

ВЕРОЯТНОСТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОЦЕССОВ ДЕТЕКТИРОВАНИЯ КОРОТКИХ СВЕТОВЫХ ИМПУЛЬСОВ И ЕДИНИЧНЫХ ФОТОНОВ

С. Л. Виноградов, Т. Р. Виноградова, В. Э. Шубин, Д. А. Шушаков,
К. Ю. Ситарский

Одной из важнейших задач при детектировании слабых световых импульсов является определение точного значения времени прихода сигнала. Фотодетекторы, способные регистрировать единичные фотоны, характеризуются в этом случае двумя основными параметрами: квантовой эффективностью детектирования и разбросом времен прихода. В работе предложена единая методика измерения этих параметров на основе вероятностного распределения времен прихода, позволяющая выделять характеристики однофотонных процессов при подаче многофотонных световых импульсов и в условиях больших темновых шумов, что представляется актуальным, в частности, при работе с твердотельными фотоэлектронными умножителями.

Ключевые слова: твердотельный ФЭУ, вероятность детектирования, квантовая эффективность, разброс времени.

Введение. Детектирование малофотонных импульсов света и единичных фотонов было и остается одной из самых сложных задач для фотоприемников. В таких широко распространенных типах фотодетекторов, как лавинный фотодиод (ЛФД), вакуумный фотоэлектронный умножитель (ФЭУ) и микроканальная пластина эта задача решается за счет очень высокого коэффициента умножения фотоэлектронов, что позволяет выделить одноэлектронный сигнал из шумов. Разработанный недавно новый тип фотодетекторов – твердотельный ФЭУ (ТФЭУ) или Solid State Photomultiplier (SSPM) – сочетает высокий коэффициент умножения с беспрецедентно низким шум-фактором

Учреждение Российской академии наук Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, 119991, Москва, Ленинский пр-т, 53; e-mail: vin@sci.lebedev.ru.

умножения. Эти особенности ТФЭУ позволяют не только регистрировать сам факт прихода сигнала и определять его время, но и разрешать число фотонов в нем [1–9].

Максимально точное определение времени прихода малофотонных импульсов света и единичных фотонов является актуальной задачей в физике (времяпролетный детектор излучения Черенкова – Time-of-Flight Ring Imaging Cherenkov Detector), медицине (времяпролетная позитронно-эмиссионная томография – Time-of-Flight Positron Emission Tomography), биологии (флуоресцентная микроскопия отображения времени жизни – Fluorescence Lifetime Imaging Microscopy, Time-Correlated Single Photon Spectroscopy, TCSPS), телекоммуникации и многих других областях.

Временное разрешение фотодетекторов определяется двумя ключевыми параметрами: квантовой эффективностью детектирования (Photon Detection Efficiency – PDE) и разбросом времени прихода фотоотклика (Transit Time Spread – TTS). Квантовая эффективность не зависит от числа фотонов, если фотодетектор работает в линейном диапазоне, что обычно выполняется для малофотонных сигналов, а разброс времен прихода с увеличением среднего числа фотонов в импульсе уменьшается. Универсальным критерием сравнения фотодетекторов по их временному разрешению является разброс времен прихода сигнала регистрации единичного фотона, поэтому термин TTS далее будет использоваться только в контексте однофотонной регистрации. Численной характеристикой TTS обычно служит ширина на половине высоты (FWHM) пика гистограммы времен прихода или его среднеквадратичное отклонение (RMS).

Обычно измерения параметров PDE и TTS осуществляются по различным методикам и их результаты не связывают между собой. Для определения величины PDE обычно измеряется разность частот (темпов) счета фотонов при постоянном освещении фотодетектора и в темноте, при этом интенсивность освещения подбирается так, чтобы обеспечить достаточное отношение сигнал/шум и отсутствие нелинейности сигнала. При измерениях PDE в ТФЭУ проблемой может стать наличие эффектов афтерпалсинга, при которых истинные первичные выходные импульсы порождают вторичные дублицированные, и поэтому необходимо корректное выделение истинного значения темпа светового счета [10, 11].

