

МИКРОВОЛНОВОЙ И ОПТИЧЕСКИЙ ПРОБОЙ ГАЗОВ И ГЕНЕРАЦИЯ ГАРМОНИК ПОЛЯ

М. В. Кузелев, О. А. Омаров, А. А. Рухадзе

В работе исследуется пробой газов в сильных электромагнитных полях микроволнового и оптического диапазонов частот. Под сильными полями понимаются поля, энергия осцилляций электронов в которых превосходит потенциал ионизации атомов газа, но которые все еще малы для полевой ионизации атомов. В таких полях частота неупругих столкновений электронов больше частоты упругих столкновений. Как следствие, процесс ионизации атомов сопровождается эффективной генерацией высоких гармоник поля.

Ключевые слова: микроволновой и оптический пробой газов, гармоники, ионизация.

1. *Введение. Постановка задачи.* Речь пойдет об ионизации атомов газа в поле электромагнитной волны,

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \cos(\omega_0 t - \vec{k}\vec{r}) \quad (1)$$

большой амплитуды в условиях, когда выполнено условие

$$v_E = \frac{eE_0}{m\omega_0} \gg v_i = \sqrt{\frac{2I_i}{m}}. \quad (2)$$

Здесь ω_0 – частота, а \vec{k} – волновой вектор волны, $I_i \approx 10 - 15$ eV – потенциал ионизации атома, e и m – заряд и масса электрона.

В микроволновой области частот $\omega_0 \simeq 10^{11}$ с⁻¹ условие (2) выполняется в полях $E_0 > 10^4$ V/cm или при плотностях мощности излучения $P = E_0^2/8\pi > 10^5$ W/cm². Это поле на много порядков меньше атомного поля ($E_a \simeq 8 \cdot 10^9$ V/cm), а поэтому о полевой ионизации атомов газа не может быть и речи. Ионизация атомов газа будет происходить электронным ударом непосредственно осциллирующими в поле волны электронами.

Учреждение Российской академии наук Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН; 119991, Москва, ул. Вавилова, 38; e-mail: rukh@fpl.gpi.ru.

Несколько иная ситуация имеет место в оптической области частот $\omega_0 \sim 10^{15} \text{ с}^{-1}$. Условие (2) при этих частотах выполняется в полях $E_0 \geq 10^8 \text{ В/см}$ или, что то же самое, при плотностях мощности излучения $P = cE_0^2/8\pi \geq 10^{13} \text{ Вт/см}^2$. Это поле в 50 раз меньше атомного поля, а мощность в 2500 раз меньше атомной мощности ($P_a \simeq 3 \cdot 10^{16} \text{ Вт/см}^2$). В полях, сравнимых и выше атомного поля, ионизация атомов становится чисто полевой и происходит практически мгновенно (менее чем за полпериода поля излучения). Поэтому, говоря об оптическом пробое, для нас более подходящим является пробой в поле CO_2 лазерного излучения с частотой $\omega_0 \approx 2 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$. В таком излучении условие (2) выполняется в полях $E_0 \geq 2 \cdot 10^7 \text{ В/см}$ (или при плотностях мощности $P \geq 4 \cdot 10^{11} \text{ Вт/см}^2$), что намного меньше атомного поля, а следовательно, и область применимости полученных ниже результатов намного шире.

2. *Функция распределения электронов в процессе ионизации газа.* Прежде чем перейти к решению сформулированной задачи ионизации газа в сильных полях, получим функцию распределения электронов ионизации. Такая функция впервые была получена в работе [1] и строго обоснована в [2]. Ограничиваясь полями меньше атомного поля, мы, тем самым, рассматриваем нерелятивистское движение электрона в поле волны. Поэтому в выражении (1) мы можем пренебречь пространственной зависимостью поля волны и записать скорость движения электрона в поле волны в виде

$$\vec{v} = \frac{e\vec{E}_0}{m\omega_0}(\sin \omega_0 t - \sin \varphi).$$

Здесь φ – фаза поля в момент рождения электрона.

Равновесное кинетическое уравнение, описывающее функцию распределения электронов в процессе ионизации газа, при этом записывается в виде

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} + e\vec{E}_0 \cos(\omega_0 t + \varphi) \frac{\partial f_0}{\partial \vec{p}} = n_0 w_i \delta(\vec{p}). \quad (3)$$

Здесь n_0 – плотность нейтральных частиц газа, w_i – вероятность ионизации

$$w_i = \int \nu_{\text{in}}(p') f_0(\vec{p}', t) d\vec{p}', \quad (4)$$

где $\nu_{\text{in}}(p) = n_0 \sigma(v)v$ – частота ионизационных столкновений электрона, n_0 – плотность нейтральных частиц в газе, $\sigma(v)$ – сечение ионизации атома электроном. При написании уравнения (3), кроме принятых выше ограничений, было принято, что тепловым движением электронов по сравнению с его движением в электромагнитном поле можно пренебречь, что обусловлено неравенством (2) (считается, что в процессе ионизации температура электронов не выше потенциала ионизации I_i).

