УДК 535.075.8

МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ЯЧЕЙКИ ОГРАНИЧЕННОГО ОДНОМЕРНОГО ФОТОННОГО КРИСТАЛЛА, ОСНОВАННАЯ НА ФОРМАЛИЗМЕ ФУНКЦИЙ ФЛОКЕ–БЛОХА

Д. Х. Нурлигареев, В. А. Сычугов

Предложена методика определения структурных параметров ячейки ограниченного одномерного фотонного кристалла, основанная на строгом аналитическом представлении волн Флоке–Блоха в виде неоднородных волн.

Ключевые слова: фотонный кристалл, волны Флоке–Блоха, неоднородные волны.

Фотонные кристаллы широко исследуются с конца 1980-х годов, когда было осознано, что одно из их свойств – существование запрещённых зон в электромагнитных характеристиках – является чрезвычайно ценным с точки зрения многочисленных практических приложений [1]. Наиболее просто изготавливать одномерные структуры. В последнее время, в связи с разработкой новых технологий изготовления, становится всё более актуальным изучение оптических структур, содержащих десятки и сотни слоёв [2]. В работе [3] отмечалось, что распространение света в таких структурах удобно представлять в форме волн Флоке–Блоха. Так в работах [4–6] представлены точные аналитические выражения, описывающие амплитудный и фазовый профиль, волновой вектор, фазовую скорость и скорость переноса энергии волн Флоке–Блоха в неограниченном одномерном фотонном кристалле. Использование представления волны Флоке–Блоха в форме неоднородной волны позволило найти функцию коэффициента отражения плоской волны на границе полубесконечного [4–6] и ограниченного [7] одномерного фотонного кристалла. В частности, найденные функции коэффициентов отражения и пропускания для ограниченного одномерного фотонного кристалла были с успехом применены для описания многослойного оптического фильтра [8]. Целью данной работы является изучение возможности определения структурных параметров ячейки кристалла на основе его измеренных угловых спектров отражения. Суть предлагаемой методики заключается в применении строгих решений волнового уравнения для

ИОФ РАН, 119991, Москва, ул. Вавилова, 38; e-mail: jamil@kapella.gpi.ru.

моделирования углового спектра отражения оптического фильтра (зеркала), разрабатываемого на основе ограниченного одномерного фотонного кристалла, при вариации структурных параметров его ячейки.

Зонная структура одномерного фотонного кристалла. Ранее мы представили ТЕ-поляризованную волну Флоке–Блоха $E(x,z,t) = E_K(x) \cdot e^{i(\omega t - Kx - \beta z)}$ (где K – блоховское волновое число, $E_K(x)$ – периодическая функция с периодом, равным периоду Λ структуры, β – продольная постоянная распространения в направлении z (т.е. вдоль слоёв), ω – частота, t – время) одномерного фотонного кристалла, составленного из чередующихся слоёв f и s-типа, с профилем показателя преломления $n(x)$

$$n(x) = \begin{cases} n_f, & \Lambda m < x < \Lambda m + h, \qquad m = 0, \pm 1, \pm 2... \\ n_s, & \Lambda m + h < x < \Lambda(m+1), \quad \lambda = h + s \end{cases} \tag{1}$$

в форме неоднородной волны

$$E(x,z,t) = E_u(x,z,t) = E_u(x) \cdot e^{i[\omega t + \Phi(x,z)]}. \tag{2}$$

В (2) функция $\Phi(x,z)$ описывает распределение фазы неоднородной волны в m-ячейке кристалла [4, 5]. При действительном K распределение амплитуды $|E_u(x,z,t)| = E_u(x) = |E_K(x)|$ поля удобно записать в виде функции координат $\xi_f = x - h/2 - \Lambda m$ и $\xi_s = x - s/2 - h - \Lambda m$

$$E_u(x) = \begin{cases} E_f(\xi_f) = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cdot \cos 2\kappa_f \xi_f}, & \Lambda m < x < \Lambda m + h \\ E_s(\xi_s) = \sqrt{C^2 + D^2 + 2CD \cdot \cos 2\kappa_s \xi_s}, & \Lambda m + h < x < \Lambda(m+1), \end{cases} \tag{3}$$

