

УДК 533.9

## О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ЭЛЕКТРОНОВ ПО ЭНЕРГИИ В ПОЛОЖИТЕЛЬНОМ СТОЛБЕ ГАЗОВОГО РАЗРЯДА – ПАРАДОКС ЛЕНГМЮРА

С. А. Майоров

*В работе приведены результаты расчетов характеристик дрейфа электронов в постоянном пространственно неоднородном периодическом электрическом поле. Показано, что в типичных условиях экспериментов с газоразрядной плазмой при пониженном давлении газа влияние неоднородностей поля на скорость дрейфа и среднюю энергию электронов незначительно. Но интенсивности процессов возбуждения, ионизации, пространственное распределение плазмы сильно зависят как от величины неоднородностей (дисперсии), так и от характера изменения поля. Показано, что неоднородность электрического поля в положительном столбе газового разряда приводит к максвеллизации функции распределения электронов по энергии.*

**Ключевые слова:** газовый разряд пониженного давления, парадокс Ленгмюра, дрейф электронов, страты, распределение Максвелла, распределение Дрювестейна, метод Монте-Карло.

Дрейф электронов в газах очень хорошо изучен как теоретическими методами, так экспериментально [1–3]. Однако из-за сложности и разнообразия конкурирующих процессов в газовом разряде имеется много не до конца понятых эффектов. В частности, на вопрос о природе известного парадокса Ленгмюра нет ясного ответа. Суть его заключается в том, что функция распределения электронов по энергии в тлеющем разряде низкого давления иногда оказывается весьма близкой к максвелловской. Но характеристики разряда при этом не соответствуют условиям, при которых может формироваться распределение Максвелла.

---

ИОФ РАН, Россия 119991, Москва, ул. Вавилова, 38; e-mail: may4536@jandex.ru.

Возможный механизм формирования максвелловской функции распределения электронов в положительном столбе разряда в условиях существования “парадокса Ленгмюра” рассмотрен в работах [1, 4–7]. Нормальное распределение Гаусса для скорости частицы было получено Максвеллом исходя из гипотез изотропии и независимости компонент скоростей. Для электронов, дрейфующих в слабоионизованном газе за счет внешнего электрического поля при отсутствии неупругих столкновений, распределение Максвелла имеет место только в случае поляризационного потенциала взаимодействия и большого отрыва температуры электронов от температуры газа. Однако потенциал взаимодействия электрона с атомом в области умеренных энергий (меньше энергии, необходимой для первой ионизации атома) очень сильно отличается от потенциала взаимодействия максвелловских молекул  $\varphi(r) \propto 1/r^4$ .

Максвеллизация электронной подсистемы может происходить также из-за межэлектронных столкновений. Но в условиях таунсендовского разряда плотность электронов обычно так мала, что столкновения между ними не влияют сколь-нибудь заметно на распределение электронов по энергии. Помимо общего интереса, к вопросу о причинах максвеллизации электронов в таунсендовском разряде пониженного давления имеется и практический интерес.

В частности, во многих работах по исследованию пылевой плазмы полагается, что электроны плазмы имеют максвелловское распределение с температурой, определяемой из зондовых измерений. В качестве альтернативной модели иногда используется распределение Дрювестейна, которое не приводит к значительному отличию в характеристиках пылевой плазмы (см. недавнюю работу [8]). Но хорошо известно, что распределения Максвелла и Дрювестейна значительно отличаются от реальных распределений электронов по энергии в газовом разряде.

Рассмотрим дрейф электронов в неоне, для которого была выполнена детальная табуляция различных дрейфовых характеристик [9]. При значениях приведенной напряженности электрического поля  $E/N > 0.1$  Тд средняя кинетическая энергия электрона значительно превышает энергию (температуру) атомов, а при  $E/N < 2$  Тд дрейф электрона в неоне определяется только упругими столкновениями с атомами.

