

ОПТИМАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ АКУСТООПТИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В КРИСТАЛЛАХ С ГИРОТРОПИЕЙ

О. В. Шакин¹, В. Н. Белый², М. А. Казарян³,

Ю. М. Мокрушин^{1,4}, В. И. Сачков⁵

Рассматриваются условия акустооптического взаимодействия в кристаллах, обладающих гиротропией. Произведен расчет оптимальной длины акустооптического взаимодействия и эффективности дифракции в гиротропном направлении. Для расчета эффективности дифракции использовался метод связанных волн, который позволяет рассчитать, как взаимодействуют поля в гиротропном кристалле [1]. Теоретически показано и экспериментально подтверждено, что эффективность дифракции в гиротропном направлении не зависит от состояния поляризации падающего излучения, когда плоскость поляризации излучения на длине взаимодействия поворачивается на 45 градусов.

Ключевые слова: акустооптическое взаимодействие, дифракция, гиротропные кристаллы, парателлурит.

1. *Анизотропная дифракция в оптически-активных кристаллах.* Теоретически и экспериментально исследованы особенности дифракции света на упругих волнах в оптически-активных кристаллах.

¹ Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, Политехническая ул., 26, Санкт-Петербург, 194021, Россия; e-mail: oshakin@mail.ru.

² Институт физики им. Б. И. Степанова НАН Беларуси, Пр. Ф. Скорины, 70, Минск, 220072, Беларусь.

³ Учреждение Российской академии наук Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, Ленинский пр., 53, Москва, 199991, Россия.

⁴ Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, Политехническая ул., 29, Санкт-Петербург, 195251, Россия.

⁵ Сибирский физико-технический институт им. Акад. В. Д. Кузнецова, Томск, Новособорная пл., 1, 634050, Россия.

При решении задачи внутррезонаторного управления неполяризованным излучением лазера с помощью акустооптической ячейки из кристалла партеллурита предполагалось, что свет будет падать на ячейку вдоль оптической оси. Это направление соответствует максимальной эффективности дифракции. Направление вектора поляризации падающего излучения может быть произвольным, поскольку в кристалле вдоль оптически-активного направления могут распространяться только лево- и правополяризованные циркулярные оптические волны.

Теоретическое рассмотрение этого явления показало, что при выполнении определенных условий, а именно при определенной длине акустооптического взаимодействия, эффективность дифракции для неполяризованного падающего излучения не будет зависеть от направления векторов поляризации. Экспериментальные исследования подтвердили правильность предположения о независимости эффективности акустооптической дифракции от векторов поляризации падающего излучения. Эта особенность акустооптического взаимодействия была использована в устройстве для модуляции добротности технологического лазера на алюмоиттриевом гранате, допированном неодимом, а также в волоконно-оптическом аттенуаторе, к которому предъявлялись жесткие требования независимости интенсивности дифрагированного излучения от его поляризации. Существует ряд работ [2–5], в которых рассматривается возможность использования особенностей акустооптической дифракции вблизи оптической оси кристалла парателлурита.

2. *Расчет оптимальной длины акустооптического взаимодействия в кристалле парателлурита.* При малых ультразвуковых частотах падающая и дифрагированная световые волны в кристалле парателлурита TeO_2 распространяются под малыми (порядка нескольких градусов) углами к оптической оси кристалла. В этом случае можно пренебречь оптической анизотропией и аппроксимировать сечение поверхности волновых векторов вблизи оптической оси окружностями радиусов $k_- = k_0 - \rho$ и $k_+ = k_0 + \rho$, где $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} n_0$ – волновой вектор обыкновенной волны, а ρ – параметр удельного вращения плоскости поляризации (рис. 1). Двум поверхностям волновых векторов k_{\pm} отвечают циркулярно-поляризованные волны с единичными векторами поляризации $\vec{u}_{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{e}_x \pm i\vec{e}_y)$, причем \vec{e}_x и \vec{e}_y – это орты вдоль осей X $\parallel [110]$ и Y $\parallel [\bar{1}10]$. Для определенности считаем, что волна с левой поляризацией \vec{u}_+ является медленной модой и характеризуется показателем преломления $n_+ = n_0 + \gamma$, а волна с правой поляризацией \vec{u}_- является быстрой модой с показателем преломления $n_- = n_0 - \gamma$ (кристалл с правым вращением). Здесь γ – параметр гирации, связанный с удельным вращением

