

СТАЦИОНАРНЫЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ В ПИНЧЕВЫХ РАЗРЯДАХ

В. Я. Никулин^{1,3}, С. А. Старцев², С. П. Цыбенко¹

Численно исследованы стационарные цилиндрические структуры плазмы в простой модели в формализме Давыдова–Захарова. Установлено, что такие решения существуют при наличии тангенциальных разрывов и разрывов, в которых магнитное поле, оставаясь неизменным по величине, меняет свое направление на противоположное. Найденные структуры зависят от двух параметров: от минимальной плотности плазмы в канале плазмы и от радиуса, на котором это значение плотности достигается. Полученные решения описывают филаменты в пинчевых разрядах.

Ключевые слова: пинчевые разряды, лондоновский ток, тангенциальный разрыв, токовые филаменты.

Введение. В пинчевых разрядах наблюдаются токовые филаменты [1–6]. Это нитеобразные структуры плотности плазмы и тока, которые сходятся к оси разряда и затем располагаются у оси. Филаменты оказываются долгоживущими объектами, которые детектируются от начала разряда и до стадии его деградации [7].

До сих пор не существует последовательного теоретического описания этого явления. Предполагалось, что филаменты могут возникать вследствие развития радиационной МГД неустойчивости [8]. Или образование филаментов может быть обусловлено наличием в стадии пробоя газа неоднородностей ионизации, а затем многоступенчатая ионизация приводит к усилению неоднородностей плотности плазмы [9]. В настоящее время развита лишь квазилинейная теория диссипативной МГД неустойчивости, в которой двумерные численные расчеты показали возможность формирования филаментов

¹ ФИАН, 119991 Россия, Москва, Ленинский пр-т, 53; e-mail: kink@sci.lebedev.ru.

² Финансовый университет; e-mail: sastartsev@bk.ru.

³ Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, 115409 Россия, Москва, Каширское ш., 31.

на ранних стадиях разряда [10]. Сами же филаменты трактовались по-разному. Бостик и др. [11] предложили рассматривать парные плазменные вихри для описания филаментов, а Нарди [12] связывал филаменты со спиральными линиями поля. Вита [13] считает, что филамент в плазме подобен токовому вихрю в сверхпроводниках II рода, когда во внешней части филамента с радиусом порядка скин-длины c/ω_p (отношение скорости света в вакууме к электронной плазменной частоте) протекает лондоновский ток, а в центре филамента учитываются диссипативные эффекты. И наконец, Фадеев и др. [14] рассматривают токовые филаменты как релаксированные состояния сильноточной плазмы, находящейся в локальном механико-термодинамическом равновесии.

В данной работе токовые филаменты исследуются в модели плазмы с лондоновским током, в которой прежде были получены нелинейные скин-решения, ударные волны и тангенциальные разрывы, а также плоские нелинейные волны [15–17].

Напомним, что плотность лондоновского тока пропорциональна векторному потенциалу электромагнитного поля, в отличие, скажем, от плотности тока в МГД, которая определяется параметрами плазмы, явным образом не зависящими от электромагнитного поля. Применяемая модель позволяет нам искать нелинейные цилиндрические структуры в случае произвольной амплитуды. Здесь мы ограничимся изучением стационарных структур.

Основные уравнения. Модель плазмы с лондоновским током [15, 16] – это одножидкостная модель квазинейтральной полностью ионизованной плазмы, в которой не учитываются диссипативные эффекты:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) &= 0, \\ \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} &= -\frac{\nabla P(\rho)}{\rho} - \frac{Ze^2}{2m_i m_e c^2} \cdot \nabla \vec{A}^2, \\ [\nabla \times [\nabla \times \vec{A}]] &= -\frac{4\pi Ze^2}{m_i m_e c^2} \rho \vec{A}. \end{aligned} \quad (1)$$

Система (1) состоит из уравнения непрерывности, уравнения движения и уравнения Максвелла для плотности плазмы ρ , гидродинамической скорости плазмы \vec{v} и векторного потенциала \vec{A} . В этой модели плазмы с лондоновским током, плотность которого $\vec{J}_L = -Ze^2 \rho \vec{A} / m_e m_i c$, давление плазмы $P(\rho)$ – известная термодинамическая функция. Для определенности будем считать плазму адиабатической, т.е. $P \sim \rho^{5/3}$. В системе (1) Ze и m_i – ионный заряд и масса, m_e и c – электронная масса и скорость света в вакууме. В дальнейшем будем рассматривать только потенциальные движения плазмы.