При дрейфе в постоянном электрическом поле электроны приобретают энергию за счет джоулева нагрева – за единицу времени электрон приобретает в среднем энергию  $Q_{EW} = eEW$ , здесь  $e$  – заряд электрона,  $E$  – напряженность электрического поля,  $W$  – скорость дрейфа. Энергия, получаемая электроном от электрического поля, теряется им в упругих столкновениях с атомами, затрачивается на возбуждение атомных уровней и

ионизацию, кроме того электроны уносят или приобретают энергию при рекомбинации:  $Q_{EW} = Q_{ea} + Q_{ex} + Q_{\text{ion}} + Q_{\text{rec}}$  – в правой части представлены соответствующие средние энергопотери одного электрона за единицу времени. При рекомбинации электрон может и приобретать энергию, например, при тройной рекомбинации или при сверхупругих столкновениях с возбужденными атомами [2].

Функция распределения электрона по модулю скорости при учете только упругих соударений имеет вид [1–3]:

$$f_0(v) = A \exp \left( -\frac{3m}{M} \left( \frac{mN}{eE} \right)^2 \int_0^v c^2 \sigma_{el}(c) dc \right), \quad (1)$$

здесь  $m, M$  – массы электрона и атома,  $\sigma_{el}$  – сечение упругих столкновений, константа  $A$  – определяется из условия нормировки  $1 = 4\pi \int_0^\infty c^2 f(c) dc$ . В частном случае степенной зависимости сечения от скорости:  $\sigma_{el}(c) = \sigma_0 (c/c_0)^r$  – интеграл в (1) вычисляется. При  $\sigma_{el}(c) = \sigma_0 (c/c_0)^{-1/2}$ , когда постоянна частота столкновений, распределение (1) переходит в распределение Максвелла

$$f_{\text{Maxwell}}(\epsilon) \propto \epsilon^{1/2} \exp(-\epsilon/T_e), \quad (2)$$

при постоянном сечении:  $\sigma_{el}(c) = \sigma_0$ , когда постоянна длина свободного пробега, распределение (1) переходит в распределение Дрювестейна

$$f_{\text{Druwestain}}(\epsilon) \propto \epsilon^{1/2} \exp(-\epsilon^2/\epsilon_D^2). \quad (3)$$

Здесь и далее все функции распределения электронов по энергии для наглядности будут нормироваться на единицу  $1 = 4\pi \int_0^\infty f(\epsilon) d\epsilon$ . Более подробное обсуждение см. в [3], где приведены также и все выражения для параметров распределений (2) и (3).

Распределение Дрювестейна имеет более плоскую вершину и обычно лучше соответствует экспериментально измеренным распределениям, чем распределение Максвелла. Отчасти это объясняется тем, что сечение упругого рассеяния электрона для многих газов лучше приближается константой, нежели падающей зависимостью сечения от скорости (приближение постоянной частоты столкновения).

В режиме стационарного протекания тока через трубку, длина которой много больше ее диаметра, ионы дрейфуют из положительного столба к стенкам трубки и там гибнут. Их восполнение происходит за счет ионизации атомов электронным ударом, при котором вместе с ионом появляется электрон. Соответственно, эволюция электронов

в самостоятельном газовом разряде такова: сначала электрон рождается в результате акта ударной ионизации, затем относительно долго дрейфует в электрическом поле в положительном столбе, набирая энергию и теряя ее в упругих столкновениях с атомами. После того, как энергия электрона превысит потенциальный барьер стенки, он почти сразу же на ней гибнет. На качественном уровне этот процесс неплохо описывает простая “трубопроводная” модель (pipe-line model) [1], иногда называемая также приближением неограниченного стока [2]. В ней полагается, что электроны дрейфуют от первоначально нулевой энергии до энергии, равной потенциалу ионизации. При постоянной частоте столкновений электронов с атомами получаем распределение

$$f_{\text{pipe-line}}(\epsilon) = 3[1 - (\epsilon/I)]^{1/2}/2I. \quad (4)$$

В настоящей работе представлены результаты расчетов характеристик дрейфа электронов в периодическом поле и выполнен анализ зависимостей характеристик дрейфа от величины пространственных флуктуаций поля. Рассмотрены два вида поля. Первое, синусоидальное возмущение однородного поля