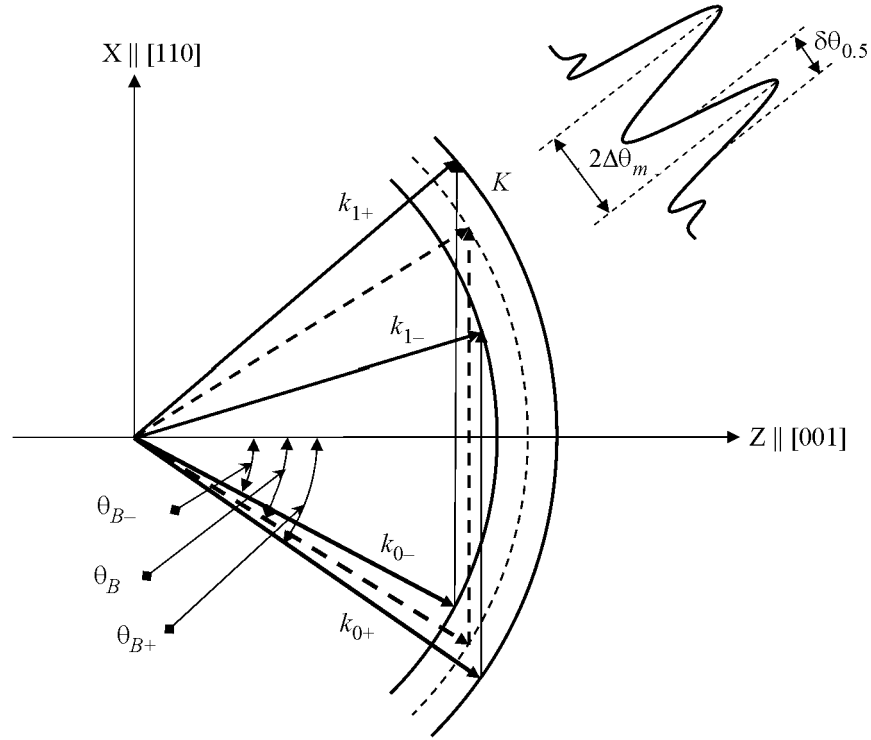


Рис. 1: Геометрия акустооптического взаимодействия в кристалле парателлурита вблизи оптической оси (пояснения в тексте).

соотношением

$$\rho = \frac{2\pi}{\lambda_0} \gamma. \quad (1)$$

При дифракции света на медленной сдвиговой акустической волне коэффициенты акустооптического взаимодействия отличны от нуля только для анизотропных процессов рассеяния, когда левополяризованная волна \vec{u}_+ дифрагирует, превращаясь в правополяризованную \vec{u}_- , и наоборот. Поэтому в общем случае наблюдаются два дифракционных максимума. Максимуму слева (если смотреть вдоль направления распространения) соответствует дифракция с превращением волны с правой поляризацией в левополяризованную волну ($\vec{u}_- \rightarrow \vec{u}_+$), при этом условии брэгговского синхронизма $\vec{k}_{0-} + \vec{K} = \vec{k}_{1+}$ выполняется для угла падения $\theta_B - \Delta\theta_m$, где $\theta_B = \arcsin(\lambda_0/2\Lambda n_0)$ – угол Брэгга в отсутствие гиротропии, Λ – длина акустической волны, а

$$\Delta\theta_m = \frac{2\gamma}{n_0 \sin 2\theta_B}. \quad (2)$$

Максимуму справа соответствует дифракция $\vec{u}_+ \rightarrow \vec{u}_-$, и условие фазового согласования выполняется для углов $\theta_{B\pm} = \theta_B \pm \Delta\theta_m$.

Реальный световой пучок можно представить в виде спектра плоских пространственных гармоник, каждая из которых, взаимодействуя со звуком, формирует угловой спектр дифрагированного излучения. Плоские световые волны, которые распространяются под углом $\theta_B \pm \Delta\theta_m$, наиболее интенсивно взаимодействуют со звуком, так как их волновые векторы в точности удовлетворяют условиям фазового синхронизма. Эти волны формируют дифракционную картину в виде трехпиковой структуры.