Из последнего уравнения системы (1) следует, что

$$\nabla \cdot (\rho \vec{A}) = \rho \nabla \cdot \vec{A} + (\vec{A} \cdot \nabla) \rho = 0.$$

Отсюда в кулоновской калибровке векторного потенциала \vec{A} ($\nabla \cdot \vec{A} = 0$) получим, что векторный потенциал перпендикулярен градиенту плотности плазмы: $(\vec{A} \cdot \nabla) \rho = 0$.

Для стационарной задачи, в которой ищем цилиндрически-симметричные решения, система (1) примет вид

$$\begin{aligned} \frac{Ze^2}{2m_i m_e c^2} A_z^2 + \frac{5 P_0}{2 \rho_0^{5/3}} \rho^{2/3} &= \frac{5 P_0}{2 \rho_0}, \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) - \frac{4\pi Ze^2}{m_i m_e c^2} \rho A_z &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь A_z – единственная составляющая векторного потенциала, P_0 и ρ_0 – значения невозмущенных параметров плазмы.

Перейдем в (2) к безразмерным переменным: $Ze^2 A_z^2 / 2m_i m_e c^2 v_{S_0}^2 \rightarrow a^2$, $\rho / \rho_0 \rightarrow \rho$, $r \omega_p^0 / c \rightarrow \tau$. Здесь v_{S_0} и ω_p^0 – скорость звука и электронная плазменная частота в невозмущенной плазме.

В итоге (2) можно записать в виде

$$\frac{d^2 a}{d\tau^2} + \frac{1}{\tau} \frac{da}{d\tau} - \rho a = 0; \quad a^2 = \frac{3}{2} (1 - \rho^{2/3}). \quad (3)$$

Настоящее исследование существенным образом основано на результатах работы [17], где были найдены нелинейные плоские волны в системе (1). Отличительной особенностью решения [17] является наличие разрыва в распределении магнитного поля, в котором величина магнитного поля сохраняется, а направление меняется на противоположное. При этом все остальные параметры плазмы (плотность, скорость и другие) остаются непрерывными. Заметим, что такого рода разрывы есть в обычной МГД [18]. Решение уравнений (3) будем искать также с разрывом, при котором магнитное поле поворачивается на 180° .

Оказалось, что уравнения (3) не имеют ограниченного решения даже среди решений с поворотом магнитного поля. Для того чтобы избежать сингулярности магнитного поля на оси, допустим существование тангенциального разрыва в этой области. Как известно [16, 18], суммарное давление плазмы и магнитного поля сохраняется при переходе с одной стороны тангенциального разрыва на другую:

$$P + \frac{\vec{H}^2}{8\pi} = \text{const.}$$

Результаты и обсуждение. Уравнения (3) численно интегрировались вместе с условием для тангенциального разрыва. Результаты численных расчетов представлены на рис. 1–3. Решение зависит от двух свободных параметров: от безразмерного радиуса τ_0 , на котором располагается разрыв с поворотом магнитного поля, и от значения плотности плазмы ρ^* на этом разрыве. Кроме того, у оси расположен тангенциальный разрыв, на одной стороне которого магнитное поле достигает своего максимального значения, а на другой стороне этого разрыва плотность плазмы максимальна, причем предполагается, что плазма адиабатически сжимается магнитным полем.

