УДК 539.1; 539.1.06; 778.33

## РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА ПО ПРОСВЕЧИВАНИЮ ГОРЫ КОСМИЧЕСКИМИ МЮОНАМИ

С. Г. Земскова<sup>1,2</sup>, Н. И. Старков<sup>1</sup>

В статье приводятся результаты модельного эксперимента по просвечиванию космическими мюонами горы с размещенным в ней объектом. Показаны масштабы различия потоков мюонов, прошедших и не прошедших через объект. Проведено сравнение результатов для объектов с плотностью большей и меньшей, чем основной грунт. Приведены результаты моделирования для случая с двумя детекторами, при котором возможно определение положения объекта в пространстве. Для оценки степени неопределённости, связанной с перерассеянием мюонов в веществе, было проведено моделирование событий прохождения мюонов в железе и грунте с помощью программного комплекса GEANT4 в широком диапазоне энергий и длин. Результаты представлены в виде распределений числа событий по конечной энергии и углу отклонения как функции начальной энергии и длины пути прохождения мюона в среде.

Ключевые слова: мюонная радиография, объекты с неоднородностями.

Мюонная радиография (MP) – зондирование внутреннего строения протяжённых объектов, который заключается в регистрации рассеивания и поглощения пучка мюонов при прохождении через вещество изучаемого объекта. В качестве просвечивающего пучка используются мюоны космических лучей (КЛ) [1]. Возможность использования MP связана с высокой проникающей способностью мюонов КЛ, их значительными потоками (мюоны падают на поверхность планеты с интенсивностью 10 000 частиц/(м<sup>2</sup>·мин))

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> ФИАН, 119991 Россия, Москва, Ленинский пр-т, 53; e-mail: starkov@sci.lebedev.ru.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Объединённый институт ядерных исследований, 141980 Россия, Московская обл., Дубна, ул. Жолио-Кюри.

и существовании достаточно эффективных детекторов для регистрации.

Мюонная радиография нашла широкое применение при изучении внутреннего строения как промышленных (домны, ядерные реакторы и т.д.), так и природных (вулканы, горы) объектов. Спектр космических мюонов простирается до сотен ТэВ и далее, поэтому даже для очень протяжённых объектов, типа горных массивов, найдутся мюоны, которые пройдут через них.

Данная статья является продолжением ранее опубликованных работ [2, 3] и описывает модельный эксперимент по просвечиванию горы космическими мюонами. Целью эксперимента является оценка условий, при которых возможно обнаружение и изучение некоторого протяжённого объекта внутри горы, имеющего плотность, отличную от плотности основного материала, и гораздо меньший размер.



Рис. 1: Горизонтальная проекция расположения горы, сферы внутри неё, детектора (квадрат в правом нижнем углу) и траекторий мюонов, проникающих через гору в детектор. Цифры нумеруют угол  $\varphi$  траекторий.

Для проведения эксперимента необходимо иметь трёхмерную геометрическую модель горы, которая может быть представлена в виде, обычно используемом в геодезии, как сетка с некоторым шагом на поверхности земли, в каждой точке которой задана высота. Однако для осуществления данного эксперимента была использована трёхмерная модель горы в виде серии линий уровня, заданной графическим файлом. На рис. 1 представлена схема "эксперимента" в горизонтальной плоскости, содержащая линии уровня. В правой нижней части горы помещен "детектор" (чёрный квадрат), "облучаемый" потоком мюонов (пучок лучей, сходящихся к детектору). Принят следующий масштаб соответствия размеров рисунка и "местности": 1 пиксел = 1 м, это соответствует размерам горы  $310 \times 540$  м. Перепад высот между линиями уровня равен 20 м. Таким образом, наивысшая точка находится на высоте 220 м. В качестве материала горы взят скальный грунт плотностью 2.65 г/см<sup>3</sup>. Внутри горы располагается сфера диаметром 25 метров из другого материала (тёмный круг на рис. 1). Рассмотрены два случая: сфера из железа (плотность 7.84 г/см<sup>3</sup>) и из обычного грунта (плотность 2.3 г/см<sup>3</sup>).

Космические мюоны, проходя через материал горы, испытывают рассеяние и частичное поглощение в зависимости от плотности материала, пройденного в нём пути и энергетического спектра частиц. По величине потока, зарегистрированного детектором в определенном направлении, можно судить о степени поглощения мюонов и, следовательно, о характере грунта и имеющихся посторонних включениях в этом направлении. Необходимые для расчётов величины поглощения мюонов в различных материалах взяты из [4], а форма спектра вертикальных космических мюонов из [5], и дополнена зависимостью от зенитного угла  $\sim \cos(\theta)^2$ .

