УДК 524.354

К ПРИРОДЕ АНОМАЛЬНОГО МОМЕНТА СИЛ, ДЕЙСТВУЮЩЕГО НА ВРАЩАЮЩИЙСЯ НАМАГНИЧЕННЫЙ ШАР В ВАКУУМЕ

В. С. Бескин, А. А. Желтоухов*, А. К. Обухова, Е. Е. Стройнов

Уточнена величина аномального момента сил, действующего на вращающийся намагниченный шар в вакууме. Показано, что его величина зависит от структуры магнитного поля внутри тела.

Ключевые слова: нейтронные звезды, радиопульсары, аномальный момент.

Введение. Простейшей моделью, описывающей магнитосферу нейтронных звезд, является вакуумная модель [1, 2]. Согласно этой модели, нейтронная звезда представляет собой хорошо проводящий намагниченный шар, вращающийся в вакууме. При этом основное энерговыделение происходит за счет магнитодипольного излучения, которое приводит к замедлению вращения и к уменьшению угла χ между осью вращения и магнитным моментом $\vec{m}$ [3].

Несмотря на то, что вакуумная модель известна довольно давно, по некоторым вопросам все еще не достигнута полная ясность. В частности, на данный момент нет единого мнения о т.н. аномальном моменте сил, т.е. о моменте, действующем в направлении, перендикулярном плоскости $(\vec{m}\vec{\Omega})$ и приводящем к прецессии оси вращения. Такое название связано с тем, что его величина

$$K = \xi \frac{\vec{m}^2}{R^3} \left(\frac{\Omega R}{c} \right)^2 \sin\chi \cos\chi, \tag{1}$$

где R — радиус шара, а ξ — численный коэффициент порядка единицы, оказывается в $(\Omega R/c)^{-1}$ раз больше, чем тормозящий момент. При этом разные авторы дают разные значения величины ξ, а именно $\xi = 1$ [3, 4] и $\xi = 3/5$ [5] (см. также работы [6, 7], в которых, однако, заведомо не учитывался вклад электрического поля). С другой стороны, согласно [8, 9] аномальный момент вообще равен нулю ($\xi = 0$), и поэтому подобная прецессия должна отсутствовать. Данная работа посвящена прояснению указанного

ФИАН, Россия, 119991, Москва, Ленинский пр-т, 53; * e-mail: zhelto@gmail.com.
Московский физико-технический институт, Долгопрудный Московской обл.

вопроса и вычислению аномального момента сил, действующих на вращающийся намагниченный шар в вакууме.

Метод вычисления момента сил. Для определения аномального момента необходимо определить объемные и поверхностные токи и заряды, связанные с вращением шара. Ниже мы будем считать шар идеально проводящим, так что в нем выполнено условие вмороженности

$$\vec{E} + \beta_R \times \vec{B} = 0, \tag{2}$$

где здесь и далее $\beta_R = \vec{\Omega} \times \vec{r}/c$. В результате силы, действующие на шар, могут быть записаны в виде

$$d\vec{F} = \rho_{\mathrm{e}}\vec{E}\ \mathrm{d}V + [\vec{j} \times \vec{B}]/c\ dV + \sigma_e\vec{E}dS + [\vec{I}_S \times \vec{B}]/c\, dS, \tag{3}$$

где первые два слагаемых соответствуют объемному, а вторые — поверхностному вкладу. Однако если предположить, что в объеме шара существуют лишь токи коротации $\vec{j} = c\rho_e\beta_R$, то, как легко проверить, объемная часть силы (3) будет равна нулю. Тогда, учитывая, что на поверхности шара $\vec{r} = R \cdot \vec{n}$ и $dS = R^2 do$, где do — элемент телесного угла, для полного момента сил, действующих на поверхность шара, получим

$$\vec{K} = \int \vec{r} \times \mathrm{d}\vec{F} = \frac{cR^3}{4\pi} \int \left(\left[\vec{n} \times \left\{\vec{B}\right\}\right] \left(\vec{B} \cdot \vec{n}\right) + \left[\vec{n} \times \vec{E}\right] \left(\left\{\vec{E}\right\} \cdot \vec{n}\right) \right) do, \tag{4}$$

где фигурными скобками обозначены скачки поля на поверхности шара. Таким образом, задача о нахождении момента сил сводится к задаче нахождения электромагнитного поля внутри и вне шара.

Мы будем решать задачу методом разложения по параметру $(\Omega R/c)$, причем, как видно из соотношения (4), нам достаточно ограничиться лишь членами первого порядка для электрического и второго порядка для магнитного поля. При этом мы воспользуемся известным свойством квазистационарных конфигураций, когда для полей, зависящих от угла φ и времени t лишь в комбинации $\varphi - \Omega t$, временные производные можно заменить на пространственные, в результате чего уравнения Максвелла могут быть переписаны в виде [10]

$$\vec{\nabla} \times \left(\vec{E} + \beta_R \times \vec{B}\right) = 0, \tag{5}$$

$$\vec{\nabla} \times \left(\vec{B} - \beta_R \times \vec{E}\right) = \frac{4\pi}{c}\vec{j} - 4\pi\rho_e\beta_R. \tag{6}$$

Поскольку же как внутри, так и вне шара правая часть второго уравнения оказывается равной нулю (внутри есть только токи коротации), получаем в итоге

$$\vec{E} + \beta_R \times \vec{B} = -\vec{\nabla}\psi, \tag{7}$$

$$\vec{B} - \beta_R \times \vec{E} = \vec{\nabla} h, \qquad (8)$$

где ψ и h суть две скалярные функции, которые следует находить из условия непрерывности соответствующих компонент электрического и магнитного полей и из условий $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$ и $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ вне шара.