Для построения гистограммы TTS измеряется разность времен между моментом генерации короткого импульса света (обычно его длительность выбирается много меньше характерных времен процесса детектирования и его временную форму можно принять за дельта-функцию) и моментом регистрации выходного сигнала. Поскольку для обычных лазеров и светодиодов число фотонов в импульсе является случайной величиной с

Пуассоновским распределением, то среднее число фотонов в импульсе задают около 0.1, чтобы световой импульс заведомо содержал только один фотон или ни одного фотона. Только при таком слабом световом сигнале вероятность двух и более фотонных импульсов пренебрежимо мала (менее 1%), и форма TTS перестает зависеть от среднего числа фотонов. С одной стороны, это избавляет от проблемы абсолютной калибровки столь слабых световых импульсов. С другой стороны, измерения становятся очень неэффективными из-за того, что около 90% световых импульсов вовсе не содержат фотонов. Длительность таких экспериментов может достигать многих часов, и тогда нестабильность условий и дрейф параметров приборов могут существенно понизить качество результатов. Кроме того, при темновом счете в миллионы импульсов в секунду, что типично для ТФЭУ при комнатной температуре, возникает проблема выделения сигнальных событий из темнового шума [12–17].

В настоящей работе мы представляем обоснование комплексной методики измерения характеристик временного разрешения, которая приводит к построению инструментальной функции фотоотклика фотодетектора на единичный фотон, обеспечивая единство и эффективность измерений, а также устойчивость к большому темновому счету.

Математическая модель вероятностного распределения. Производится ряд испытаний, в которых измеряется время между моментом излучения светового импульса, содержащим случайное число фотонов, и первым одноэлектронным сигналом на выходе фотодетектора после него. Диапазон времени каждого измерения ограничен, и результатом части испытаний может оказаться отсутствие регистрации выходного импульса. Зарегистрированный выходной сигнал может быть как фотооткликом, так и импульсом из темнового потока событий. Темновой поток не зависит от световых импульсов и фотооткликов. Результатом ряда испытаний является последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин.

Нас интересует:

- распределение времени между световым импульсом и фотооткликом на него, то есть выделение сигнальных событий из темнового шума;
- распределение времени между моментом излучения единичного фотона (детерминированного однофотонного светового импульса) и фотооткликом на него, то есть выделение однофотонных характеристик фотодетектора из измерений светового импульса со случайным числом фотонов.

Мы также предполагаем, что из дополнительного эксперимента в темноте может быть получена информация о распределении времени прихода темнового импульса. При отсутствии такой информации необходимо сделать априорное предположение о функции распределения времени для темновых событий.

Обозначим:

T_{\max} – максимальный временной диапазон измерений при регистрации выходного сигнала;

T_{dark} – временной интервал от первичного события (в световом эксперименте – от излучения светового импульса, а в темновом эксперименте – от произвольно заданного момента времени запуска регистрации) до первого темнового импульса;

T_{photo} – временной интервал от излучения светового импульса до первого импульса фототклика на него;

T_{total} – временной интервал от первичного события до регистрации первого выходного сигнала после него;

$P_x(t) = P\{T_x < t\}$ – функция распределения случайной величины T_x ($x = \text{dark}, \text{photo}, \text{total}$).

Стоит отметить, что часть сигналов фототклика не будет зарегистрирована из-за ограниченной квантовой эффективности детектирования ($P_{\text{photo}}(t \rightarrow \infty) = PDE < 1$), то есть случайная величина T_{photo} имеет несобственное распределение [18]. Кроме того, T_{total} и T_{dark} также будут иметь несобственное распределение из-за того, что в части испытаний выходных сигналов не будет зарегистрировано за ограниченное время T_{\max} .

Получим выражение для функции $P_{\text{total}}(t)$ через вероятности отсутствия событий. Событие “Выходной сигнал не зарегистрирован до времени t ” происходит, если одновременно происходят оба события:

- “Фототклик не зарегистрирован до времени t ”,
- “Темновой импульс не зарегистрирован до времени t ”.

