

УДК 537.591

РАССЕЯНИЕ НЕСФОРМИРОВАВШЕГОСЯ ИЗЛУЧЕНИЯ ВАВИЛОВА–ЧЕРЕНКОВА НЕРОВНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ ЛУНЫ ПРИ ЕГО ВЫХОДЕ В ВАКУУМ

Г. А. Гусев

Рассмотрена модельная граничная задача рассеяния несформировавшегося излучения Вавилова–Черенкова неровной поверхностью Луны в борновском приближении при его выходе в вакуум. Рассматривается случай горизонтально направленного каскада. Принято точечное приближение для ливневого диска, но с учетом его эволюции вдоль трека. Поверхность Луны задавалась синусоидальной или волнистой с меняющейся длиной волны вдоль одной из осей, а также моделировалась различными модельными спектрами характерных размеров неровностей: гауссовским, экспоненциальным и равномерным спектрами.

Ключевые слова: излучение Вавилова–Черенкова, граничная задача, ближняя зона, волновая зона Фраунгофера, диаграмма направленности.

Вопрос о том, какие наибольшие энергии частиц возможны в природе (при регистрации вблизи Земли) и каковы источники этих частиц [1, 2], является одной из нерешенных проблем современной астрофизики высоких энергий и физики элементарных частиц. Все больше работ посвящается исследованию границы спектра космических лучей и нейтрино ультравысоких энергий (КЛУВЭ и НУВЭ) при энергиях более 10^{20} эВ. Самая большая наземная установка для регистрации широких атмосферных ливней (ШАЛ) и квазигоризонтальных нейтрино Auger observatory [3] уже зарегистрировала несколько событий с энергией вблизи 10^{20} эВ.

Из-за редкости событий приходится искать наиболее адекватный метод в этой области энергий. Таковым оказывается радиометод. Апертура установки Auger будет достигать до $6 \cdot 10^3$ км²ср, а в предложенном эксперименте ЛОРД (лунный орбитальный

Учреждение Российской академии наук Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, 119991, Москва, Ленинский пр-т, 53; e-mail: gusevgag@mail.ru.

радиодетектор) апертура детектирования космических лучей более чем на порядок превышает апертуру установки Auger [4]. При использовании Луны в качестве мишени каскады от космических лучей развиваются вблизи ее поверхности, поэтому необходимо, как это было показано в работе [5], рассматривать задачу о выходе радиоизлучения в вакуум с учетом того, что поверхность находится в ближней зоне излучателя. Ранее это не учитывалось, и для падающего на границу излучения применялось приближение дальней волновой зоны (дифракция Фраунгофера).

В работе [5] получено приближенное решение для упрощенной модели каскада, развивающегося вблизи поверхности Луны (поверхность находится в ближней зоне излучателя). Этот случай особенно интересен тем, что в рассматриваемом диапазоне длин волн излучение Вавилова–Черенкова не успевает сформироваться в среде, и, в основном, формирование происходит в вакууме. Полученное в работе [5] приближенное решение может быть использовано для изучения рассеяния на неровной поверхности, каковой является поверхность Луны. Для этого будет использоваться теория возмущений, справедливая в случаях, когда рассеянная волна заметно меньше прошедшей и сохранившей когерентность волны. В противном случае разложение волны на прошедшую и рассеянную компоненты становится некорректным в том смысле, что нельзя пользоваться теорией возмущений для нахождения рассеянной волны. Проведены также расчеты для сильно неровной поверхности без разбиения поля на прошедшее и рассеянное.

Следуя постановке задачи в работе [5], мы будем теперь считать, что из-за неровностей поверхности глубина горизонтального каскада становится функцией $h(x, y)$ от x, y на плоскости вида $h_0 + \Delta(x, y)$. Будем также считать, что высота неровностей мала по сравнению с h_0 : $\Delta(x, y) \ll h_0$, так что отклонение неровной поверхности от плоскости невелико, а потому неточности в граничном условии (3) работы [5] невелики $\sim \Delta(x, y)/h_0$. Проводя разложение по этому параметру малости, получим в первом приближении рассеянную волну с амплитудой, пропорциональной Δ/h_0 , где Δ есть некая средняя амплитуда отклонений неровностей от горизонтали. Мы будем рассматривать случаи волнистой (с одной длиной волны) поверхности в направлениях x и y , то есть вдоль направления каскада и поперек его (каскад направлен вдоль оси x). Кроме того, будут рассмотрены волновые неровности с переменной длиной волны. Также будут рассмотрены случаи, когда поверхность моделируется непрерывными распределениями неровностей по горизонтальным размерам: равномерное распределение, гауссовское распределение относительно некоторого размера и экспоненциальное (распределение Лапласа) также относительно максимального размера. Для простоты расчетов непрерывные