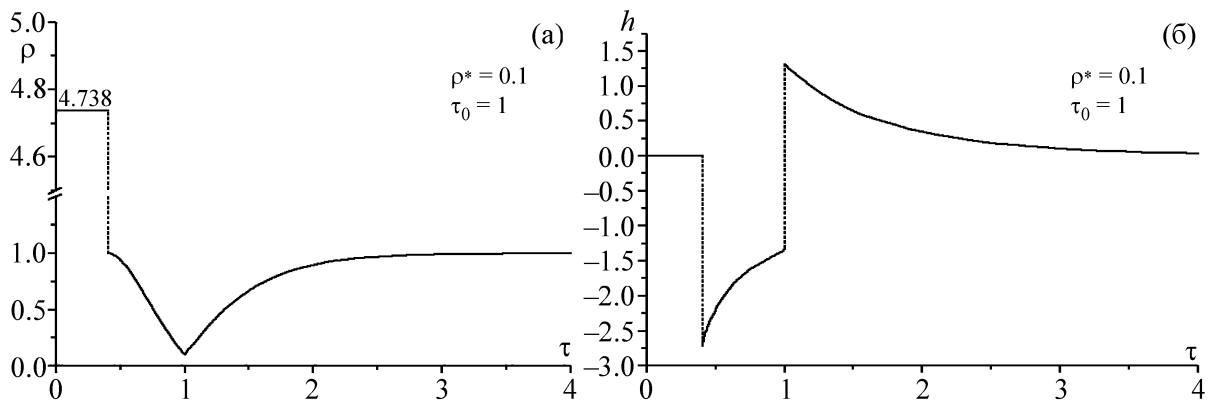


Рис. 1: (а) Распределение плотности плазмы при $\rho^* = 0.1$, $\tau_0 = 1$. (б) Распределение нормированного магнитного поля $h = dA/d\tau$ при $\rho^* = 0.1$, $\tau_0 = 1$.

На рис. 1(а) и рис. 1(б) показаны распределения плотности плазмы и магнитного поля, соответственно. Разрыв с поворотом магнитного поля имеет координату $\tau_0 = 1$, а плотность в этом месте достигает значения $\rho^* = 0.1$. На рисунках стороны разрывов соединены пунктирными линиями. Когда параметр τ уменьшается, плотность ρ стремится к единице, а магнитное поле – к максимальному значению. Вблизи значения $\tau = 0.4$ возникает тангенциальный разрыв, с другой стороны которого плотность достигает максимального значения $\rho \approx 4.7$, а магнитное поле обращается в нуль. Если рассмотреть решение при значениях $\tau > 1$, то можно отметить нелинейное скинирование магнитного поля, при котором магнитное поле стремится к нулю, а плотность плазмы – к невозмущенному значению. Следует также обратить внимание, что по поверхности тангенциального разрыва течет ток в направлении против оси цилиндрической системы (на это указывает циркуляция магнитного поля, взятая по контуру, который охватывает поверхность разрыва). Соответственно, по поверхности разрыва с поворотом магнитного поля также течет ток, но вдоль оси системы. Поверхностные то-

ки можно рассматривать как пучки электронов, ориентированные против оси системы и вдоль неё.

Оценим значения некоторых параметров решения. При концентрации электронов вокруг цилиндрической структуры, равной $5 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-2}$, характерный радиус структуры $r_0 = c/\omega_p^0$ оказывается по порядку величины 10 мкм. Заметим, что в пинчевых разрядах наблюдали и существенно меньшие объекты [19, 20]. Соответственно максимальное значение магнитного поля в решении получается порядка 0.1 МГц, если считать электронную температуру вокруг структуры порядка 100 эВ. Наконец, сила тока, текущего по поверхности тангенциального разрыва, оказывается равной 10^2 А по порядку величины.