То есть

$$\{T_{\text{total}} \geq t\} = \{T_{\text{photo}} \geq t\} \cap \{T_{\text{dark}} \geq t\}. \quad (1)$$

Так как случайные величины T_{photo} и T_{dark} независимы, то из (1) следует:

$$1 - P_{\text{total}}(t) = [1 - P_{\text{photo}}(t)] \times [1 - P_{\text{dark}}(t)]. \quad (2)$$

Таким образом, согласно (2), $P_{\text{photo}}(t)$ имеет вид:

$$P_{\text{photo}}(t) = 1 - \frac{1 - P_{\text{total}}(t)}{1 - P_{\text{dark}}(t)}. \quad (3)$$

Формула (3) дает возможность получить информацию о функции распределения времен фотоотклика до тех пор, пока вероятность регистрации темнового сигнала $P_{\text{dark}}(t)$ не очень близка к 1. В противном случае погрешность оценки $P_{\text{photo}}(t)$ из выражения (3) становится слишком большой. Очевидно, что полный интервал измерений времени прихода $t = T_{\text{max}}$ должен выбираться в зависимости от параметров темнового потока. Более подробно вопросы об ограничениях рабочего диапазона методики будут рассмотрены ниже.

Мы получили возможность очистить функцию распределения времени отклика на световой импульс, который содержит случайное число фотонов, от темновых событий. Далее, если известен вид распределения числа фотонов в импульсе, то из результатов измерения функции распределения фотоотклика на такой импульс можно оценить зависимость вероятности отклика на единичный фотон от времени. В частности, мы проведем вычисления для обычно наблюдаемого в эксперименте Пуассоновского распределения числа фотонов.

Обозначим:

T_{spd} – временной интервал от излучения единичного фотона до первого импульса фотоотклика на него (single photon detection) – несобственная случайная величина;

Nph – количество фотонов в импульсе, случайная величина с Пуассоновским распределением со средним значением $\langle Nph \rangle$;

$R_{\text{spd}}(t) = dP_{\text{spd}}(t)/dt$ – плотность распределения случайной величины T_{spd} .

Считаем, что любому i -му фотону из светового импульса соответствует случайная величина $T_{\text{spd}}(i)$, и все $T_{\text{spd}}(i)$ независимы и одинаково распределены. Тогда время детектирования будет определяться самым коротким из возможных времен фотоотклика:

$$T_{\text{photo}}(t) = \min\{T_{\text{spd}}(i)\}. \quad (4)$$

Событие “Однофотонный отклик не зарегистрирован до времени t ” выражается таким образом:

$$\{T_{\text{photo}} \geq t\} = \left(\bigcup_{k=1}^{\infty} (\{Nph = k\} \bigcap_{i=1}^k \{T_{\text{spd}}(i) \geq t\}) \right) \cup \{Nph = 0\}. \quad (5)$$

Переходя к вероятностям, получим

$$\begin{aligned} P\{T_{\text{photo}} \geq t\} &= \sum_{k=1}^{\infty} (P\{Nph = k\} \prod_{i=1}^k P\{T_{\text{spd}}(i) \geq t\}) + P\{Nph = 0\} = \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{\langle Nph \rangle^k \times e^{-\langle Nph \rangle}}{k!} \times (P\{T_{\text{spd}} \geq t\})^k \right) + e^{-\langle Nph \rangle} = e^{-\langle Nph \rangle + \langle Nph \rangle \times P\{T_{\text{spd}} \geq t\}}. \end{aligned} \quad (6)$$

В терминах функции распределения (6) выражается в виде:

$$1 - P_{\text{photo}}(t) = \exp\{-\langle Nph \rangle \times P_{\text{spd}}(t)\}. \quad (7)$$

Таким образом, функция распределения времен однофотонной регистрации имеет вид:

$$P_{\text{spd}}(t) = \frac{-1}{\lambda} \times \ln[1 - P_{\text{photo}}(t)], \quad (8)$$

где λ – Пуассоновский параметр.