распределения заменяются гистограммами с конечным числом волн (характерных размеров волновых неровностей), то есть при этом возникает определенная погрешность по отношению к полностью непрерывным распределениям. Проверка неточности путем увеличения числа интервалов гистограммы в два раза показала небольшое различие для среднего значения поля по всем направлениям.

Итак, используя формулу (5) для модельного тока (1) работы [5], получим формулу для электрического поля рассеянной волны на сравнительно низких частотах (в контексте обычных рассуждений, например, в проекте ЛОРД [4] в интервале 100–150 МГц) в приближении точечного ливневого диска каскада и в первом приближении по параметру Δ/h_0 :

$$E_\omega(r) = (2\pi i)2\pi n\sqrt{2} \cos\theta\sqrt{1 - \sin^2\theta}(\exp ik_0r/r) \int \int \int d\xi\xi \exp(-\xi^2/2)dx'dy'\Delta(x', y') \times \quad (1)$$

$$\times \exp ik_0(-x' \sin\theta \cos\varphi - y' \sin\theta \sin\varphi + \xi + n)/(h_0^2 + (x' - \xi)^2 + y'^2)/\sqrt{(h_0^2 + (x' - \xi)^2 + y'^2)}.$$

Здесь $E_\omega(r)$ – рассеянная волна, сдвинутая по фазе на $\pi/2$ относительно основной волны, n – показатель преломления реголита, θ – угол между осью z и направлением на приемник, φ – азимутальное направление на приемник, k_0 – волновое число в вакууме и $\Delta(x, y) = \Delta_0 f(x, y)$ есть малое возмущение поверхности, а функция $f(x, y)$ описывает неровности лунной поверхности. Интегрирование ограничено областью на плоскости, достаточной для приближенного описания с точностью порядка 10%.

Как и в работе [5], тройной интеграл находим численно, используя стандартную программу языка MATLAB. В результате вычислений получаются угловые распределения амплитуды рассеянной волны по полярному углу (индикатриса рассеяния) для различных волновых и квазиволновых (волны переменного периода) возмущений вида

$$\Delta(x, y) = \Delta_0 \sin \pi x/l, \quad \Delta(x, y) = \Delta_0 \sin \pi y/l, \quad (2)$$

$$\Delta(x, y) = \Delta_0 \sin \pi x^2/l^2, \quad \Delta(x, y) = \Delta_0 \sin \pi y^2/l^2.$$

Здесь l – характерный размер неровностей по оси x и по оси y , Δ_0 – их высота в вертикальном направлении. Здесь мы приведем результаты для азимута наблюдения $\varphi = 0^\circ$ относительно скорости каскада.

На рис. 1 представлены угловые распределения по полярному углу θ амплитуды рассеянной волны для синусоидальных неровностей, направленных вдоль оси $x(\sin(\pi x/l))$,