где A, B, C, D – амплитудные коэффициенты с точностью до постоянного множителя A_0, играющего роль амплитуды волны Флоке–Блоха, определяются через параметры h, s, Λ ячейки кристалла и поперечные составляющие $\kappa_f = \sqrt{k_0^2 n_f^2 - \beta^2}$, $\kappa_s = \sqrt{k_0^2 n_s^2 - \beta^2}$ ($k_0 = \omega/c = 2\pi/\lambda_0$, λ_0, – длина волны в вакууме) волновых векторов парциальных плоских волн в слоях ячейки

$$\begin{cases} A = A_0 \cdot \sin[(\kappa_f h - \kappa_s s + K\Lambda)/2] \cdot \sin[(\kappa_f h + \kappa_s s + K\Lambda)/2] \\ B = A_0 \cdot [(\kappa_s - \kappa_f)/(\kappa_s + \kappa_f)] \cdot \sin[(\kappa_f h - \kappa_s s + K\Lambda)/2] \cdot \sin[(\kappa_f h - \kappa_s s - K\Lambda)/2] \\ C = A_0 \cdot [(\kappa_s + \kappa_f)/(2\kappa_s)] \cdot \sin[(\kappa_f h + \kappa_s s + K\Lambda)/2] \cdot \sin(\kappa_f h) \\ D = A_0 \cdot [(\kappa_s - \kappa_f)/(2\kappa_s)] \cdot \sin[(\kappa_f h - \kappa_s s + K\Lambda)/2] \cdot \sin(\kappa_f h). \end{cases} \tag{4}$$

В (4) при $\beta < k_0 n_s < k_0 n_f$ κ_f, κ_s – действительные, а блоховское волновое число K с точностью до $2\pi l/\Lambda$ (где l – произвольное целое число) находится из уравнения

$$\cos K\Lambda = \cos \kappa_f h \cdot \cos \kappa_s s - (1/2) \cdot (\kappa_s/\kappa_f + \kappa_f/\kappa_s) \cdot \sin \kappa_f h \cdot \sin \kappa_s s = f(\kappa_f). \tag{5}$$

Ранее было показано [4, 5], что в случае наклонного падения (обозначим угол падения как φ_a) плоской волны из однородной среды с показателем преломления n_a на полубесконечный фотонный кристалл в нём возбуждается волна Флоке–Блоха, а в однородной среде возникает отражённая плоская волна. При этом особенности углового спектра отражения связаны с особенностями зонной структуры одномерного фотонного кристалла.

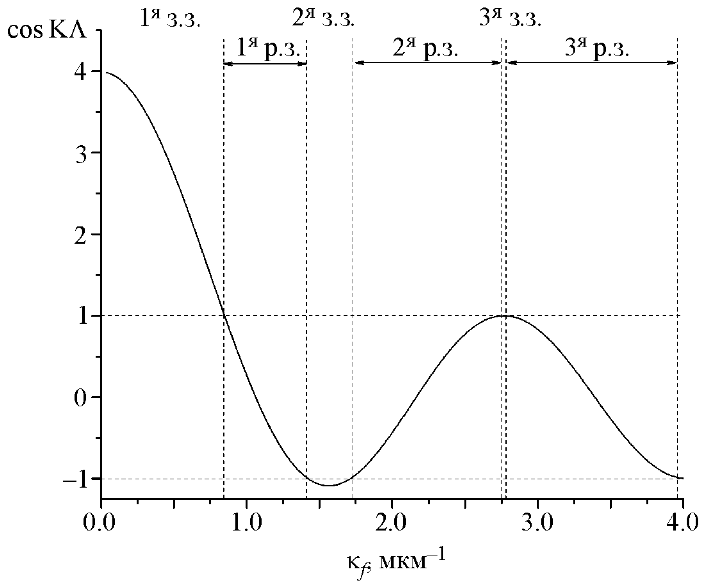

Рис. 1: *Зависимость cos $K\Lambda$ от k_f. Запрещенные зоны определяются условием* $|\cos K\Lambda| > 1$. *Параметры ячейки:* $n_f = 1.465$, $n_s = 1.46$, $h = 1.1$ *мкм,* $s = 1.3$ *мкм.*