$$E(x) = E_0[1 + \alpha \sin(x/L)], \quad (5)$$

где  $E_0, \alpha, L$  – среднее поле, его относительное возмущение и период. Второй тип поля представляет собой периодические возмущения степенного характера:

$$E(x) = E_0\{x/L\}^n(n+1). \quad (6)$$

Здесь для удобства записи используется функция  $\{x\}$  – дробная часть числа  $x$ . По определению  $\{x\} = x - [x]$ ,  $[x]$  – целая часть числа  $x$  (наибольшее целое число, не превосходящее  $x$ ).

В табл. 1 приведены некоторые результаты расчетов характеристик дрейфа электрона в неоне при температуре газа 298 К, приведенной средней напряженности электрического поля  $E/N = 10$  Тд и периоде поля 4 см. Эти параметры поля являются характерными для экспериментов с пылевой плазмой в разряде постоянного тока, поскольку при  $E/N = 10$  Тд появляется заметная ионизация атомов электронным ударом, а диаметр трубки и период страт составляет обычно несколько см.

Т а б л и ц а 1

Результаты расчетов методом Монте-Карло характеристик дрейфа электрона в неоне при температуре  $T_a = 298$  К для различных видов периодического поля.

Среднее поле: приведенная напряженность электрического поля  $E/N = 10$  Тд.

Скорость дрейфа –  $W$ , км/с, средняя энергия –  $\langle \epsilon \rangle$ , эВ. Доля энерговклада от электрического поля, пошедшая на возбуждение, 100%  $Q_{ex}/Q_{EW}$ . Доля энерговклада от электрического поля, пошедшая на ионизацию, 100%  $Q_{ion}/Q_{EW}$

Неон, 298 К				$I = 20.5$ eV, $E/N = 10$ Td, $E = 4$ V/cm, $L = 4$ cm			
$N_0$	Характеристики поля			Характеристики дрейфа			
	$eE_0/ e $ , В/см	$n$	$\delta^2$	$W$ , км/с	$\langle \epsilon \rangle$ , eV	$Q_{ex}/Q_{EW}$ , %	$Q_{ion}/Q_{EW}$ , %
1	4	0	0	19.7	7.75	79.3	1.7
2	4	1	1/3	19.4	7.54	78.6	2.8
3	-4	1	1/3	-19.3	7.58	79.4	2.4
4	4	-	1/2	18.8	7.29	78.2	3.4
5	4	2	9/5	18.7	7.21	77.9	4.3
6	-4	2	9/5	-18.8	7.31	79.1	3.5
7	4	3	16/7	18.3	6.94	77.1	5.8
8	-4	3	16/7	-18.4	7.08	79.2	4.3
9	4	4	25/9	17.9	6.71	76.6	6.9
10	-4	4	25/9	-17.8	6.89	78.9	5.0
11	4	5	36/11	17.5	6.53	76.3	7.8
12	-4	5	36/11	-17.6	6.73	78.4	6.0

Расчеты 1–12 в табл. 1 упорядочены по мере возрастания пространственной неоднородности периодического поля. Все расчеты, кроме № 4, выполнены для неоднородности поля степенного характера (6). В расчете № 4 постоянное поле имело синусоидальное возмущение (5) с амплитудой, равной среднему полю:  $\alpha = 1$ . В качестве меры неоднородности в табл. 1 приведена также и дисперсия пространственного распределения поля  $\delta^2$ , нормированная на величину среднего поля:  $\delta^2 = [\langle E^2(x) \rangle - \langle E(x) \rangle^2] / \langle E^2(x) \rangle$ . Вычислялись самые различные характеристики дрейфа (более подробное описание см. в работе [9]). За ось  $x$  выбрано направление дрейфа, т.е. при отрицательном среднем поле скорость дрейфа положительна. Для демонстрации влияния характера и величины пространственных неоднородностей периодического поля, в таблице приведены