Переходя к экспериментально измеряемым характеристикам, получаем:

$$P_{\text{spd}}(t) = \frac{-1}{\lambda} \times \ln \left[\frac{1 - P_{\text{total}}(t)}{1 - P_{\text{dark}}(t)} \right]. \quad (9)$$

Плотность распределения времен однофотонной регистрации выражается:

$$R_{\text{spd}}(t) = \frac{1}{\lambda} \times \left[\frac{R_{\text{total}}}{1 - P_{\text{total}}} - \frac{R_{\text{dark}}}{1 - P_{\text{dark}}} \right]. \quad (10)$$

Для Пуассоновских темновых потоков, в которых события независимы друг от друга и регистрируются со средней частотой DCR ,

$$P_{\text{dark}}(t) = 1 - \exp(-DCR \times t). \quad (11)$$

Тогда выражения (9) и (10) принимают вид:

$$P_{\text{spd}}(t) = \frac{-1}{\lambda} \times \{\ln[1 - P_{\text{total}}(t)] + DCR \times t\}, \quad (12)$$

$$R_{\text{spd}}(t) = \frac{1}{\lambda} \times \left[\frac{R_{\text{total}}}{1 - P_{\text{total}}} - DCR \right]. \quad (13)$$

Моделирование распределения методом Монте-Карло. Для оценки возможностей методики мы провели моделирование случайных процессов детектирования методом Монте-Карло и обработали полученные результаты по (9), (10).

В модель были заложены следующие предположения и параметры:

– функция распределения времени от генерации до детектирования единичного фотона задана в виде:

$$P_{\text{spd}}(t) = PDE \times P_{\text{gauss}}(t),$$

где $P_{\text{gauss}}(t)$ имеет Гауссовское распределение со средним временем прихода фотоотклика $\langle T_{\text{spd}} \rangle = 30$ нс и со среднеквадратичным отклонением $RMS(T_{\text{spd}}) = 1$ нс;

– полная вероятность детектирования $PDE = 30\%$;

- темновой поток имеет Пуассоновское распределение с частотой $DCR = 3$ МГц;
- максимальный временной интервал измерения момента прихода выходного сигнала $T_{\max} = 100$ нс;
- гистограммы времени прихода T_x строились по 500 бином с размером бина 0.2 нс;
- количество поданных световых импульсов в эксперименте – 10000;
- среднее число фотонов в импульсе $\langle Nph \rangle$ варьировалось от 0.1 до 10.