Известно, что из-за конечной длины l пьезопреобразователя происходит уширение дифракционного максимума, при этом угловая ширина $\delta\theta_{0.5}$ каждого брэгговского пика на половинном уровне от максимальной интенсивности дается выражением

$$\delta\theta_{0.5} = \frac{\lambda_0}{2n_0l \sin 2\theta_B}. \quad (3)$$

Очевидно, что два дифракционных пика сливаются (рис. 1), если угловое расстояние между ними $2\Delta\theta_m$ совпадает с угловой шириной отдельного максимума, то есть

$$2\Delta\theta_m = \delta\theta_{0.5}. \quad (4)$$

Из (4) с учетом (2) и (3) получаем

$$\frac{4\gamma}{n_0 \sin 2\theta_B} = \frac{\lambda_0}{2n_0l \sin 2\theta_B}, \quad (5)$$

таким образом,

$$\frac{2\pi}{\lambda_0}\gamma l = \frac{\pi}{4}. \quad (6)$$

Поскольку $\frac{2\pi}{\lambda_0}\gamma = \rho$, то из (6) окончательно следует искомое условие

$$\rho l = \frac{\pi}{4}. \quad (7)$$

Условие (7) можно получить и из других простых соображений. Из-за упругооптического эффекта изменяется показатель преломления n_0 на величину Δn_a , вследствие чего происходит “размазывание” поверхности волновых векторов. Условие Брэгга выполняется одновременно для двух анизотропных процессов, то есть происходит слияние двух пиков, если

$$n_+ - n_- = \Delta n_a \text{ или } 2\gamma = \Delta n_a. \quad (8)$$

Из (1) и (8) получаем

$$2\rho l = \Delta\Phi, \text{ где } \Delta\Phi = \frac{2\pi}{\lambda_0}\Delta n_a l. \quad (9)$$

Таким образом, удвоенный поворот плоскости поляризации должен быть равен изменению фазы дифрагированной волны на длине акустооптического взаимодействия l . Условие максимума эффективности брэгговской дифракции требует, с другой стороны, чтобы $\Delta\Phi = \pi/2$.

Поэтому из (9) получаем

$$\rho l = \frac{\pi}{4}. \quad (10)$$

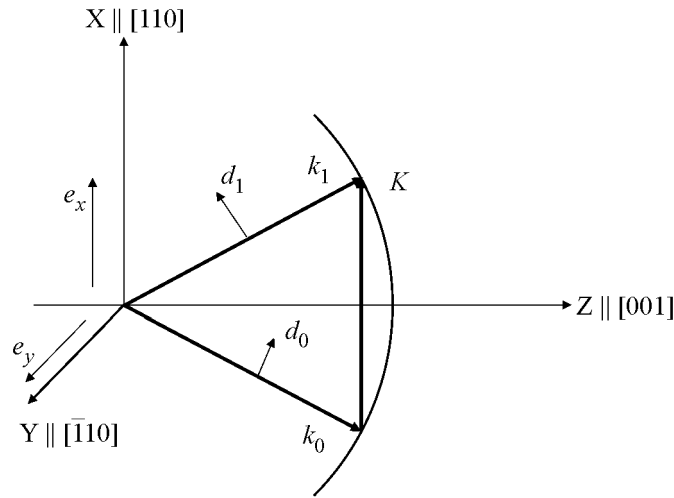


Рис. 2: Геометрия акустооптического взаимодействия в кристалле парателлурита.

3. Расчет эффективности дифракции в гиротропном кристалле парателлурита при произвольной поляризации падающего излучения. Для расчета эффективности дифракции воспользуемся методом связанных волн для расчета взаимодействующих полей в гиротропном одноосном кристалле [1]. Обозначим через X, Y, Z оси кристаллографической системы координат кристалла TeO_2 с ортами $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$. На рис. 2 показана геометрия акустооптического взаимодействия, где вдоль оси X $\parallel [110]$ распространяется сдвиговая акустическая волна с поляризацией по оси Y $\parallel [\bar{1}10]$, а свет распространяется вблизи оптической оси Z $\parallel [001]$. Тогда решение волнового уравнения мы будем искать в виде суммы двух связанных волн с медленно меняющимися амплитудами

$$\vec{E}(x, z) = \vec{E}_0(z) \exp[i(\vec{k}_0 \vec{r} - \omega_0 t)] + \vec{E}_1(z) \exp[i(\vec{k}_1 \vec{r} - \omega_1 t)], \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned} \vec{E}_0(z) &= A_{\perp}(z) \vec{e}_y + A_{\parallel}(z) \vec{d}_0, \\ \vec{E}_1(z) &= B_{\perp}(z) \vec{e}_y + B_{\parallel}(z) \vec{d}_1, \end{aligned} \quad (12)$$