лишь некоторые из них: скорость дрейфа  $W = \int_0^{\infty} u f(\epsilon) d\epsilon$ , средняя энергия электронов  $\langle \epsilon \rangle = \int_0^{\infty} \epsilon f(\epsilon) d\epsilon$  и процентные доли энерговклада, расходуемые электроном на возбуждение  $Q_{ex}/Q_{EW}$  и ионизацию  $Q_{ion}/Q_{EW}$ . Величина  $Q_{ion}/Q_{EW}$  является ионизационным коэффициентом Таунсенда, нормированным на потенциал ионизации, и соответствует доле ионизационных потерь в энерговкладе. Приведенные в табл. 1 данные дают достаточно полную картину качественных характеристик дрейфа электронов в электрическом поле.

На рис. 1 представлены распределения электронов по кинетической энергии  $K$  из расчета № 1 табл. 1 (однородное поле). Для сравнения приведены также распределения Максвелла и Дрювестейна с такой же средней энергией электронов и функция распределения электронов по трубопроводной модели. Видно, что ни распределение Максвелла, ни Дрювестейна не дают сколь-нибудь даже качественного согласия с результатами расчета. Пожалуй, наилучшее совпадение между расчетом и теорией дает трубопроводное приближение – но область его применимости весьма ограничена.

Следует также отметить, что помимо хорошо известного факта сильного влияния неупругих процессов возбуждения и ионизации на хвост функции распределения, имеется весьма значительное влияние неупругих процессов на функцию распределение электронов в области субтепловых энергий. Распределение электронов в области  $\epsilon \ll T_e$  сильно отличается от распределений Максвелла и Дрювестейна, что связано с наличием у электрона при его рождении довольно значительной кинетической энергии. При акте возбуждения электрон имеет энергию  $\langle \epsilon - E_1 \rangle = 2 - 4$  эВ, а при акте ионизации –  $\langle \epsilon - I \rangle / 2 = 2 - 3$  эВ.

На рис. 2 представлены результаты расчетов, в которых дрейф происходит в направлении возрастания модуля поля при различных значениях показателя степени неоднородности  $n$ . Этот рисунок демонстрирует влияние степени неоднородности поля на ФРЭЭ.

На рис. 3 представлены результаты расчета 11 из табл. 1: дрейф происходит в направлении возрастания модуля поля при высокой его неоднородности ( $n = 5$ ). Как и на рис. 1, приведены также распределения Максвелла и Дрювестейна с такой же средней энергией электронов, и функция распределения электронов по трубопроводной модели. Видно, что влияние неоднородности фактически привело к максвеллизации распределения в области энергий электрона  $\epsilon \leq 2\langle \epsilon \rangle$ .

На основании результатов расчетов можно сделать следующие выводы:

