкм. Объем области локализации будет порядка  $V \sim 10^{-15} \text{ м}^3$ . Так как размер атома порядка  $10^{-10} \text{ м}$ , то  $N \sim (10^{-5}/10^{-10})^3 = 10^{15}$  атомов. В случае локализации электромагнитного излучения в отдельном домене, со-

гласно (3.1), изменение локальной температуры при заданных параметрах электромагнитного излучения и при полной его остановке в области домена составит  $\Delta T \sim \frac{10^{-4} \cdot 0.001}{\frac{3}{2} \cdot 1.3 \cdot 10^{-23} \cdot 10^{15}} = 5.1 \text{ К}$ .

2) Фотонный кристалл представляет собой структуру с изменяющимся периодом кристаллической решётки. При этом полагается, что диэлектрические проницаемости не зависят от частоты. Для достижения малых значений групповой скорости необходимо очень точное совпадение периода фотонного кристалла с соответствующим периодом электромагнитной волны. Как видно из графика на рис. 4, который строился с шагом  $\Delta a = 10^{-10} \text{ м}$ , уменьшение групповой скорости может быть осуществлено лишь до значений, на порядок меньших скорости света в вакууме.

3) Фотонный кристалл представляет собой структуру с квантовыми точками металла и с изменяющимся периодом кристаллической решетки. С учетом эффективного нелинейного усиления электрического поля света в области металлической квантовой точки размер области локализации обусловлен размером наночастиц и разрешающей способностью системы фокусировки. Размер области локализации при этом составит  $\sim 100 \text{ нм}$ . В этом случае  $N \sim 10^3 \cdot 10^3 \cdot 10^3 = 10^9$  атомов. Температура при полной остановке излучения в области локализации составит  $T \sim \frac{10^{-4} \cdot 0.001}{\frac{3}{2} \cdot 1.3 \cdot 10^{-23} \cdot 10^9} = 5.1 \cdot 10^6 \text{ К}$ .

*Заключение.* Таким образом, установлено, что для фотонного кристалла с металлическими квантовыми точками и изменяющимся периодом, при облучении фемтосекундным импульсным лазером возможен локальный разогрев вещества внутри фотонного кристалла до высокой температуры. Размер областей локализации соответствует размеру квантовых точек и составляет 10–100 нм. При этом локальное повышение температуры, при использовании лазера с энергией импульса 0.001 Дж, может достигать  $10^6 \text{ К}$ . За счет большого температурного градиента внутри фотонного кристалла в области локализации лазерного излучения могут происходить фазовые переходы, сопровождающиеся изменением структуры вещества, а также соответствующих оптических и гальванических свойств. Возможны локальные фазовые переходы в областях локализации излучения. Длительность лазерного импульса ( $10^{-14} - 10^{-13} \text{ с}$ ) оказывается меньше характерных времён релаксации в твёрдом теле, что обеспечивает квазиравновесное нагревание вещества в течение лазерного импульса. При увеличении энергии лазерного импульса до 0.1 Дж следует ожидать соответствующего (на несколько порядков) возрастания эффективной неравновесной температуры в области локализации лазерного



излучения внутри фотонного кристалла. Исходя из закона смещения Вина, максимум интенсивности неравновесного теплового излучения при температуре  $5.1 \cdot 10^6$  К приходится на длину волны 0.57 нм, т.е. соответствует жёсткому рентгеновскому излучению. Таким образом, фотонный кристалл с металлическими квантовыми точками и изменяющимся периодом можно использовать в качестве источника жесткого рентгеновского излучения, а также в качестве мишеней для реализации термоядерного синтеза.

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] А. Ярив, П. Юх, *Оптические волны в кристаллах* (Москва, Мир, 1987).
- [2] С. А. Ахманов, С. Ю. Никитин, *Физическая оптика* (Москва, Наука, 2004).
- [3] В. С. Горелик, *Квантовая электроника* **35**(5), 409 (2007).

Поступила в редакцию 30 июня 2010 г.