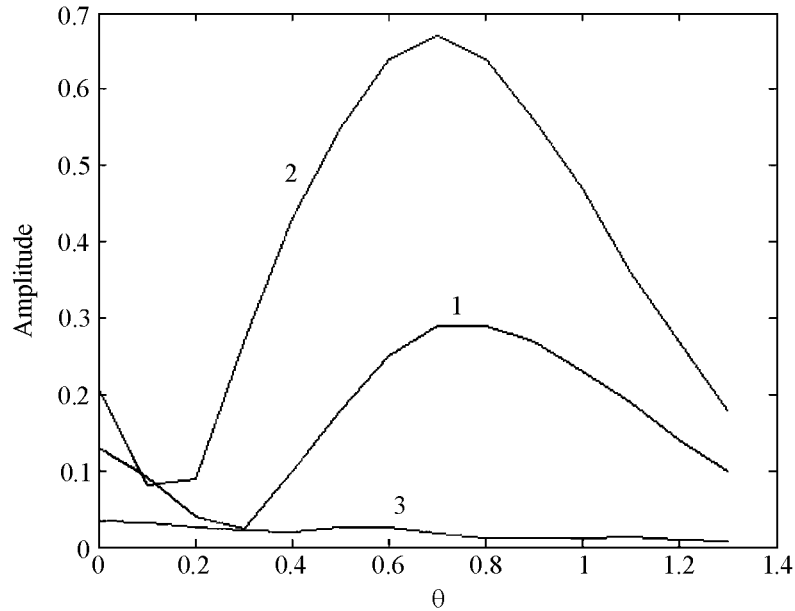


Рис. 1: Диаграммы направленности рассеянного в вакуум излучения от каскада вблизи лунной поверхности по зенитному углу θ для трёх характерных размеров синусоидальных неровностей по оси x . Кривая 3 для неровностей $l = 0.3$ м, кривая 2 – $l = 3$ м, кривая 1 – $l = 10$ м, $\varphi = 0^\circ$.

с горизонтальными размерами (малыми, сравнимыми и большими по сравнению с длиной волны излучения) 0.3, 3, 10 м (соответственно, кривые 3, 2, 1) для глубины каскада $h_0 = 1$ м на частоте $f = 100$ МГц. Вертикальная амплитуда неровностей (волн) составляла 0.2 м. Заметим, что случай неровностей 0.3 м фактически за пределами применимости нашего подхода и соответствующие ему результаты весьма неточны (максимальная амплитуда прошедшей волны в наших условных единицах ~ 3). Этот случай приводится лишь для обозначения тенденции, и результат не противоречит физическому смыслу.

На рис. 2 в тех же условиях даны кривые в случае синусоидальных неровностей размерами 0.3, 3, 10 м (кривые, соответственно, 3, 2, 1), ориентированных по оси y . Все эти угловые распределения отличаются от соответствующих распределений для прошедшей волны [5], и их амплитуда зависит при одинаковых вертикальных размерах неровностей от горизонтальных размеров неровностей. Именно, максимальное рассеяние имеет место при сравнимых с длиной волны размерах неровностей.

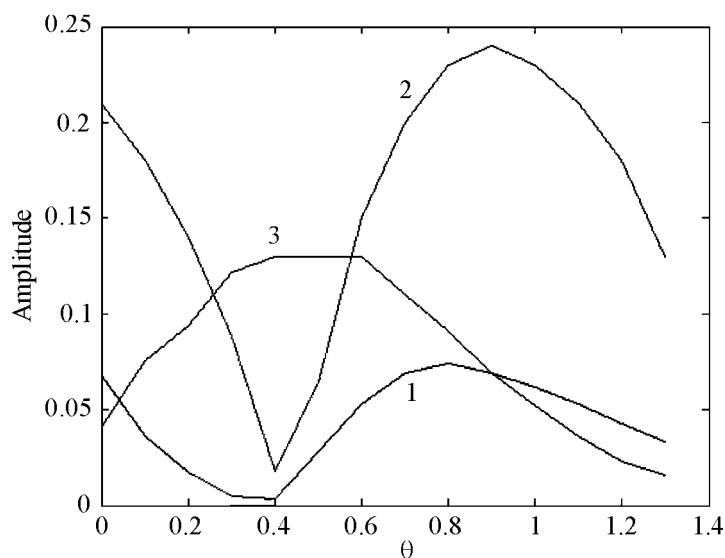


Рис. 2: Диаграммы направленности рассеянного в вакуум излучения от каскада вблизи лунной поверхности по зенитному углу θ для трёх характерных размеров синусоидальных неровностей по оси y . Кривая 3 для неровностей $l = 0.3$ м, кривая 2 – $l = 3$ м, кривая 1 – $l = 10$ м, $\varphi = 0^\circ$.

На рис. 3 представлены угловые распределения по зенитному углу θ вышедшего в вакуум излучения от каскада вблизи лунной поверхности для трёх характерных размеров неровностей l по оси y вида $\sin \pi y^2/l^2$. Кривая 1 для неровностей $l = 3$ м, кривая 2 – $l = 10$ м, кривая 3 – $l = 0.3$ м.