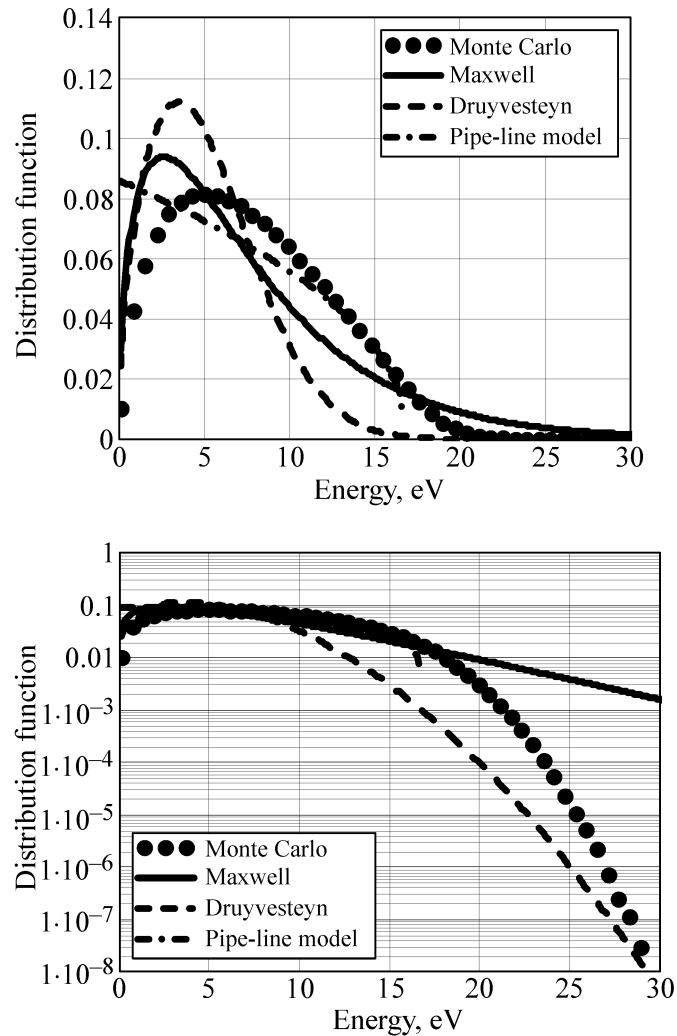


Рис. 1: Функция распределения электронов по энергии при дрейфе в однородном электрическом поле ( $E/N = 13.5 \text{ Тд}$ , неон). Жирные точки – результаты моделирования методом Монте-Карло, для сравнения также приведены ФРЭЭ Максвелла (сплошная кривая), Дрювестейна (штрихованная кривая) и трубопроводное распределение (штрихпунктирная кривая).