В качестве измеряемых величин взяты поток мюонов, достигших детектора, и направление их прихода, задаваемое угловой частью сферических координат ( $\theta, \varphi$ ) с началом в месте расположения детектора и осью Z, направленной вверх. Т.о. в результате измерения получается проекция измеренного потока мюонов на сферу с центром в месте размещения детектора. Сравнивая это распределение с ожидаемым, полученном при некоторых предположениях, можно сделать заключение о распределении вещества в горе как функции направления.

Моделирование проводилось в два этапа. На первом проводилась генерация событий прохождения мюонов через гору, и вычислялся результирующий поток в точке детектирования. Вычисления величин поглощения выполнялись с использованием алгоритма, описанного в [3]. Отметим, что этот алгоритм позволяет получить только наиболее вероятные величины, т.к. не учитывает влияние перерассеяния частиц, которое будет обсуждаться ниже.

Для проведения расчётов в окрестности сферы было выбрано 16 направлений по  $\varphi$  (рис. 1) и 5 по  $\theta$  (рис. 2). По каждому направлению вычислялось расстояние между точками входа мюона в гору и выхода из неё, величина остаточного потока и его энергетический спектр. В случае пересечения мюона со сферой внутри горы, поглощение вычисляется по алгоритму для слоёного объекта [3]. На рис. 2 показано вертикальное сечение горы, включающее сферу. Прямые линии изображают траектории мюонов.



Рис. 2: Профиль горы, полученный пересечением вертикальной плоскостью, проходящей через траекторию 4 на рис. 1. Круг – сечение сферы. Цифры справа нумеруют углы θ. Детектор расположен в начале координат рисунка.



Рис. 3: Величина остаточного потока  $F(\theta, \varphi)$  ( $M^2$ стер сек)<sup>-1</sup>, зарегистрированного в точке расположения детектора как функция углов в случае железной сферы.

В результате указанной процедуры было получено распределение потока как функция направления  $F(\theta_i, \varphi_j)$ . На рис. 3 показано это распределение как функция углов. Видно, что форма этого распределения выглядит довольно гладко с некоторыми неровностями, которые трудно с достоверностью отождествить с проявлением постороннего объекта внутри горы, хотя в области углов θ с номерами 1–3 и φ с номерами 3–9 можно различить некоторое нерегулярное поведение. Полученный набор  $F(\theta_i, \varphi_j)$  был принят в качестве зарегистрированных потоков для дальнейшего анализа.

На втором этапе проводился анализ "зарегистрированного потока" с целью получить информацию о составе вещества горы. В качестве исходных данных использовался "зарегистрированный поток"  $F(\theta_i, \varphi_j)$ , набор длин путей мюонов в горе по каждому из направлений  $L(\theta_i, \varphi_j)$ , приблизительная информация о средней плотности грунта  $\rho_{av}$ , величина поглощения мюонов в грунте, а также известная зависимость спектра космических мюонов от энергии и направления.



Рис. 4: Величина приведённого потока  $F'(\theta, \varphi)$ , зарегистрированного в точке расположения детектора как функция углов в случае железной сферы.

Результирующий поток является следствием влияния нескольких факторов: зависимости поглощения от плотности материала, проходимого пути, а также того, что спектр космических мюонов является непрерывным и падающим с энергией при E > 1 ГэВ/с. Последнее обстоятельство приводит к тому, что чем больше проходимый мюоном путь, тем больше минимальный необходимый импульс  $P_{\min}$  и тем меньшая часть спектра доходит до выхода из горы [3]. Как показано в [2], изменение потока из-за разницы в длине пути может быть в некоторой степени устранено, если использовать приведённые величины потока  $F'(\theta, \varphi) = F(\theta, \varphi) \cdot L(\theta, \varphi)$ . На рис. 4 показано распределение  $F'(\theta, \varphi)$ . Видно, что в этом случае область размещения железной сферы диаметром 25 метров выделяется гораздо более чётко на фоне окружающего материала, чем на исходном распределении. Максимальная разница в потоках составляет в этом случае около 25%. При этом в направлениях, в которых мюоны проходят через основной материал горы, также наблюдается большой разброс величины приведённого потока. Этот эффект, как уже говорилось, связан с уменьшением доли спектра частиц, попадающих в детектор, с увеличением длины пути и величины  $P_{\min}$ . Для ослабления влияния этого фактора вычислим в каждом из направлений ( $\theta_i, \varphi_j$ ) поток мюонов  $F_0(\theta_i, \varphi_j)$  на длине  $L(\theta_i, \varphi_j)$ в предположении, что посторонний объект (сфера) отсутствует. Для таких вычислений требуется знание основного материала горы, которое отсутствует в натурных экспериментах. Поэтому для расчета  $F_0(\theta_i, \varphi_j)$  был выбран материал, не совпадающий с тем, который был использован при генерации событий, а именно, более лёгкий грунт с плотностью  $\rho = 2.3 \ {\rm г/cm}^3$ .