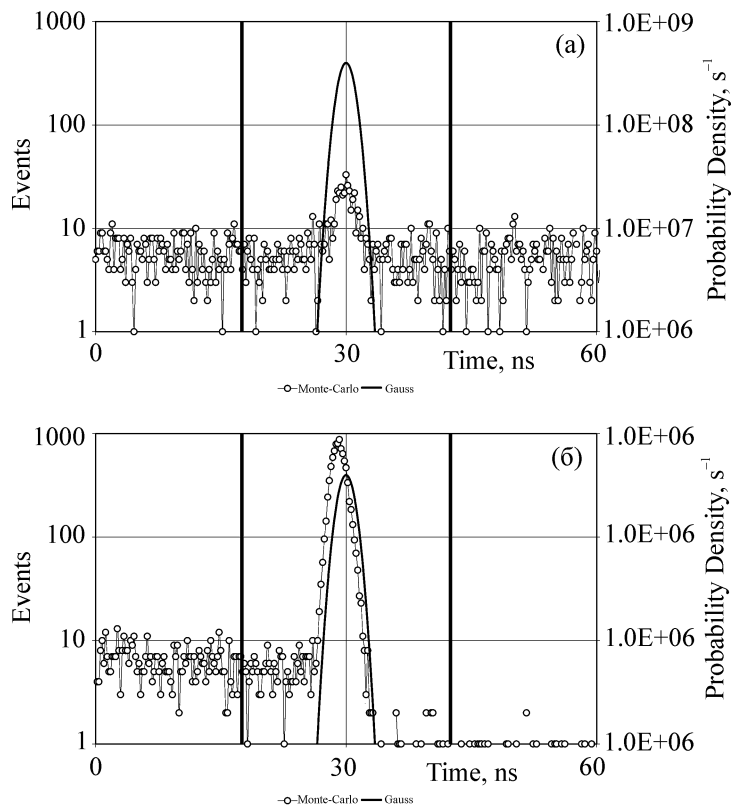


Рис. 1: Гистограмма времен прихода выходных сигналов ТФЭУ при моделировании случайных процессов фотоотклика на короткий световой импульс с наложением темнового счета методом Монте-Карло при $\langle T_{\text{spd}} \rangle = 30$ нс, $RMS(T_{\text{spd}}) = 1$ нс, $DCR = 3$ МГц; (а) низкая интенсивность сигнала – $\langle Nph \rangle = 0.1$; (б) высокая интенсивность сигнала – $\langle Nph \rangle = 10$.

На рис. 1 представлен исходный результат испытаний – гистограмма сгенерированной последовательности случайных чисел – времен регистрации первого выходного импульса. Видно, что при традиционном подходе к таким измерениям, т.е. при низкой интенсивности светового сигнала (рис. 1(а)) пик гистограммы (ряд данных Monte-Carlo)

совпадает с заложенной в модель кривой плотности распределения (кривая Gauss), однако шумы темнового счета очень затрудняют количественные оценки параметров распределения. Вместе с тем, при увеличении числа фотонов от 0.1 до 10 происходит искажение формы пика гистограммы (рис. 1(б)).

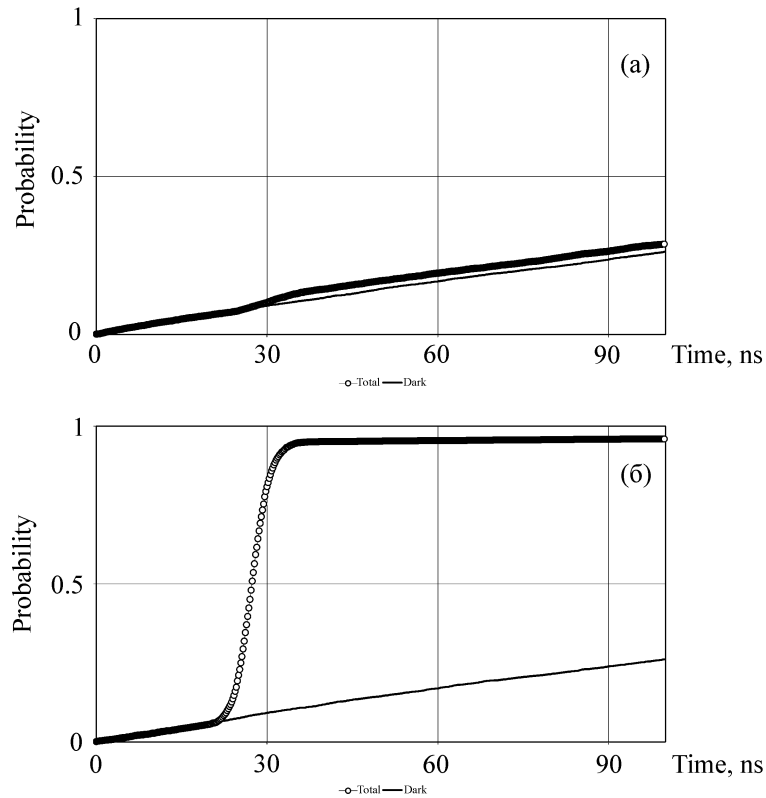


Рис. 2: Функция распределения времен прихода выходных сигналов ТФЭУ из данных рис. 1 при освещении (*Total*) и в темноте (*Dark*); (а) низкая интенсивность сигнала – $\langle N_{ph} \rangle = 0.1$; (б) высокая интенсивность сигнала – $\langle N_{ph} \rangle = 10$.