На рис. 1 приведен график функции $\cos K\Lambda$ в зависимости от параметра κ_f при $k_0 = 9.929$ мкм$^{-1}$ для фотонного кристалла с параметрами ячейки: $n_f = 1.465$, $n_s = 1.46$, $h = 1.1$, $s = 1.3$ мкм, соответствующими параметрам структуры, которая исследовалась нами ранее [3]. При значениях κ_f, равных κ_{l-}, κ_{l+}($l = 0, 1, ..., l_m$, минус и плюс обозначают левый и правый края запрещённой зоны порядка l, l_m – максимальный возможный в данном кристалле порядок запрещённой зоны), выполняется условие $\cos K\Lambda = (-1)^l$. Значениям κ_f, удовлетворяющим неравенству $\kappa_{l-} < \kappa_f < \kappa_{l+}$, отвечают фотонные запрещённые зоны и затухающие волны. Между фотонными запрещёнными зонами расположены разрешённые зоны, для которых характерны распространяющиеся без затухания волны Флоке–Блоха. Расчёты показывают, что в данной структуре полному спектру возможных значений κ_f соответствует 12 запрещённых и 12 разрешённых зон, причём 1-я – запрещённая зона и 12-я – разрешённая зона оказываются неполными. На рис. 1 представлены первые три запрещённые и разрешённые зоны. Как видно, значениям $\kappa_f \le \kappa_{0+}$ отвечает первая наиболее широкая запрещённая зона ($l = 0$), для неё $\mathrm{Re}\ K\Lambda = 0$, причём на левом краю ($\kappa_f = 0$) этой зоны имеет место главный максимум $\mathrm{Im}\ K\Lambda = \ln(|f(0)| + \sqrt{f^2(0) - 1})$, а на правом краю зоны $\mathrm{Im}\ K\Lambda = 0$. Для остальных запрещённых зон $\mathrm{Im}\ K\Lambda = 0$ на краях зон при $\kappa_f = \kappa_{l-}, \kappa_{l+} (l \ne 0)$, а внутри зон при $\kappa_f = \kappa_l (l = 1, 2, ..., l_m)$, когда выполняется условие $df(\kappa_f)/d\kappa_f = 0$, достигаются локальные максимумы $\mathrm{Im}\ K\Lambda = \ln(|f(\kappa_l)| + \sqrt{f^2(\kappa_l) - 1})$. Каждое значение $\kappa_l (l \ne 0)$ определяет центр соответствующей запрещённой зоны, и его можно связать с резонансным значением $\kappa_{al} = \sqrt{\kappa_l^2 - k_0^2(n_f^2 - n_a^2)}$ поперечного волнового вектора $\kappa_a = k_0 n_a \cos\varphi_a$ падающей плоской волны в однородной среде и резонансным значением $\varphi_l = \arccos(\kappa_{al}/k_0 n_a)$ угла падения φ_a.

Границы фотонных запрещённых зон определяются структурными параметрами ячейки кристалла и, следовательно, их численные значения могут быть восстановлены из измеренного углового спектра отражения плоской волны на границе кристалла.