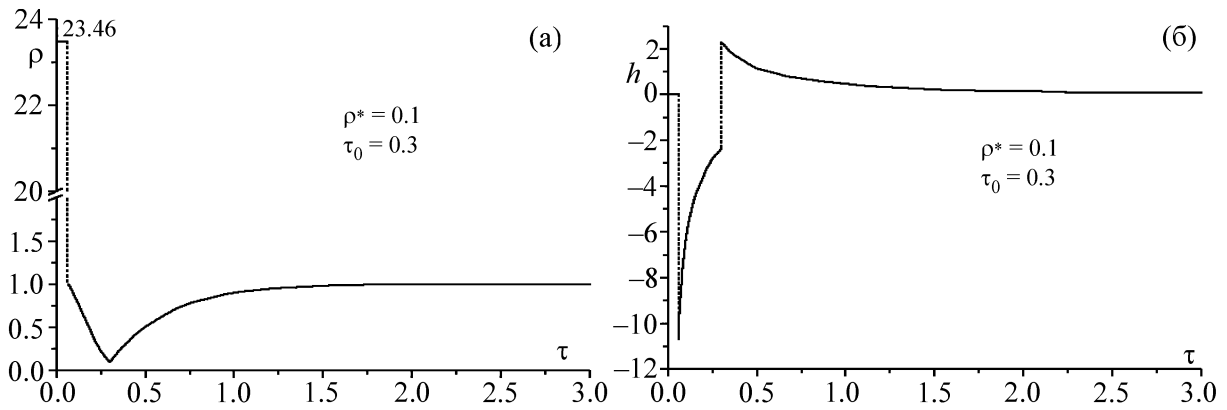


Рис. 2: (а) Распределение плотности плазмы при $\rho^* = 0.1$, $\tau_0 = 0.3$. (б) Распределение магнитного поля при $\rho^* = 0.1$, $\tau_0 = 0.3$.

На рис. 2(а) и рис. 2(б) показаны распределения плотности плазмы и магнитного поля при $\tau_0 = 0.3$ и $\rho^* = 0.1$. Более близкое к оси расположение разрыва с поворотом магнитного поля приводит к тому, что тангенциальный разрыв также располагается ближе к оси, максимальное значение магнитного поля при этом возрастает, достигая 1 МГц по порядку величины. Сила тока по поверхности тангенциального разрыва оказывается такой же по порядку величины, как и в случае с $\tau_0 = 1$ и $\rho^* = 0.1$. Однако плотность плазмы на оси возрастает более чем на порядок.

Заметим, что в пинчевых разрядах детектируются пучки электронов с высокой энергией, которые переносят незначительную долю полного тока разряда (порядка 1%) [21]. Можно предположить, что если такой пучок электронов поступает в область плазмы с лондоновским током, то в этой плазме индуцируются замкнутые компенсирующие токи, структура которых вблизи оси состоит из обратных лондоновских токов и обратного

тока по поверхности разрыва с поворотом магнитного поля.

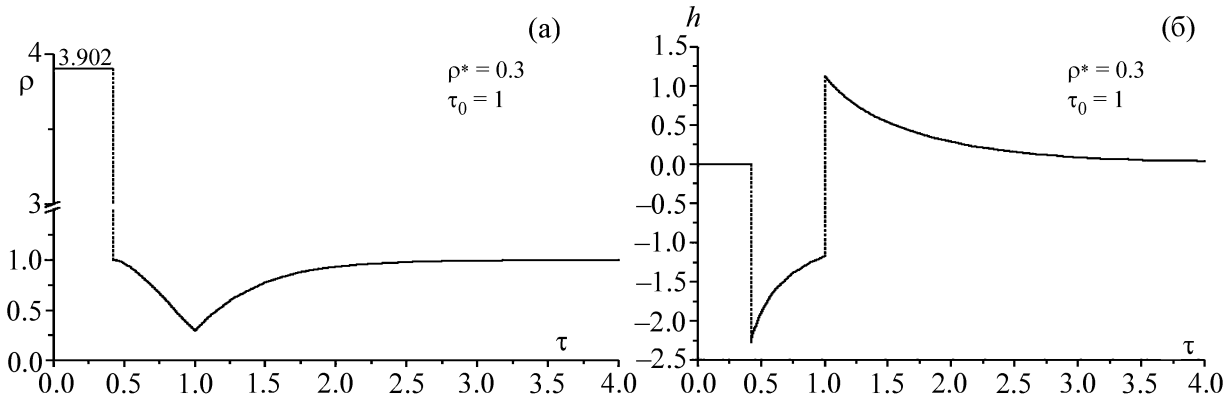


Рис. 3: (а) Распределение плотности плазмы при $\rho^* = 0.3$, $\tau_0 = 1$. (б) Распределение магнитного поля при $\rho^* = 0.3$, $\tau_0 = 1$.