Нормируя и суммируя экспериментальные данные из рис. 1(а) и (б), мы строим функции распределения времён прихода сигналов, представленные на рис. 2(а) и (б) соответственно (ряды данных *Total*). На рис. 2 также представлены экспериментальные темновые функции распределения (ряды данных *Dark*). Обработывая данные из рис. 2 в соответствии с (9) и (10), мы получаем набор зависимостей $P_{spd}(t)$ и $R_{spd}(t)$, которые представлены на рис. 3 и 4 соответственно.

Обсуждение. Полученные результаты демонстрируют возможность адекватного восстановления распределения времен однофотонного фотоотклика в условиях боль-

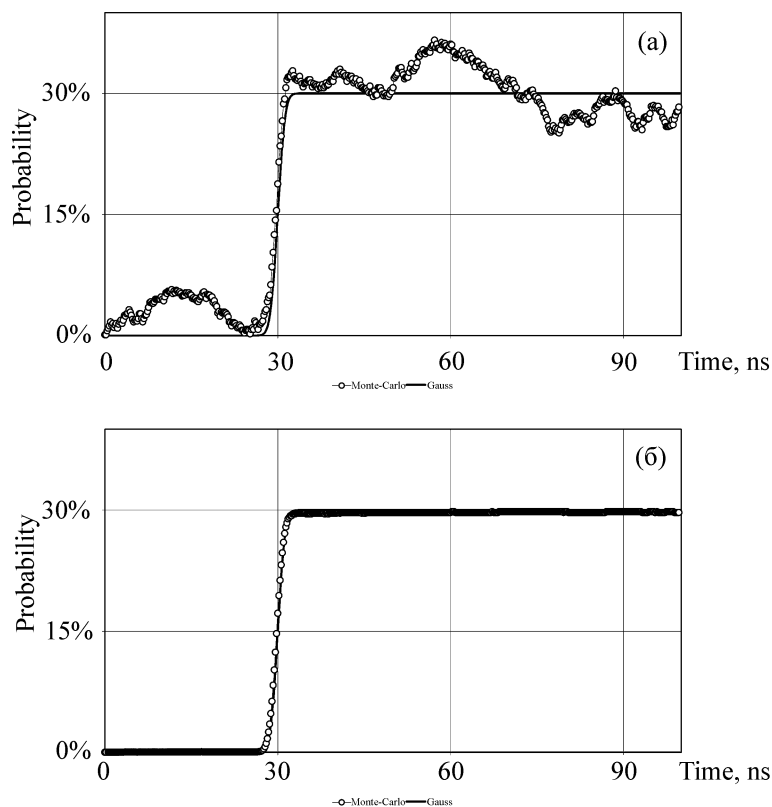


Рис. 3: Функция распределения времен регистрации единичного фотона, т.е. зависимость вероятности детектирования от времени, восстановленная по данным рис. 2: (а) низкая интенсивность сигнала – $\langle N\rho h \rangle = 0.1$; (б) высокая интенсивность сигнала – $\langle N\rho h \rangle = 10$.

шого темнового счета и для различного среднего числа фотонов в световом импульсе. Средний уровень темновых отсчетов в результирующей плотности распределения уменьшается до нуля, что особенно полезно при малом числе фотонов (в исходной гистограмме темновая подставка составляла в среднем 6 отсчетов на бин, отношение максимума пика к уровню подставки ~ 4). Применение многофотонного импульса дает существенное повышение отношения сигнал/шум без искажения формы результирующего распределения времен однофотонного фотоотклика.

Тем не менее, необходимо учитывать ограничения диапазона применимости многофотонной методики, которые связаны с насыщением функций распределения $P_{\text{total}}(t)$ и $P_{\text{dark}}(t)$ на больших временах регистрации. Когда эти функции приближаются к единице, оценки по формулам (9), (10) или (12), (13) становятся неустойчивыми. Можно