Отражение плоской волны на границе одномерного фотонного кристалла. В случае полубесконечного фотонного кристалла энергетический коэффициент отражения R_a (по интенсивности) плоской волны, падающей наклонно из однородной среды с показателем преломления n_a, определяется как квадрат модуля амплитудного коэффициента отражения r_a и может быть представлен в следующем виде [4, 5]

$$R_a = |r_a|^2 = \frac{(\kappa_a - \kappa_f)^2 A^2 + (\kappa_a + \kappa_f)^2 B^2 + 2AB(\kappa_a^2 - \kappa_f^2)\cos\kappa_f h}{(\kappa_a + \kappa_f)^2 A^2 + (\kappa_a - \kappa_f)^2 B^2 + 2AB(\kappa_a^2 - \kappa_f^2)\cos\kappa_f h}. \quad (6)$$

В соответствии с (6) в пределах запрещённых зон $R_a = 1$. На рис. 2 представлен квадрат модуля коэффициента отражения r_a, рассчитанный в зависимости от κ_f для случая падения плоской волны из однородной среды с $n_a = n_f$. Из рис. 2 видно, что в данном случае границы фотонных запрещённых зон кристалла отвечают значениям поперечного волнового вектора κ_a падающей волны, равным κ_{l-}, κ_{l+}. При значениях κ_a, удовлетворяющих условию $\kappa_{l-} < \kappa_a < \kappa_{l+}$, когда блоховский волновой вектор возбуждаемой в периодической среде волны располагается внутри запрещённой зоны порядка l, должно наблюдаться полное отражение падающей плоской волны. При значениях κ_a, расположенных вне запрещённых зон, наблюдается лишь частичное отражение.

Для фотонного кристалла, состоящего из N ячеек, обрамлённого двумя однородными средами с показателями преломления n_a и n_b, коэффициент отражения R_N плоской волны, падающей наклонно из однородной среды с показателем преломления n_a, равен в случае действительных A, B, κ_f, K [7]

$$R_N = \frac{R_a + R_b - 2(R_a R_b)^{1/2}\cos\delta}{1 + R_a R_b - 2(R_a R_b)^{1/2}\cos\delta}, \tag{7}$$

где R_a и R_b – коэффициенты отражения плоской волны, падающей на полубесконечный кристалл из среды с показателем преломления n_a и n_b соответственно, δ – действительный параметр, определяемый как сумма фазовой задержки $2K\Lambda N$ при двойном проходе волны Флоке–Блоха через ограниченный фотонный кристалл и фазовых сдвигов, возникающих на его границах. В соответствии с (7) функция R_N имеет N нулей в пределах каждой разрешённой зоны кристалла. Как было показано в [3], это связано с возбуждением мод утечки при наклонном падении пучка света на ограниченный кристалл. В случае комплексных $K = l(\pi/\Lambda) - iK_i$ (где $l = 0, 1, ...$ – порядок запрещённой зоны) общие формулы для коэффициента отражения R_N имеют достаточно сложный вид [7]. В частности, в [7] показано, что при выполнении условия $\exp(2K_i\Lambda N) \gg 1$ в брэгговских резонансах $R_N \sim 1$. В более простом симметричном случае $n_a = n_b$ можно воспользоваться формулой [3]

$$R_N = |C|^2/(|C|^2 + [\sin(K\Lambda)/\sin(K\Lambda N)]^2). \tag{8}$$

Эксперимент. Для экспериментальной реализации ограниченного фотонного кристалла на кварцевую подложку было нанесено 50 пар слоёв SiO_2 и SiON с разницей показателей преломления $\Delta n = 5 \times 10^{-3}$. Реализованный кристалл имеет конечный поперечный размер $H = 150$ мкм, и размер его ячейки (период) $\Lambda = 3 \pm 0.01$ мкм был найден достаточно точно. Существенно более сложной оказалась задача измерения толщины его слоёв, поскольку погрешность оптических методов измерения (например, микроскопа МИИ-4) ± 0.3 мкм сравнима с толщиной отдельных слоёв. Для установления значений толщины слоёв было выполнено моделирование углового спектра отражения ограниченного фотонного кристалла при вариации толщины слоёв его ячеек.