На рис. 4 рассмотрен случай неровностей по оси y вида $\sin \pi x^2/l^2$ для трёх характерных размеров $l = 0.3$ м (кривая 1), $l = 3$ м (кривая 2), $l = 10$ м (кривая 3).

Вообще рассеяние от неоднородностей вида $\sin \pi x^2/l^2$ и $\sin \pi y^2/l^2$ более чувствительно к параметру l . Оно меньше рассеяния от синусоидальных неровностей, так как для последних имеет место некоторая “дополнительная” когерентность (см. рис.1) при сложении рассеянных волн от разных участков поверхности из-за сфазированности волновых неровностей. “Дополнительная” когерентность частично пропадает для переменных по размерам неровностей. Поэтому ясно, что рассеяние от статистического набора размеров неровностей будет заметно меньше, чем для волновых и квазиволновых неровностей. С целью подтверждения этого вывода рассматривались также различные волновые неровности с разными статистическими распределениями по размерам: нормальное распределение, линейное, экспоненциальное и равномерное. Мы не будем приводить здесь соответствующие результаты, отметим только, что, независимо от вида

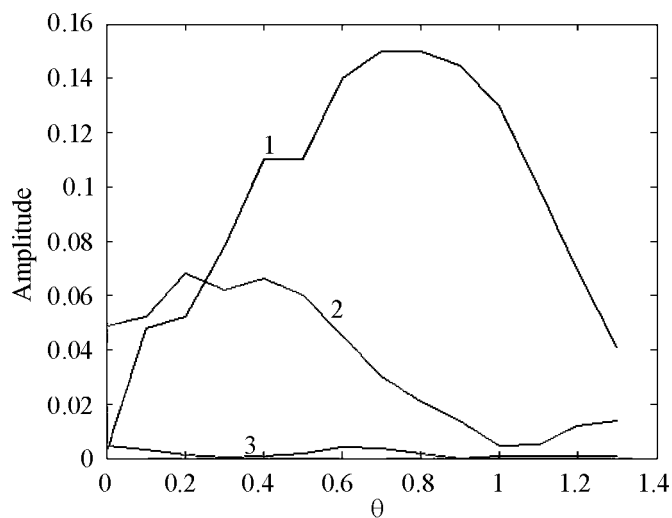


Рис. 3: Диаграммы направленности рассеянного в вакуум излучения от каскада вблизи лунной поверхности по зенитному углу θ трёх характерных размеров неровностей l по оси y вида $\sin \pi y^2/l^2$. Кривая 1 для неровностей $l = 3$ м, кривая 2 – $l = 10$ м, кривая 3 – $l = 0.3$ м, $\varphi = 0^\circ$.

распределения по размерам, угловые распределения по θ в этих трёх случаях похожи, и отличия заключены в пределах 20–30%. Амплитуда меньше максимальной (см. рис. 1) примерно в два раза.

Амплитуда рассеянной волны указывает на величину потерь прошедшей компоненты при рассеянии. Для больших высот неровностей рассеяние становится сильным, в то же время теория возмущений становится неприменимой, но она даёт указания на то, при каких неровностях следует ожидать большого рассеяния. Очевидно, что при сравнимых с длиной волны неровностях рассеяние максимально, и при выбранных параметрах неровностей мы уже приходим к границе применимости теории возмущений.

При очень мелких и длинных неровностях по сравнению с длиной волны излучения (в нашем случае 3 м), рассеяние невелико и может не учитываться. Впрочем, это было ясно и без расчётов из физического смысла интерференционного сложения полей, формирующих сигнал в месте приёма, которые приходят с разных участков поверхности.