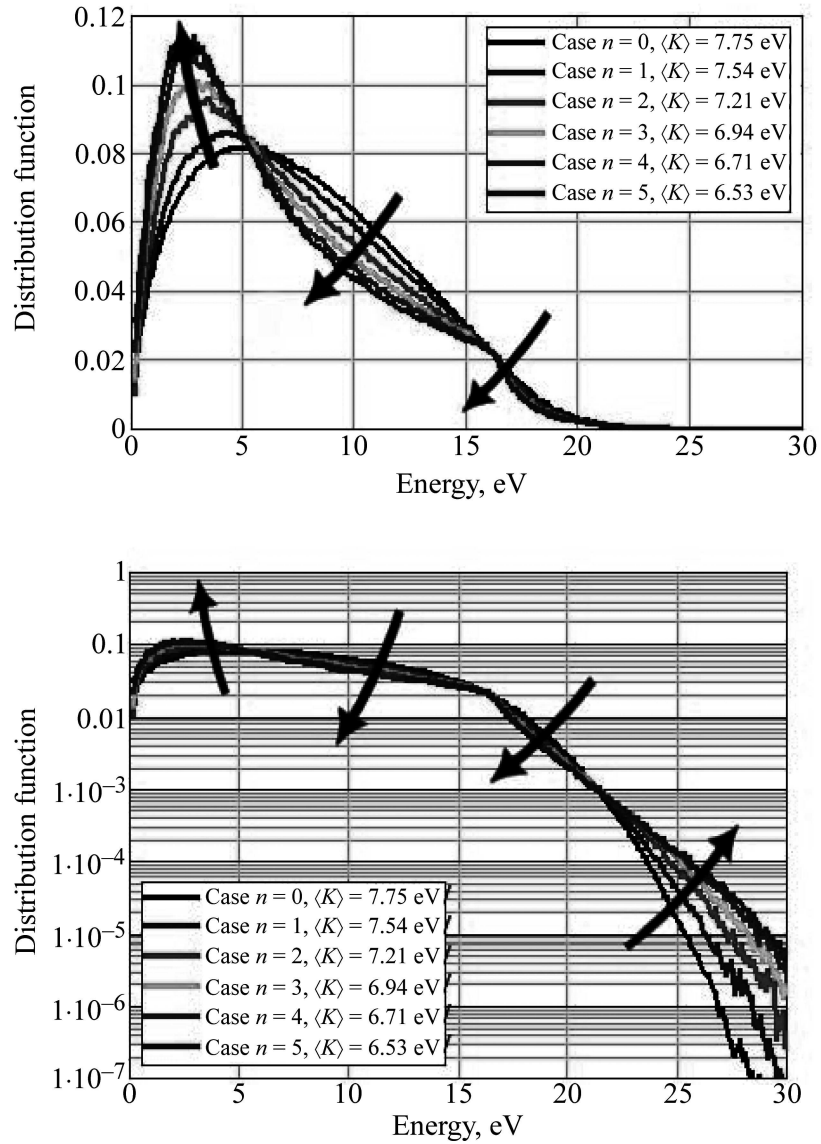


Рис. 2: Функции распределения электронов по энергии при дрейфе в периодическом электрическом поле ( $E/N = 10$  Тд, неон, период поля 4 см, напряженность поля 4 В/см). Разные кривые соответствуют различным значениям показателя степени неоднородности поля. Стрелки указывают направление изменения функций при увеличении неоднородностей поля.



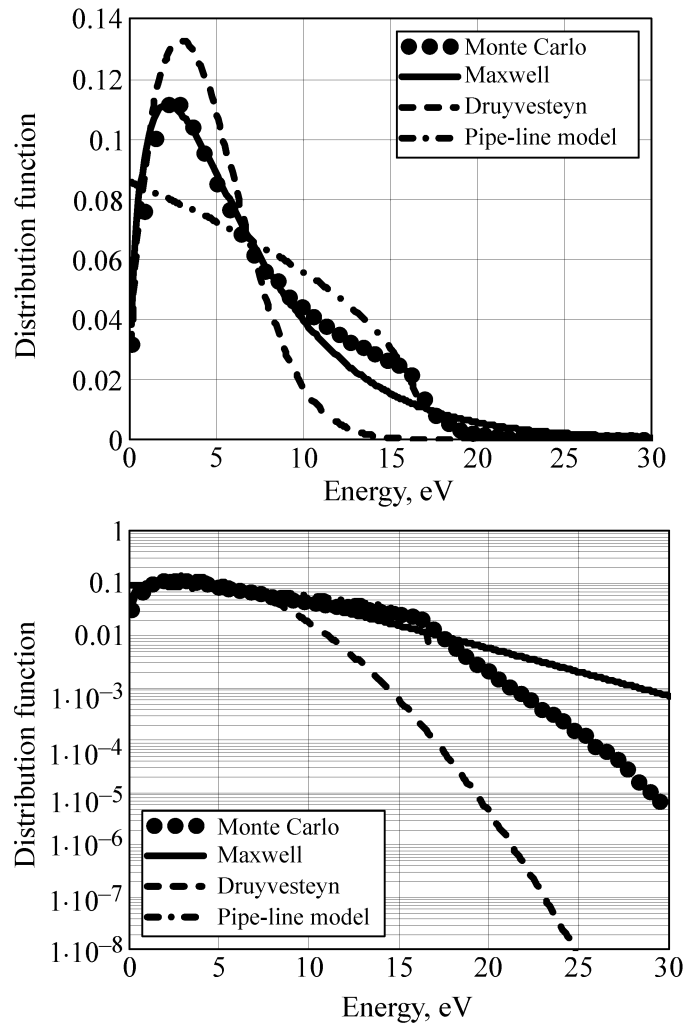


Рис. 3: Функция распределения электронов по энергии при дрейфе в периодическом электрическом поле ( $E/N = 10$  Тд, неон, период поля 4 см, напряженность поля 4 В/см). Жирные точки – результаты моделирования методом Монте-Карло, для сравнения также приведены ФРЭЭ Максвелла (сплошная кривая), Дрювестейна (штрихованная кривая) и трубопроводное распределение (штрихпунктирная кривая).

1) Даже значительные пространственные неоднородности поля не приводят к большому изменению средних характеристик дрейфа. При увеличении неоднородности скорость дрейфа падает в пределах 12%, средняя энергия тоже уменьшается примерно на 15%. На средние характеристики практически не оказывает влияние направление дрейфа – в сторону увеличения или падения поля внутри периода. Детальный анализ этого эффекта выходит за рамки данного сообщения.