Таким образом, зная магнитное поле в нулевом порядке по параметру $(\Omega R/c)$, можно, используя уравнение (7), найти электрическое поле, соответствующее первому порядку по параметру $(\Omega R/c)$. Как хорошо известно, вне шара оно складывается из радиационного поля излучения магнитного диполя и квадрупольного поля зарядов, наводимых в шаре. В свою очередь, уравнение (8) позволяет однозначно найти магнитное поле во втором порядке по параметру $(\Omega R/c)$. Оно складывается из волнового поля как магнитодипольного, так и квадрупольного излучения.

Подчеркнем, что предлагаемый здесь метод неприменим для расчета момента, ответственного за магнитодипольное излучение, поскольку он не может различить запаздывающие и опережающие потенциалы [10]. Однако эта неопределенность появляется лишь на следующем шаге разложения, поскольку, как мы видели, аномальный момент (1) в $(\Omega R/c)^{-1}$ больше тормозящего момента, направленного против оси вращения. Поэтому описанная выше процедура оказывается адекватной поставленной задаче.

Результаты. Прежде всего, рассмотрим случай, когда в нулевом порядке по параметру $(\Omega R/c)$ магнитное поле как внутри, так и вне шара является дипольным

$$\vec{B} = \frac{3(\vec{m} \cdot \vec{r})\vec{r} - \vec{m} r^2}{r^5}. \qquad (9)$$

В этом случае поверхностные токи нулевого порядка отсутствуют, и поэтому для вычисления аномального момента требуется определение лишь электрического поля. При этом его непрерывная тангенциальная компонента может быть определена непосредственно из соотношения (7) при $\psi = 0$, а поверхностный заряд имеет вид

$$\sigma_{\mathrm{e}} = \frac{1}{2\pi} \frac{\vec{m}}{R^3} \left(\frac{\Omega R}{c}\right) \left(\cos^2\theta \cos\chi + \sin\theta \cos\theta \sin\chi\right). \qquad (10)$$

В итоге, получаем

$$\xi = 0. \qquad (11)$$

В случае же однородно намагниченного шара магнитное поле в нулевом порядке по параметру $(\Omega R/c)$ внутри шара определяется через магнитный момент формулой

$\vec{B} = 2\vec{m}/R^3$, а вне шара является дипольным (9). Это значит, что на поверхности шара должны существовать электрические токи (а, значит, и скачок магнитного поля) нулевого порядка. Поэтому в этом случае, помимо электрического поля первого порядка, необходимо определить и магнитные поля второго порядка. В результате, после элементарных, хотя и достаточно трудоемких вычислений, получаем

$$\xi = \frac{1}{3}. \tag{12}$$

Таким образом, мы видим, что аномальный момент сил, действующий на вращающийся намагниченный шар в вакууме, не равен нулю и при этом зависит от структуры его внутреннего магнитного поля. Отличие же от предыдущих расчетов, по-видимому, связано с тем, что в них не были учтены токи коротации внутри звезды.

Отметим, наконец, что для реальной магнитосферы радиопульсара в уравнении (7) с хорошей точностью можно положить $\psi = 0$ не только внутри, но и вне нейтронной звезды [10]. В результате в модели с магнитным диполем в центре звезды скачок нормальной компоненты электрического поля (а, значит, и поверхностный заряд) будут равны нулю. Следовательно, для нулевого продольного тока (вдоль магнитных силовых линий) в магнитосфере аномальный момент также будет отсутствовать ($\xi = 0$).

Авторы благодарят Я. Н. Истомина и А. А. Филиппова за полезное обсуждение. Работа была поддержана ФЦП Министерства образования и науки, соглашение 14.A18.21.0790.

Л И Т Е Р А Т У Р А

[1] A. J. Deutsch, Annales d'Astrophysique **18**, 1 (1955).

[2] J. P. Ostriker and J. E. Gunn, Astrophys. J. **458**, 347 (1969).

[3] L. Davis and M. Goldstein, Astrophys. J. **159**, L81 (1970).

[4] P. Goldreich, Astrophys. J. **160**, L11 (1970).

[5] A. Melatos, MNRAS **313**, 217 (2000).

[6] M. L. Good and K. K. Ng, Astrophys. J. **299**, 706 (1985).

[7] L. Mestel and D. Moss, MNRAS **361**, 595 (2005).

[8] F. C. Michel, *Theory of neutron star magnetospheres* (University of Chicago Press, Chicago, 1991).

[9] Ya. N. Istomin, in *Progress in Neutron Star Research*, A. P. Wass (Ed.) (Nova Science Publisher, New York, 2005), p. 27.

[10] V. S. Beskin, *MHD Flows in Compact Astrophysical Objects* (Springer-Verlag, Berlin, 2010).

Поступила в редакцию 22 июля 2013 г.