Также исследовалось рассеяние от возмущений с более крутыми склонами, чем синусоидальные. Для простоты такие неровности моделировались функциями $\Delta(x, y) = \Delta \sin^2 \pi x/l$ и $\Delta(x, y) = \Delta \sin^4 \pi x/l$. В этом случае рассеяние оказывается сильнее. Рассмотрение неровностей в виде наложения с нулевым и случайным сдвигом фазы нескольких волновых возмущений с разными длинами волн показало, что эффект рас-

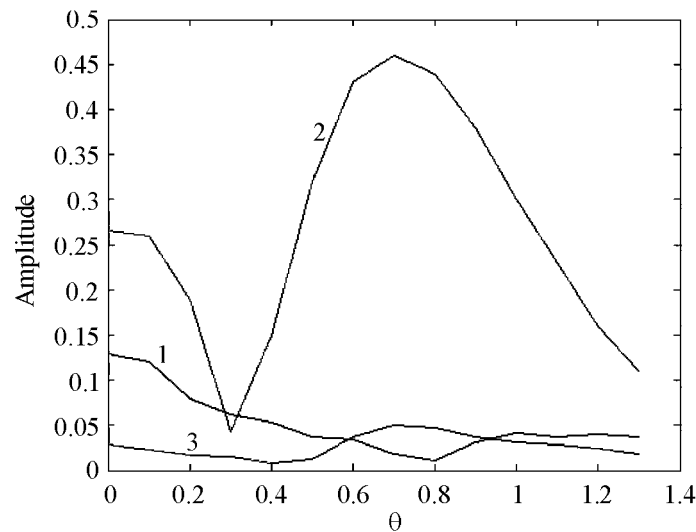


Рис. 4: Диаграммы направленности рассеянного в вакуум излучения от каскада вблизи лунной поверхности по зенитному углу θ для трёх характерных размеров неровностей l по оси x вида $\sin \pi x^2 / l^2$. Кривая 1 для неровностей $l = 0.3$, кривая 2 — $l = 3$ м, кривая 3 — $l = 10$ м, $\varphi = 0^\circ$.

сеяния для сложения волн со случайными фазами убывает, что и следовало ожидать из физических соображений.

В заключение отметим, что в условиях лунного рельефа для частот 100–150 МГц, если оставить в стороне мелкие и средние кратеры, рассеяние будет невелико для поверхностей лунных морей и внутренних площадей больших кратеров и может быть существенным на материках. Для оценки возможных потерь в общей статистике событий в условиях эксперимента ЛОРД необходимо детальное изучение лунного рельефа. В то же время можно определённо сказать, что рассеяние более высоких частот в области 1 ГГц будет существенно снижать научный потенциал эксперимента ЛОРД и увеличивать неопределённость в определении энергии первичной частицы. Отметим, что сигнал, претерпевший сильное рассеяние, помимо уменьшения амплитуды будет иметь большую псевдошумовую компоненту (флуктуации амплитуды и фазы), чем сигнал с малым рассеянием, когда интерференционная картина, обусловленная рассеянной волной, по амплитуде ниже общего эффективного шума, складывающегося из внешних шумов и шумов аппаратуры. С точки зрения определения времени прихода сигнала, сильное рассеяние также увеличивает ошибку из-за фазовых флуктуаций. Также можно отметить, что при наличии мелких неровностей сильнее рассеивается высокочастот-

ная часть спектра сигнала, так что происходит сужение ширины полосы сигнала (эффективная фильтрация) и потому его удлинение во времени. Таким образом, можно ожидать, что экспериментальные данные в эксперименте ЛОРД позволят по разделению сигналов на более короткие по времени “чистые” и более длинные “зашумленные” судить о мелкомасштабном (менее и порядка метра) лунном рельефе.

Работа выполнена при частичной поддержке программой Президиума РАН “Физика нейтрино и нейтринная астрофизика”.

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] M. Nagano and A. A. Watson, *Rev. Mod. Phys.* **72**, 689 (2000).
- [2] X. Bertou, M. Baratov, and A. Letessier-Selvon, *Int. J. Mod. Phys. A* **15**, 2181 (2000).
- [3] J. Abraham, P. Abreu, M. Aglianta, et al., *Phys. Rev. Lett.* **101**, 061101 (2008).
- [4] Г. А. Гусев, Б. Н. Ломоносов, Н. Г. Полухина и др. *Математическое моделирование* **20**(6), 67 (2008).
- [5] Г. А. Гусев, *Краткие сообщения по физике ФИАН* **38**(12), 12 (2011).

Поступила в редакцию 27 декабря 2010 г.