Рис. 5: Величина приведённого потока  $F''(\theta, \varphi)$ , зарегистрированного в точке расположения детектора как функция углов в случае железной сферы. В качестве средней плотности взята плотность материала ( $\rho = 2.3 \ r/cm^3$ ), не совпадающего с истинным материалом горы ( $\rho = 2.65 \ r/cm^3$ ).

Введём теперь ещё один приведённый поток, равный отношению  $F''(\theta_i, \varphi_j) = F(\theta_i, \varphi_j)/F_0(\theta_i, \varphi_j)$ . На рис. 5 показано распределение  $F''(\theta_i, \varphi_j)$  для обрабатываемых событий. Область размещения сферы в этом случае чётко выделяется в  $F''(\theta_i, \varphi_j)$  на фоне гладкой, практически плоской, формы распределения в остальных областях, где

некоторые неровности вызваны несовпадением выбранного при анализе материала с заложенным при генерации событий. По той же причине средний уровень гладкой части  $F''_{av}$  находится не на 1, а ниже. Если при вычислении  $F''(\theta_i, \varphi_j)$  взять исходный материал, то в нашем идеальном эксперименте гладкая часть была бы просто плоскостью на уровне 1. В случае реального эксперимента с горой, не являющейся монолитом, гладкая часть не будет плоскостью даже в случае выбора "правильного" материала. Тем не менее, её положение на уровне вблизи 1 будет свидетельствовать об оптимальном выборе основного материала горы.



Рис. 6: Величина приведённого потока  $F''(\theta, \varphi)$ , зарегистрированного в точке расположения детектора как функция углов в случае сферы из лёгкого грунта. В качестве средней плотности взята плотность истинного материала горы.

В завершение этого раздела на рис. 6 приведено распределение  $F''(\theta_i, \varphi_j)$  в случае такой же сферы, но из менее плотного материала ( $\rho = 2.3 \text{ г/см}^3$ ). В качестве основного материала при расчёте взят, как и ранее скальный грунт ( $\rho = 2.65 \text{ г/см}^3$ ). В этом случае максимальная относительная разность потоков  $F''(\theta_i, \varphi_j)$  в гладкой части  $F''_{av}$  и сферы составляет около 5%. Возможность зарегистрировать такую разность потоков зависит от конструкции конкретного детектора и его свойств. В случае использования приведенного потока  $F'(\theta_i, \varphi_j)$  различить присутствие сферы в этом случае было бы невозможно. Отметим, что гладкая часть распределения в этом случае – плоскость на уровне 1.



Рис. 7: Взаимное расположение детекторов в эксперименте с двумя детекторами по определению положения сферы в пространстве.

Рассмотренная выше постановка эксперимента дает проекцию распределения плотности материала горы на сферу. Однако более полной была бы информация о расположении элементов внутренней структуры в пространстве. Такая возможность появляется, если использовать два детектора [2, 6]. Рассмотрим для примера постановку эксперимента, изображённую на рис. 7. Два детектора облучаются мюонами, проходящими через гору с разных сторон. По каждому из них вычисляется приведённый поток  $F_1''(\theta_i, \varphi_j)$ и  $F_2''(\theta_k, \varphi_l)$ , причём подбираются такие направления ( $\theta_i, \varphi_j$ ) и ( $\theta_k, \varphi_l$ ), чтобы траектории соответствующих мюонов пересекались. Тогда характеристика F''(P(x, y, z)) в объёме материала в точке пересечения P(x, y, z) может быть определена по следующему правилу:

1. Если в области точки P(x, y, z), где пересекаются траектории, хотя бы у одной из них величина  $F''_{1,2}(\theta_i, \varphi_j)$  имеет значение, близкое к  $F''_{av}$ , то оно принимается в качестве значения F''(P(x, y, z)) в этой точке.

2. Если обе величины  $F''_1(\theta_i, \varphi_j)$  и  $F''_2(\theta_k, \varphi_l)$  значительно отличаются от  $F''_{av}$ , то в качестве F''(P(x, y, z)) берется среднее от них.

На рис. 8 показана горизонтальная проекция результата описанной выше процедуры (результат приведён только в точках, значения в которых отличны от  $F''_{av}$ ). Диаметры кружков на рисунке пропорциональны величине F''(P(x, y, z)). Видно, что место распо-



Рис. 8: Горизонтальная проекция результата обработки измерений двух детекторов. Размер кругов пропорционален величине "сигнала" от железной сферы.