2) Наибольшее влияние увеличение неоднородностей оказывает на скорость ионизации (см. хвосты ФРЭЭ на рис. 2). При уменьшении энерговклада  $Q_{EW}$  из-за уменьшения скорости дрейфа имеет место значительное увеличение частоты ионизации и доли энергии, идущей на ионизацию. Фактически это означает невозможность использования приближения локального поля (local field approximation) [10, 11] при оценках влияния неупругих процессов на характеристики пылевой плазмы.

3) Пространственная неоднородность поля может приводить к максвеллизации электронов в условиях тлеющего таунсендовского разряда, что составляет предмет давно известного и широко обсуждаемого парадокса Ленгмюра [1, 12].

Полученные результаты расчетов пространственного изменения характеристик дрейфа позволяют проводить анализ поведения пылевой компоненты в электростатических ловушках стратифицированного разряда [13–15]. Соответственно, эти результаты могут быть полезны при анализе экспериментальных данных, в частности, экспериментов с пылевой плазмой в разряде постоянного тока при пониженном давлении газа, ВЧ разряде, разрядах в смесях газов и при криогенных температурах [16–22].

Работа выполнена при финансовой поддержке Федеральной целевой программы “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России” на 2009-2013 “Поддержка научных исследований, проводимых коллективами научно-образовательных центров по научному направлению “Физика, астрономия” в области Физика плазмы, Проект “2012-1.1-12-000-1010-039”, Соглашение № 8392, и Государственный контракт №1 1.519.11.6021 с Минобрнауки России.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Л. Д. Цендин, УФН **180**, 139 (2010).
- [2] Л. М. Биберман, В. С. Воробьев, И. Т. Якубов, *Кинетика неравновесной плазмы* (М., Наука, 1982).
- [3] Л. Хаксли, Р. Кромптон, *Диффузия и дрейф электронов в газах* (Мир, Москва, 1977).

- [4] I. Langmuir, Phys. Rev. **26**, 585 (1925).
- [5] D. Gabor, E. A. Ash, and D. Dracott, Nature **176**(11), 916 (1955).
- [6] А. А. Кудрявцев, Л. Д. Цендин, ЖТФ **69**, 134 (1999).
- [7] V. A. Godyak, IEEE Trans. Plasma Sci. **34**, 755 (2006).
- [8] S. A. Khraak and G. E. Morfill, Phys. Plasm. **19**, 0245 (2012).
- [9] С. А. Майоров, Краткие сообщения по физике ФИАН **36**(10), 37 (2009).
- [10] P. Nicoletopoulos, R. E. Robson, and R. D. White, Phys. Rev. E **85**, 046404 (2012).
- [11] G. I. Sukhinin, A.V. Fedoseev, S. N. Antipov, et al., Phys. Rev. E **79**, 036404 (2009).
- [12] J. K. Grubert, M. M. Becker and D. Liffhagen, Phys. Rev. E **80**, 036405 (2009).
- [13] Yu. B. Golubovskii, R.V. Kozakov, J. Benhke, et al., Phys. Rev. E **68**, 026404 (2003).
- [14] Yu. B. Golubovskii, A.Yu. Skoblo, C. Wilke, et al., Phys. Rev. E **72**, 026414 (2005).
- [15] S. Dujko, R. D. White and Z. Lj. Petrovic, J. Phys. D: Appl. Phys. **41**, 245205 (2008).
- [16] С. А. Майоров, Физика плазмы **35** (9), 869 (2009).
- [17] С. А. Майоров, Физика плазмы **32**(9), 802 (2006).
- [18] С. А. Майоров, Физика плазмы **30**(8), 749 (2004).
- [19] С. А. Майоров, С. В. Владимиров, Н. Ф. Крамер, Физика плазмы **28**(11), 1025 (2002).
- [20] С. А. Майоров, Физика плазмы **26**(7), 669 (2000).
- [21] С. Н. Антипов, Э. И. Асиновский, А. В. Кириллин и др., ЖЭТФ **133**(4), 948 (2008).
- [22] С. Н. Антипов, М. М. Васильев, С. А. Майоров и др., ЖЭТФ **139**(3), 554 (2011).

Поступила в редакцию 21 ноября 2012 г.