причем θ – угол между \vec{K}_0 и фронтом ультразвуковой волны, а влияние гиротропии заключается в изменении векторов поля \vec{E}_0 , \vec{E}_1 по сравнению со случаем негиротропной среды. В выражении (11) электрический вектор падающей волны представлен в виде разложения на A_\perp и A_\parallel – компоненты, перпендикулярную и параллельную плоскости дифракции, а электрический вектор дифрагированной волны \vec{E}_1 – в виде разложения на компоненты B_\perp и B_\parallel . Здесь \vec{e}_y – единичный вектор, ортогональный плоскости дифракции XZ, а

$$\vec{d}_0 = \frac{[\vec{e}_y \vec{K}_0]}{||[\vec{e}_y \vec{K}_0]||}, \quad \vec{d}_1 = \frac{[\vec{e}_y \vec{K}_1]}{||[\vec{e}_y \vec{K}_1]||} \quad (13)$$

– единичные векторы поляризации, лежащие в этой плоскости.

Подставляя выражение (11) в волновое уравнение, получаем систему четырех уравнений для компонент A_\perp , A_\parallel , B_\perp и B_\parallel , которую удобно представить в матричной форме

$$\frac{d}{dz} \vec{X} = M \vec{X}, \quad (14)$$

$$\vec{X} = \begin{pmatrix} A_\perp \\ A_\parallel \\ B_\perp \\ B_\parallel \end{pmatrix}, \quad M = \begin{pmatrix} 0 & \rho & 0 & i\chi \\ -\rho & 0 & i\chi & 0 \\ 0 & i\chi & 0 & \rho \\ i\chi & 0 & -\rho & 0 \end{pmatrix}, \quad (15)$$

где ρ – удельное вращение кристалла, $\chi = \frac{\pi}{2\lambda_0 \cos \theta_B} n_0^3 S(p_{11} - p_{12})$, S – амплитуда деформации в звуковой волне.

Поскольку амплитуда деформации связана с акустической мощностью P_a соотношением

$$P_a = 0.5\sigma v^3 S^2 l h, \quad (16)$$

где σ – плотность кристалла, v – скорость акустической волны, l и h – длина и высота пьезопреобразователя, то выражение для χ удобно представить в виде

$$\chi = \frac{\pi}{\lambda_0 \cos \theta_B} \sqrt{\frac{M_2 P_a}{2lh}}, \quad (17)$$

причем $M_2 = n_0^6 p_{\text{eff}}^2 / \sigma v^3$, $p_{\text{eff}} = p_{11} - p_{12}$.

Для описания распространения падающей и дифрагированной волн в областях кристалла $(-l_1, 0)$ и (l, l_2) , где акустическая волна отсутствует (рис. 3), в (15) достаточно положить $\chi = 0$. Тогда из решения (14) следует, что обе волны распространяются независимо друг от друга и испытывают на заданной толщине кристалла поворот плоскости поляризации.

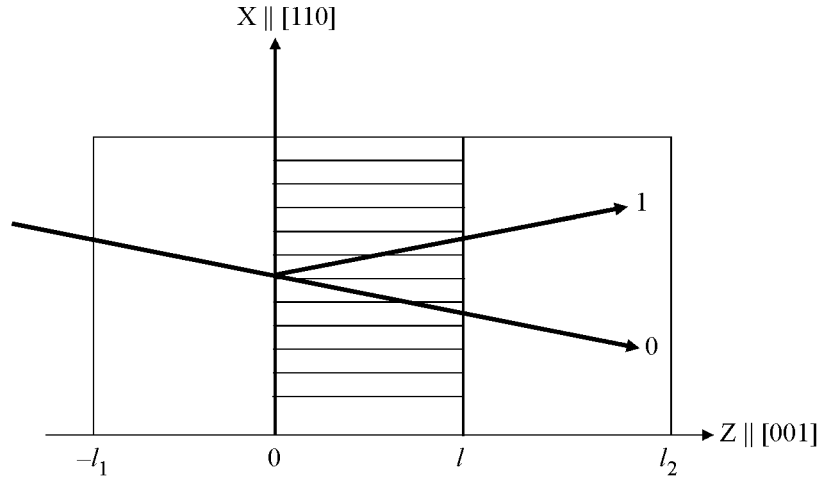


Рис. 3: Схема области акустооптического взаимодействия в кристалле парателлурита.