Рис. 9: *Трёхмерное представление результата модельного эксперимента по определе*нию железной сферы в пространстве.

ложения основной части сферы покрывается кружками достаточно большого диаметра. Кроме того имеется дополнительная фантомная область, выходящая за пределы сферы и являющаяся её "тенью". Диаметры кружков в этой области меньше, чем на сфере и постепенно уменьшаются к краям выделенной области и поэтому могут быть отделены при дополнительном анализе или с использованием третьего детектора. На рис. 9 представлено трёхмерное изображение результата такого анализа на фоне линий уровня, расположенных на соответствующей высоте.

Рассмотрим теперь ещё один важный вопрос. При прохождении через вещество частицы рассеиваются на его атомах, в результате чего изменяют свой импульс как по величине, так и по направлению. Поскольку основу мюонной радиографии составляет определение направлений, это может внести искажения в полученный результат. Для оценки влияния эффекта рассеяния в работе [3] уже были проведены некоторые результаты расчётов для железа, полученные с использованием программного пакета GEANT4 [7]. Здесь мы приведём более полные результаты для железа и скального грунта.



Рис. 10: Распределения при прохождении мюонов через скальный грунт расстояния 110 м (1), 130 м (2) и 150 м (3). (а) По углу  $\theta$  (рад.) Аппроксимация функцией  $F = A \cdot \theta \cdot \exp(-(\delta \theta)^2)$ . (б) По энергии. Аппроксимация кривой Ландау. Начальная энергия мюонов 98 ГэВ.

На рис. 10 представлен результат моделирования событий прохождения мюонов с энергией E = 98 ГэВ через скальный грунт. Показаны распределения угла отклонения от первоначального направления  $\theta$  (а) и энергии (б) на расстояниях от точки входа L = 110 м, 130 м и 150 м. Распределение по углу может быть аппроксимировано функцией  $P = A \cdot \theta \cdot \exp(-(\delta \theta)^2)$ , а распределение по энергии кривой Ландау, правая ветвь



Рис. 11: Параметр  $\delta$  в зависимости от начальной энергии и длины пути мюона в среде: (a) для железа L = 1 м (1), 2 м (2), 3 м (3) и 4 м (4); (б) для скального грунта: прямые линии проведены для L = 10 м (1), 20 м (2), 30 м (3), 40 м (4) и 50 м (5).

которой приблизительно является функцией Гаусса, а левая спадает по гиперболическому закону. Моделирование было проведено в широком диапазоне энергий и длин L. Его результаты представлены на рис. 11, где приведена зависимость параметра  $\delta$  от энергии и величины L для железа (а) и скального грунта (б). Видно, что при фиксированном значении L зависимость параметра  $\delta$  от энергии хорошо аппроксимируется прямой линией.

Самое большое размытие по углу, как и ожидалось, имеют наиболее медленные мюоны, которые в наибольшей степени рассеиваются на последних метрах своего пути. Так, для мюонов с энергией меньше 1 ГэВ отклонение по углу составляет от 5 до 20 градусов при среднем отклонении около 10 градусов. Доля таких мюонов около 10% от общего количества.

Таким образом, если ограничиться мюонами с энергией E > 1-1.5 ГэВ, их рассеяние не будет сильно сказываться на разбросе их направлений в конце пути по сравнению с начальным.

В заключение отметим, что при взаимодействии мюонов достаточно большой энергии с ядрами существует также канал рождения адронов за счёт слабого взаимодействия. Однако его роль мала из-за малости сечения и в данной работе не рассматривается.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] H. K. M. Tanaka et al., Nucl. Instr. Methods A 507, 657 (2003).
- [2] Н. И. Старков, Краткие сообщения по физике ФИАН, 41(3), 39 (2014).
- [3] С. Г. Земскова, Н. И. Старков, Краткие сообщения по физике ФИАН, 42(2), 11 (2015).
- [4] D. E. Groom, N. V. Mokhov, S. I. Struganov, Muon Stopping Power and Range Tables 10 MeV-100 TeV, Atomic Data and Nuclear Data Tables, 78, 183 (2001).
- [5] J. Kremer, M. Boezio, M. L. Ambriola, et al., Phys. Rev. Lett. 83, 4241 (1999).
- [6] H. K. M. Tanaka et al., Geophysical Research Letters, 36, L17302 (2009).
- [7] J. Allison, K. Amako, J., V. Grichine, N. Starkov, et al., (GEANT4 collaboration), Nucl. Instrum. Meth. A506, 250 (2003).

Поступила в редакцию 5 февраля 2015 г.