Представив решение уравнения (3) в виде $f_0 = \bar{f}_0 n_e(t)$, имеем

$$\bar{f}_0 = \delta(v_\perp) \delta(v_\parallel - v_E(\sin \omega_0 t - \sin \varphi)). \quad (5)$$

Направление поля \vec{E} принято за продольное направление. Кроме того, считается, что частота поля ω_0 намного превышает частоту ионизации v_i .

Функцию (5) следует усреднить по фазам φ , так как при условии (2) ионизация атома электроном может происходить при любом значении фазы φ . В результате получаем известную функцию равнораспределения [1]:

$$\langle \bar{f}_0 \rangle = \frac{\delta(v_\perp)}{\pi \sqrt{v_E^2 - (v_\parallel + v_E \cos \omega_0 t)^2}}. \quad (6)$$

Видно, что распределение по продольным скоростям в (6) является почти постоянным, $\sim 1/v_E$, и растет при $v_\parallel \rightarrow v_E$ как $1/\sqrt{v_\parallel - v_E}$.

Наконец, вычислим плотность электронов $n_e(t)$, уравнение для которой получается из (3) путем подстановки $f_0 = n_e(t) \bar{f}_0(\vec{v})$ и последующего интегрирования по импульсам

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} = \gamma(E_0) n_e = n_0 n_e \int v' \sigma_i(v') \bar{f}_0(\vec{v}') d\vec{v}'. \quad (7)$$

Для сечения ионизации $\sigma(v)$ с хорошей степенью точности можно воспользоваться формулой борновского приближения [3]:

$$\sigma(v) = \frac{\alpha}{v^2} \ln \frac{v}{v_i} \eta(v - v_i). \quad (8)$$

Здесь α зависит от сорта атомов газа, приближенно $\alpha \approx 2\pi Z e^4 / m I_i$ (для атома водорода $I_i = 13.6$ eV, $\alpha = 16/3$ см⁴/с²). Подстановка (8) в (7) приводит к результату

$$n_e(t) = n_e(0) \exp(\gamma t), \quad \gamma = \frac{\alpha n_0}{\pi} \int_{v_i}^{v_E} \frac{dv}{v} \ln \frac{v}{v_i} \times \frac{1}{\sqrt{v_E^2 - v^2}}. \quad (9)$$

С хорошей степенью точности для величины γ получаем оценку

$$\gamma \approx \frac{\alpha n_0}{\pi v_i} \ln^2 \frac{v_E}{v_i} = \frac{4Z e^4 n_0}{m^2 v_i^3} \ln^2 \frac{v_E}{v_i}. \quad (10)$$

3. *Условия применимости полученных результатов.* Выше мы пренебрегли упругими столкновениями электронов с атомами газа, а также полевой ионизацией атомов в сильных полях. Эти требования накладывают определенные ограничения на давление газа (или плотность нейтральных частиц n_0), а также на амплитуду поля \vec{E}_0 . При

условии (2) энергия осцилляций электрона в поле волны, очевидно, будет превосходить и энергию их теплового движения (температуру). Поэтому упругое рассеяние электронов на атомах представляет собой кулоновское рассеяние осциллирующих электронов на ядре и орбитальных электронах атома. Так как энергия осцилляций электрона в поле волны превосходит энергию ионизации атомов газа, то орбитальные электроны атома можно считать свободными, а поэтому их вкладом в рассеянии осциллирующих электронов можно пренебречь. Достаточно ограничиться кулоновским рассеянием на ионах с сечением

$$\sigma_K = \frac{2e^4 Z^2 L_0}{m^2 v^4} \eta(v - v_i). \quad (11)$$

С учетом функции распределения (6) для частоты упругих столкновений осциллирующих электронов получим

$$\nu_{\text{eff}} = n_i \int_{v_i}^{v_E} dv \frac{2e^4 Z^2 L_0}{\pi m^2 v^3} \frac{1}{\sqrt{v_E^2 - v^2}} \approx \frac{2e^4 Z^2 L_0 n_i}{\pi m^2 v_i^2 v_E}. \quad (12)$$

Здесь $L_0 \sim 10 - 20$ – известный кулоновский логарифм.