И наконец, на рис. 3(а) и рис. 3(б) представлены распределения плотности плазмы и магнитного поля при $\tau_0 = 1$ и $\rho^* = 0.3$. Увеличение значения параметра ρ^* при неизменном параметре τ_0 означает уменьшение значения плотности у оси и уменьшение максимального значения магнитного поля с другой стороны тангенциального разрыва.

Заключение. Получены стационарные цилиндрические структуры в плазме с лондоновским током. Данные решения включают в себя тангенциальный разрыв у оси системы, по поверхности которого течет ток, индуцирующий, в свою очередь, обратные лондоновские токи и обратный поверхностный ток, текущий по поверхности разрыва с поворотом магнитного поля. Найденные распределения плазмы и магнитного поля выявляют структуру филаментов в пинчевых разрядах.

Работа выполнена при поддержке Гранта Президента РФ “Научные школы” НШ-1424.2014.2.

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] И. Ф. Кварцхава, К. Н. Кервалидзе, Ю. С. Гваладзе, Г. Г. Зукакишвили, Ядерный синтез **5**, 181 (1965).
- [2] R. Haas, H. Krompholz, L. Michel, et al., Phys. Lett. A **88**, 403 (1982).
- [3] M. Milanese, R. Moroso, J. Puozo, IEEE Transactions on plasma science **21**, 1 (1993).
- [4] L. Bilbao, H. Bruzzone, V. Ya. Nikulin, J. P. Roger, Preprint № 80, Centro di Frascati (Centro di Frascati, Frascati, Rome, 1980).

- [5] V. A. Gribkov, V. Ya. Nikulin, V. M. Fadeev, Ya. K. Khodataev, J. Moscow Phys. Soc. **3**, 75 (1993).
- [6] В. Я. Никулин, С. Н. Полухин, А. А. Тихомиров, Физика плазмы **31**, 642 (2005).
- [7] W. Sadowski, H. Herold, H. Schmidt, M. Shakhatre, Phys. Lett. A **105**, 117 (1984).
- [8] В. С. Имшенник, В. В. Неудачин, Физика плазмы **13**, 1226 (1987).
- [9] С. И. Брагинский, В. В. Вихрев, Теплофизика высоких температур **14**, 254 (1976).
- [10] J. Guillory, D. V. Rose, E. J. Lerner, in *Dense Z-pinchs: 7th International Conference*, Ed. by D. A. Hammer and B. R. Kusse (American institute of physics, New York, 2009), p. 203.
- [11] W. H. Bostick, W. Prior, L. Grunberger, G. Emmert, Phys. Fluids **9**, 2078 (1966).
- [12] V. Nardi, Phys. Rev. Lett. **25**, 718 (1970).
- [13] A. Di Vita, Eur. Phys. J. D **54**, 451 (2009).
- [14] V. M. Fadeev, U. Yusupaliev, S. A. Shuteev, in *Abstracts of 15th International Conference on High-Power Particle BEAMS "BEAMS' 2004", Saint-Petersburg, Russia, 2004* (Nauka, Saint-Petersburg, 2004), p. 291.
- [15] V. Ya. Nikulin, S. P. Tsybenko, Physica Scripta **55**, 90 (1997).
- [16] S. P. Tsybenko, J. Plasma Physics **62**, 117 (1999).
- [17] С. П. Цыбенко, Препринт № 24, ФИАН (Физический институт им. П.Н. Лебедева, РАН, Москва, 2004).
- [18] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред* (М., Наука, 1992).
- [19] K. N. Koshelev, N. R. Pereira, J. Appl. Phys. **69**, R21 (1991).
- [20] В. А. Веретенников, А. Н. Долгов, О. Н. Крохин, О. Г. Семенов, Физика плазмы **11**, 1007 (1985).
- [21] A. Bernard, H. Bruzzone, P. Choi, et al., J. Moscow Phys. Soc. **8**, 93 (1998).

Поступила в редакцию 10 сентября 2014 г.