Пусть на передней грани ($Z = 0$) области акустооптического взаимодействия падающее световое излучение имеет произвольную поляризацию. Обозначим через τ эллиптичность волны, а через φ – угол между большой осью эллипса поляризации и осью X . Для этого случая электрический вектор $\vec{E}_0(0)$ падающей волны может быть записан в виде

$$\vec{E}_0(0) = A_{\perp}^0 \vec{e}_y + A_{\parallel}^0 \vec{d}_0, \tag{18}$$

где

$$\begin{aligned} A_{\perp}^0 &= A_0(\sin \varphi + i\tau \cos \varphi), \\ A_{\parallel}^0 &= A_0(\cos \varphi + i\tau \sin \varphi). \end{aligned} \tag{19}$$

Если падающий пучок имеет линейную поляризацию с произвольным азимутом φ , то (19) запишется в более простой форме

$$\vec{E}(0) = A_0(\sin \varphi \vec{e}_y + \cos \varphi \vec{d}_0). \tag{20}$$

Решение матричного уравнения (14) мы будем искать, используя вектор-столбец граничных условий

$$\vec{X}_0 = \begin{bmatrix} A_{\perp}^0 \\ A_{\parallel}^0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{21}$$

который, согласно (20), (21), задает на границе $Z = 0$ произвольную поляризацию падающего излучения.

Решение уравнений (14), (15) с граничным условием (21) запишется в виде

$$\vec{X} = e^{Mz} \vec{X}_0 = [(Y_{11} + Y_{12}z)e^{\lambda_1 z} + (Y_{21} + Y_{22}z)e^{\lambda_2 z}] \vec{X}_0, \quad (22)$$

где Y_{ik} – компоненты матрицы M , λ_1 и λ_2 – кратные корни характеристического уравнения $\det(M - \lambda) = 0$, причем

$$\lambda_{1,2} = \pm i\sqrt{\chi^2 + \rho^2}. \quad (23)$$

Вычисление матриц Y_{ik} дает

$$Y_{11} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -iz & 0 & s \\ iz & 1 & s & 0 \\ 0 & s & 1 & -iz \\ s & 0 & iz & 1 \end{pmatrix}, \quad Y_{21} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & iz & 0 & -s \\ -iz & 1 & -s & 0 \\ 0 & -s & 1 & iz \\ -s & 0 & -iz & 1 \end{pmatrix},$$

$$Y_{12} = Y_{22} = 0, \quad (24)$$

где введены обозначения

$$S = \frac{\chi}{\sqrt{\chi^2 + \rho^2}}, \quad r = \frac{\rho}{\sqrt{\chi^2 + \rho^2}}. \quad (25)$$

С помощью (25) и граничных условий (21) решение (22) для электрического вектора дифрагированного пучка $\vec{E}_1(z)$ представим в виде

$$\vec{E}_1 = B_{\perp}(z)\vec{e}_y + B_{\parallel}(z)\vec{e}_x, \quad (26)$$

$$B_{\perp}(z) = isA_{\parallel}^0 \sin(z\sqrt{\chi^2 + \rho^2}),$$

$$B_{\parallel}(z) = isA_{\perp}^0 \sin(z\sqrt{\chi^2 + \rho^2}). \quad (27)$$

Подставляя (26) в выражение для эффективности дифракции $\eta = E_1 E_1^* / A_1 A_1^*$, окончательно получаем на выходной грани ($Z = l$) области акустооптического взаимодействия

$$\eta = \frac{\chi^2}{\chi^2 + \rho^2} \sin^2 \left(l\sqrt{\chi^2 + \rho^2} \right). \quad (28)$$

Это означает, что эффективность дифракции не зависит от состояния поляризации падающего излучения.

Таким образом, эффективность дифракции при выполнении условия $\rho l = \pi/4$ не зависит ни от азимута поляризации φ , ни от эллиптичности τ падающего излучения и дается выражением (28).

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред* (М., Гостехиздат, 1957).
- [2] Ф. И. Федоров, *Теория гиротропии* (Минск, Наука и техника, 1976).
- [3] M. S. Kharusi, G. W. Fagnell, *Can. J. Phys.* **47**, 2719 (1969).
- [4] А. М. Петров, Г. А. Смоленский, В. В. Леманов и др., *Опτικο-механическая промышленность*, № 4, 31 (1979).
- [5] Е. Р. Мустель, В. Н. Парыгин, *Методы модуляции и сканирования света* (М., Наука, 1970).

Поступила в редакцию 24 марта 2010 г.

После переработки 7 июля 2011 г.