Сравнивая величины (10) и (12), мы можем записать условие пренебрежения упругими столкновениями по сравнению с неупругими ионизационными столкновениями осциллирующих электронов:

$$\frac{\nu_{\text{eff}}}{\gamma} \simeq \frac{n_i Z L_0}{n_0 2\pi L_i^2} \frac{v_i}{v_E} \ll 1, \quad (13)$$

где $L_i = \ln v_E/v_i \gg 1$.

Рассмотрим теперь условие пренебрежения полевой ионизацией. Вероятность полевой ионизации атома с потенциалом ионизации I_i дается формулой [3]

$$w_i = 4\omega_a \left(\frac{I_i}{I_a} \right)^{5/2} \frac{E_a}{E_0} \exp \left[-\frac{2}{3} \frac{E_a}{E_i} \left(\frac{I_i}{I_a} \right)^{3/2} \right], \quad (14)$$

где $I_a = h\omega_a/2 = 13.6$ eV – потенциал ионизации атома водорода, а $\omega_a = 5 \cdot 10^{15} \text{ c}^{-1}$ – боровская частота. Эту величину нужно сравнивать с (12). При этом получаем следующее условие пренебрежения полевой ионизацией

$$\frac{w_i}{\gamma} \simeq \frac{2I_i \sqrt{m I_i} \omega_a}{Z e^4 L_0^2 n_i} \left(\frac{I_i}{I_a} \right)^{5/2} \frac{E_a}{E_0} \exp \left[-\frac{2}{3} \frac{E_a}{E_0} \left(\frac{I_i}{I_a} \right)^{3/2} \right] \ll 1. \quad (15)$$

Условие (13) выполняется с большим запасом при степени ионизации, меньшей единицы, т.е. при $n_i < n_0$. Условие же (15) сильно зависит от отношения E_a/E_0 и

хорошо выполняется при атмосферном давлении и плотности мощности излучения $P \leq 10^{14}$ W/cm². Но при этом для выполнения условия (2) в случае СО₂-лазера (т.е. при $\omega_0 = 2 \cdot 10^{14}$ с⁻¹) необходимо выполнение неравенства $P \geq 4 \cdot 10^{11}$ W/cm². Как видно, запас для вариации величины P довольно большой.

4. *Генерация гармоник поля волны в процессе ионизации атомов газа.* Обратим теперь внимание на нелинейность сечения ионизационных столкновений и его зависимость от времени в условиях (2). Это должно проявляться в зависимости от времени диссипативного тока, обусловленного столкновениями частиц. Действительно, вернемся к уравнению (4) и запишем его с учетом как неупругих, так и упругих столкновений

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{e\vec{E}}{m} \frac{\partial f}{\partial \vec{v}} = J_{nel}(f) + J_{el}(f). \quad (16)$$

Пренебрегая упругими столкновениями, из уравнения (16) получаем (3).

При полном пренебрежении столкновениями электронов и при условии (2) уравнение (16) имеет решение (5). Учет столкновений как малой поправки приводит для малой поправки f_1 , ($f = f_0 + f_1$) к уравнению:

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} + \frac{e\vec{E}}{m} \frac{\partial f_1}{\partial \vec{v}} = J_{nel}(f_0) + J_{el}(f_0). \quad (17)$$

Впервые это уравнение было проанализировано В.П. Силиным [4] при пренебрежении неупругими столкновениями электронов, т.е. в отсутствие первого слагаемого в правой части. Такое приближение справедливо при выполнении обратного неравенства (13). При этом им было показано, что из-за зависимости сечения упругого рассеяния от времени индуцированный функцией f_1 ток в плазме содержит большое число нечетных гармоник частоты поля ω_0 . Это означает, что благодаря упругим столкновениям электронов в плазме, помещенной в сильное поле, происходит генерация высоких нечетных гармоник частоты поля.