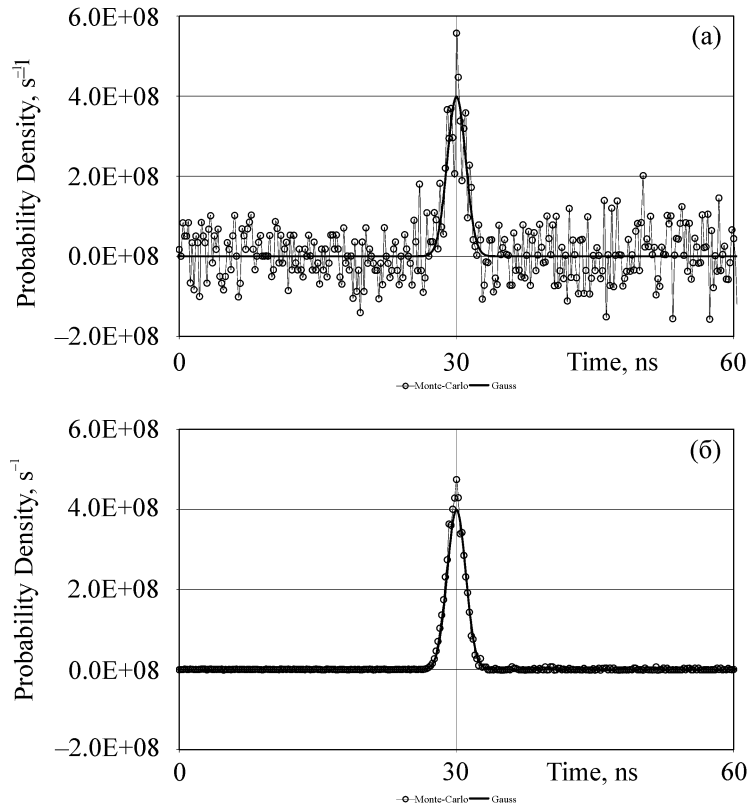


Рис. 4: Плотность функции распределения времен регистрации единичного фотона, т.е. характеристика TTS , восстановленная по данным рис. 3: (а) низкая интенсивность сигнала – $\langle Nph \rangle = 0.1$; (б) высокая интенсивность сигнала – $\langle Nph \rangle = 10$.

показать, что критерий приемлемого рабочего диапазона выражается через среднее число регистрируемых событий L на интервале измерения T_{\max} следующим образом:

$$L = Nph \times PDE + DCR \times T_{\max} < -\ln(\varepsilon) = L_{\max}, \quad (14)$$

где ε – величина, на которую функция распределения $P_{\text{total}}(t)$ должна не доходить до единичного уровня для устойчивости обработки экспериментальных результатов.

Предельное время T_{\max} , при котором можно проанализировать временную зависимость вероятности однофотонного детектирования при малой интенсивности света (т.е. при $\langle Nph \rangle \ll DCR \times T_{\max}/PDE$), ограничено темновым счетом и составляет L_{\max}/DCR . Предельное число фотонов, которое позволяет получить информацию о временной зависимости $P_{\text{spd}}(t)$ в диапазоне малых времен (т.е. при $T_{\max} \ll PDE \times \langle Nph \rangle / DCR$) ограничено величиной L_{\max}/PDE . Например, для принятых параметров модели Монте-Карло мы получаем следующие предельные оценки $T_{\max} \sim 1$ мкс

и $\langle Nph \rangle \sim 10$ при $\varepsilon = 0.05$ и $L_{\max} \sim 3$. Это наглядно демонстрируется на графиках рис. 2: в случае (а) функция $P_{\text{total}}(t)$ еще далека от насыщения и временной диапазон возможной регистрации много больше 100 нс, тогда как в случае (б) при 10 фотонах в импульсе функция $P_{\text{total}}(t)$ близка к насыщению уже на 30 нс, и дальнейшее увеличение числа фотонов даст ухудшение точности методики.

Необходимо также иметь в виду еще одно ограничение на предельное число фотонов – сохранение линейности импульсного фотоотклика (динамического диапазона). Это особенно актуально для ТФЭУ, динамический диапазон которых ограничен числом пикселей. Как показано в работах [9, 19], в ТФЭУ при большом числе фотонов в коротком световом импульсе функция распределения числа сработавших пикселей (импульсов фотоотклика) вместо Пуассоновской становится биномиальной, а вероятность детектирования уменьшается. Такая ситуация не учитывалась в нашей модели с предположением о независимости времен $T_{\text{spd}}(i)$ для всех фотонов в импульсе и для любого числа фотонов в импульсе.