На рис. 3 представлен измеренный угловой спектр отражения для образца, погружённого в иммерсионную жидкость с показателем преломления $n_i = n_s = 1.458$. При размере сфокусированного пучка He-Ne лазера 50 мкм и межмодовом расстоянии кристалла, измеряемом в углах $\varphi_a \sim 0.1°$, это расстояние в несколько раз меньше угловой апертуры пучка ($\sim 0.6°$), поэтому в пятне от отражённого пучка в эксперименте наблюдалось несколько провалов в распределении интенсивности, указывающих на возбуждение нескольких мод утечки. При этом зависимость измеренной величины $I_r/I_0(I_r, I_0$

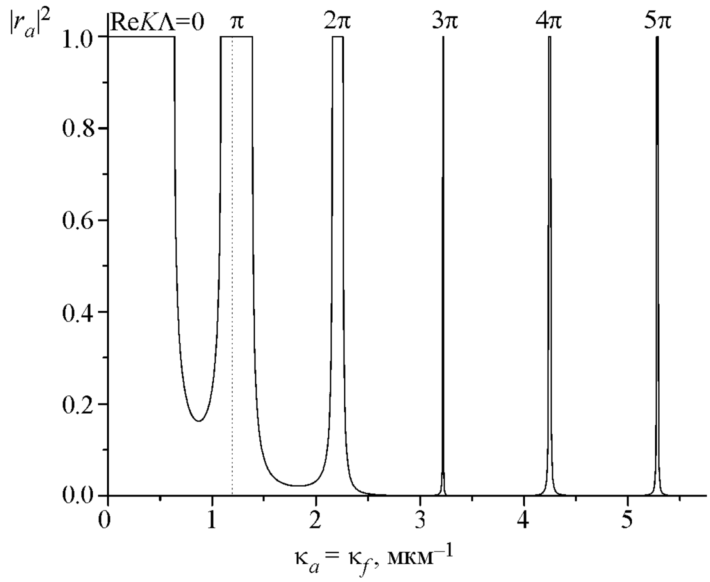

Рис. 2: *Зависимость коэффициента отражения* $R_a = |r_a|^2$ *от величины* $\kappa_a = \kappa_f$ *для плоской волны на границе одномерного фотонного кристалла. Параметры ячейки:* $n_f = 1.465, n_s = 1.46, h = 1.1$ *мкм,* $s = 1.3$ *мкм.*

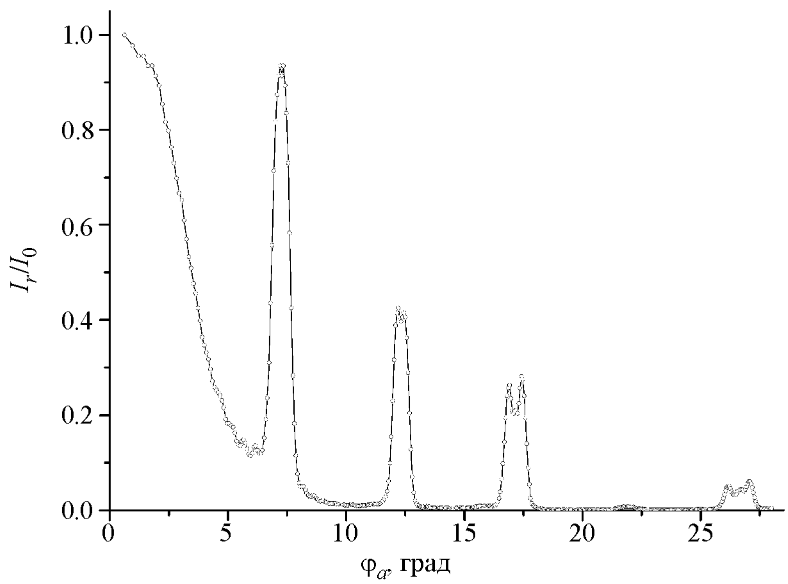

Рис. 3: *Измеренная зависимость величины* I_r/I_0 *от угла падения* φ_a *лазерного пучка (диаметр пучка 50 мкм) из слоя иммерсионной жидкости* ($n_i = n_s = 1.458$) *для ограниченного фотонного кристалла с* $N = 50$, $\Lambda = 3$ *мкм.*