Ниже мы покажем, что и при выполнении неравенства (13), когда преобладающими являются неупругие столкновения электронов с атомами, т.е. когда в уравнении (17) следует учитывать только первое слагаемое в правой части, происходит аналогичное явление. Впервые это было показано в [5]. С учетом только неупругих столкновений электронов решение уравнения (17) имеет вид

$$f_1^{nel}(\vec{v}) = \int_{-\infty}^t dt' J_{nel}\{f_0(\vec{v} - \vec{v}_E \sin \omega_0 t' + \vec{v}_E \sin \varphi)\}. \quad (18)$$

Учитывая, что плотность электронов меняется медленно ($\gamma \ll \omega_0$), отсюда находим для индуцированного тока

$$\frac{\partial \vec{J}_1^{nel}}{\partial t} = 2en_0n_e\alpha\vec{i}_{\parallel} \int_{v_i}^{\infty} dv \ln \frac{v}{v_i} \delta[v - v_e(\sin \omega_0 t - \sin \varphi)]. \quad (19)$$

Дальнейшее вычисление правой части (19) подобно проведенному в работе[4]. Именно, представляем δ -функцию в виде интеграла, разлагаем подынтегральные экспоненты в ряд по гармоникам частоты ω_0 , выносим из-под интеграла медленно меняющуюся функцию $\ln v/v_i$ в виде $\ln v_E/v_i = L_1$ и усредняем по φ . В результате из (19) получим

$$\frac{\partial \vec{J}_1^{nel}}{\partial t} = 2en_0n_e\alpha \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \vec{i}_{\parallel} \exp(-in\omega_0 t) F(n), \quad (20)$$

$$F(n) = \frac{1}{n} [1 - (-1)^n] \int_0^{\infty} \frac{dx}{x} J_0(x) J_n(x) = \frac{2}{\pi n^3} \sin \frac{\pi}{2} n.$$

Отсюда видно, что разложение индуцированного (активного) тока \vec{J}_1 по гармоникам содержит лишь нечетные гармоники частоты ω_0 , а поэтому только нечетные гармоники основного поля порождаются таким током.

Подставляя (20) в уравнение Максвелла, после несложных вычислений окончательно получаем следующее отношение амплитуды n -ой гармоники поля к амплитуде основной гармоники [5]:

$$\frac{E_n^{nel}}{E_0} = \frac{4\omega_{pe}^2\alpha n_0}{\pi\omega_0^2 v_E} \ln \frac{v_E}{v_i} \times \frac{\sin n\pi/2}{n^3(n+1)}, \quad (21)$$

где $\omega_{pe}^2 = 4\pi e^2 n_e/m$.

Для сравнения приведем результаты работы [2] для индуцированного тока \vec{J}_1^{el} и отношения гармоник E_n^{el}/E_0 при учете только упругих столкновений электронов. Для индуцированного тока в этом случае имеем:

$$\vec{J}_1^{el} = \vec{E}_0 \sum_{n=0}^{\infty} \cos[(2n+1)\omega_0 t] \frac{\omega_{pe}^4}{\omega_0^2} \frac{Z^2 e^2 L_0}{\pi^2 m^3 v_E^3} \ln \frac{v_E}{v_{Te}}. \quad (22)$$

Здесь $v_{Te} = \sqrt{T_e/m}$ – тепловая скорость электронов плазмы. Из (22) видно, что и в случае учета только упругих столкновений индуцированный в плазме диссипативный (активный) ток также содержит только нечетные гармоники частоты ω_0 , а поэтому

излучает только нечетные гармоники основного поля. При этом для отношения полей гармоник справедлива формула [2]:

$$\frac{E_n^{el}}{E_0} = \frac{2n+1}{n(n+1)} \frac{n_i Z^2 e^4 L_0}{m^2 \omega_0 v_E^3} \ln \frac{v_E}{v_{Te}}. \quad (23)$$

Из сравнения формул (21) и (23) следует, что при условии

$$\eta \approx n^2 \frac{n_i v_i^2}{n_0 v_E^2} < 1 \quad (24)$$

в процессе генерации гармоник доминируют неупругие столкновения электронов, в обратном случае доминирующими оказываются упругие столкновения. Важно отметить, что в общем случае токи (20) и (22) суммируются, а следовательно суммируются и индуцированные ими излучения гармоник основного поля.

5. *Устойчивость плазмы при пробое газов в сильных электромагнитных полях.* Найденная функция распределения электронов (6) обладает двумя опасными свойствами с точки зрения устойчивости описанного выше процесса пробоя в сильных полях. Именно, она сильно анизотропная и поэтому в процессе пробоя может развиваться известная анизотропная (вайбеловская) неустойчивость [6] (см. также [7]). Кроме того, на начальной стадии пробоя, пока $\omega_0 > \omega_{pe}$, может проявиться еще одна чисто электронная неустойчивость, обусловленная вынужденным рассеянием внешней электромагнитной волны на электронах плазмы [7], образованных в процессе ионизации газа. Возможны также неустойчивости с учетом ионов, но их мы рассматривать не будем из-за малости инкрементов развития.