Заключение. В настоящей работе ключевые параметры временного разрешения фотодетектора (PDE и TTS) рассматриваются как взаимосвязанные вероятностные характеристики процесса регистрации коротких световых импульсов. Единой характеристикой процесса является несобственная функция распределения времен регистрации единичного фотона. Уровень насыщения функции распределения на больших временах соответствует значению счетной PDE. Плотность распределения представляет собой инструментальную функцию фотоотклика фотодетектора на единичный фотон, которая соответствует однофотонной гистограмме TTS. В работе предложена аналитическая модель функции распределения и методика измерения многофотонных импульсов, которая позволяет получать устойчивые к темновым шумам и надежно калиброванные характеристики однофотонного детектирования, в частности PDE и TTS, в одном эксперименте. Продемонстрировано, что эффективность измерений и точность результатов может быть на порядки повышена за счет увеличения среднего числа фотонов в импульсе. Полученные результаты представляются особенно актуальными для решения проблем измерения параметров временного разрешения ТФЭУ.

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] D. A. Shushakov and V. E. Shubin, Proc. SPIE, **2397**, 544 (1995).
- [2] D. A. Shushakov and V. E. Shubin, Proc. SPIE, **2699**, 173 (1996).
- [3] P. P. Antich, E. N. Tsyganov, N. A. Malakhov, and Z. Y. Sadygov, Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res. A, **389**(3), 491 (1997).

- [4] N. Bacchetta et al., Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res. A, **387**(1-2), 225 (1997).
- [5] G. Bondarenko, B. Dolgoshein, V. Golovin, et al., Nuclear Physics B – Proc. Suppl., **61**(3), 347 (1998).
- [6] В. Э. Шубин, Д. А. Шушаков, Краткие сообщения по физике ФИАН, No. 2, (2000).
- [7] E. Levin, E. Shelegeda, V. E. Shubin, et al., Proc. SPIE, **6913**, 69130J (2008).
- [8] Y. Musienko, Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res. A, **598**, 213 (2009).
- [9] S. Vinogradov, T. Vinogradova, V. Shubin, et al., IEEE Trans. Nucl. Sci., **58**, 1 (2011).
- [10] G. Bonanno et al., Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res. A, **610**, 1 (2009).
- [11] P. Finocchiaro et al., IEEE Trans. Nucl. Sci., **56**(3), 1033 (2009).
- [12] В. Г. Лапшин, М. Н. Омеляненко, И. В. Рыжиков, В. И. Рыкалин, *Одноэлектронный метод исследования временных характеристик импульсных источников света наносекундной длительности*, в: *Карбид кремния* (изд. АН УССР, Киев, 1966), с. 344.
- [13] W. Becker and A. Bergmann, Becker & Hickl GmbH, Berlin, 2002: <http://www.becker-hickl.de/pdf/spcdetect1.pdf>
- [14] W. Becker, Becker & Hickl GmbH, Berlin, 2008: <http://www.becker-hickl.de/pdf/irfmp04.pdf>
- [15] W. Becker et al., Proc. SPIE **4963**, 30 (2003).
- [16] A. Ronzhin et al., Nuclear Science Symposium Conference Record, NSS '08, IEEE, 2008: <http://dx.doi.org/10.1109/NSSMIC.2008.4774837>
- [17] W. Farr, Proc. SPIE, **7199**, 23 (2009).
- [18] В. Феллер, *Введение в теорию вероятностей и ее приложения*. Т. 1 (М., Мир, 1984).
- [19] A. Stoykov, Y. Musienko, A. Kuznetsov, et al., J. of Instrumentation, **2**, P06005 (2007).

Поступила в редакцию 14 апреля 2010 г.

Доработана 12 апреля 2011 г.