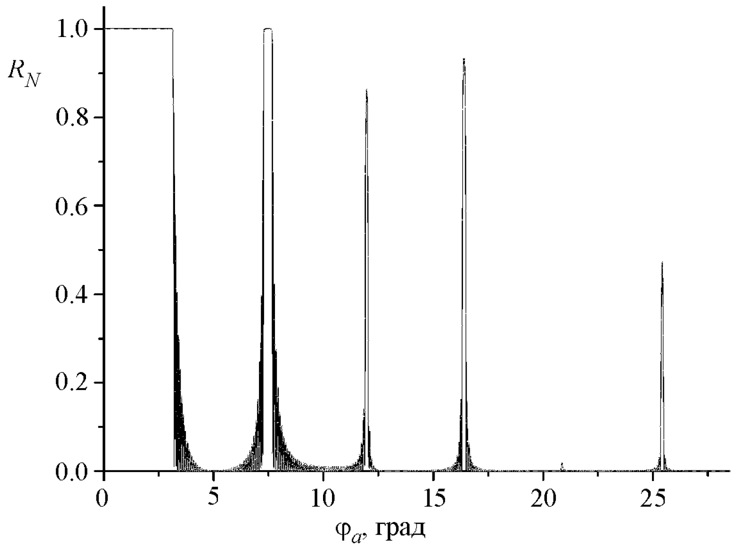

Рис. 4: *Величина R_N, рассчитанная для фотонного кристалла с $N = 50$ от величины угла падения φ_a плоской волны из среды с $n_a = n_s$. Параметры ячейки: $n_f = 1.4626$, $n_s = 1.4576$, $h = 1.2$ мкм, $s = 1.8$ мкм.*

– интенсивность отражённого и падающего пучка) имеет сглаженный характер. Узкие резонансы пропускания, связанные с возбуждением мод утечки, практически не видны, и это облегчает фиксацию относительно широких брэгговских резонансов отражения. Показаны шесть брэгговских резонансов отражения. Первый – наиболее широкий резонанс – отвечает второй запрещённой зоне ($l = 1$). Пятый резонанс подавлен.

На рис. 4 представлен коэффициент отражения R_N, рассчитанный в зависимости от φ_a, для случая падения плоской волны из однородной среды с $n_a = n_s$ на кристалл с параметрами ячейки: $n_f = 1.4626$, $n_s = 1.4576$, $h = 1.2$ мкм, $s = 1.8$ мкм и числом ячеек $N = 50$. Как показало моделирование, при установлении параметров ячейки важным моментом является учёт не только позиций брэгговских резонансов, но их амплитуд. Так для ячейки с $h = 1.2$ мкм подавлен пятый резонанс, а в случае $h = 1.05, 1$ и 0.9 – соответственно третий, шестой и седьмой резонансы углового спектра отражения. Таким образом, проведение моделирования угловых спектров отражения ограниченного фотонного кристалла, при известных значениях размера ячейки и показателей преломления его слоёв, позволяет определять толщины слоёв с точностью не хуже чем 0.1 мкм.

ЛИТЕРАТУРА

[1] E. Yablonovich, Phys. Rev. Lett. **58**(20), 2059 (1987).

[2] И. Е. Голант, К. М. Голант, ЖТФ **76**(8), 99 (2006).

[3] Б. А. Усиевич, Д. Х. Нурлигареев, В. А. Сычугов, К. М. Голант, Квантовая электроника **37**(6), 580 (2007).

[4] Д. Х. Нурлигареев, В. А. Сычугов, Квантовая электроника **38**(5), 452 (2008).

[5] Д. Х. Нурлигареев, В. А. Сычугов, Наукоёмкие технологии **9**(7), 65 (2008).

[6] Д. Х. Нурлигареев, Наукоёмкие технологии **10**(9), 12 (2009).

[7] Д. Х. Нурлигареев, Поверхность **2**, 97 (2011).

[8] Д. Х. Нурлигареев, Инженерная физика **11**, 11 (2010).

Поступила в редакцию 19 мая 2011 г.