Чтобы убедиться в сказанном и найти инкремент развития неустойчивости, воспользуемся адиабатическим приближением, считая инкремент меньше обратного времени нарастания плотности плазмы γ^{-1} . В этом приближении можно исходить из дисперсионного уравнения (для малых возмущений вида $\sim \exp(-i\omega t + i\vec{k}\vec{r})$)

$$\left| k^2 \delta_{ij} - k_i k_j - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{ij}(\omega, \vec{k}) \right| = 0, \quad (25)$$

где $\varepsilon_{ij}(\omega, \vec{k})$ – диэлектрическая проницаемость в адиабатическом приближении [7]

$$\varepsilon_{ij}(\omega, \vec{k}) = \left(1 - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} \right) \delta_{ij} + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \int d\vec{v} \left[v_i \frac{\partial \bar{f}_0}{\partial v_j} + v_i v_j \frac{\vec{k} \cdot \partial \bar{f}_0 / \partial \vec{v}}{\omega - \vec{k}\vec{v}} \right]. \quad (26)$$

При получении этого выражения ионы считались холодными, причем изменением плотности ионов во времени $n_i(t)$, также как и электронов $n_e(t)$, пренебрегалось за время

развития неустойчивости. Кроме того, выражение (26), также как и дисперсионное уравнение (25) записано в системе осциллирующих электронов. Компоненты тензора вычисляются легко, но мы их здесь выписывать не будем из-за громоздкости выражений (с вычислением компонент $\varepsilon_{ij}(\omega, \vec{k})$ можно познакомиться в [8]).

Начнем с анализа анизотропной неустойчивости, которая имеет место в пределе чисто поперечного распространения возмущений (поперек поля \vec{E}_0), т.е. при $k_{\parallel} = 0$. В этом пределе из уравнения (25) получаем

$$k^2 c^2 = \omega^2 \left[1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \left(1 + \frac{k^2 v_E^2}{2\omega^2} \right) \right]. \quad (27)$$

Отсюда в области частот $\omega^2 \ll \omega_{pe}^2$ следует

$$\omega^2 = -\frac{\omega_{pe}^2 k^2 v_E^2}{2(k^2 c^2 + \omega_{pe}^2)} \leq -\omega_{pe}^2 \frac{v_E^2}{c^2}. \quad (28)$$

При чисто продольном распространении электронных возмущений, т.е. при $k_{\perp} = 0$, анизотропная неустойчивость отсутствует.

В заключение кратко рассмотрим неустойчивость, обусловленную вынужденным рассеянием внешней электромагнитной волны на электронах, образованных в процессе ионизации газа. Эта неустойчивость подробно изложена в учебнике [7] (см. также [8]) и поэтому мы не будем приводить здесь вывод дисперсионного уравнения и анализ его решения. Дадим лишь результат. Максимальный инкремент достигается при рассеянии падающей электромагнитной волны строго назад, причем инкремент равен

$$\text{Im}\omega = \frac{v_E}{2c} \sqrt{\omega_0 \omega_{pe}}. \quad (29)$$

При $\omega_0 \gg \omega_{pe}$ инкремент (29) немного превосходит (28).

Важно отметить, что рассмотренные неустойчивости могут проявиться только в условиях, когда инкременты их развития намного превосходят обратное время нарастания плотности плазмы в процессе ионизации, т.е. когда $\text{Im}\omega \gg \gamma$. На начальной стадии пробоя, пока плотность электронов мала, очевидно, что это условие не выполняется, а поэтому неустойчивость не развивается.

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] С. Г. Арутюнян, А. А. Рухадзе, Краткие сообщения по физике ФИАН, № 9, 12 (1978); Физика плазмы, **5**(3), 702 (1979).

- [2] Л. Г. Глазов, А. В. Игнатъев, А. А. Рухадзе, *Высокочастотный разряд в волновых полях* (Горький, ИПФРАН, 1988), с. 63-70.
- [3] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика* (М., Наука, 1963).
- [4] В. П. Силин, *ЖЭТФ* **47**(6 (12)), 2254 (1964).
- [5] М. В. Кузелев, А. А. Рухадзе, *Квантовая электроника* **37**, 924 (2007); *Прикладная физика* № 2, 17 (2009).
- [6] E. S. Weibel, *Phys. Rev. Lett.* **2**, 83 (1959).
- [7] А. Ф. Александров, Л. С. Богданкевич, А. А. Рухадзе, *Основы электродинамики плазмы* (М., Высшая школа, 1988).
- [8] М. В. Кузелев, А. А. Рухадзе, *Физика плазмы* **27**(2), 170 (2001).

Поступила в редакцию 20 января 2011 г.