

ПОЛУАНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАЗЛЁТА ТОНКОГО ПЛАЗМЕННОГО СЛОЯ В ВАКУУМ

Е. А. Говрас, В. Ю. Быченков

Предложена практическая модель разлёта в вакуум плоского тонкого плазменного слоя, позволяющая достаточно просто находить пространственно-временные и спектральные характеристики ускоряемых ионов для произвольной температуры электронов плазмы.

Ключевые слова: разлёт плазмы, ускорение ионов.

Ускорение ионов при разлёте плазмы в вакуум изучается на протяжении уже 50 лет, начиная с работ А. В. Гуревича с соавторами [1]. Однако до сих пор остаётся нерешённой задача об аналитическом или полуаналитическом описании разлёта в вакуум плазменного слоя конечной толщины с электронами заданной температуры. В работе [2] была предложена простая модель, позволяющая оценить максимальную энергию ускоряемых при разлёте слоя плазмы ионов, но описания основных характеристик разлетающейся плазмы дано не было. В настоящем сообщении мы восполняем этот пробел.

Пусть ионы плазмы с массой M и зарядом Ze в начальный момент распределены однородно с плотностью $n_{i,0}$ в области пространства $-L/2 \leq x \leq L/2$. Лазерно-нагретые электроны подчиняются бoльцмановскому распределению с постоянной температурой T : $n_e(x, t) = n_{e,0} \exp[e\varphi(x, t)/T]$. Параметры плазмы определяют систему безразмерных переменных, в которых $L/2$ является единицей измерения для координаты x ; $\omega_{pi}^{-1} = \sqrt{M/4\pi(Ze)^2 n_{i,0}}$ – для времени t ; $n_{i,0}$ – для электронной, n_e , и ионной, n_i , плотностей; $4\pi(Ze)^2 n_{i,0} (L/2)^2$ – для энергий ($Ze\varphi$, ZT и $\epsilon = M\dot{x}^2/2$). Описание одномерного разлёта плазмы включает в себя решение уравнения Пуассона для самосогласованного электростатического поля и нахождения характеристик уравнения Власова для ионов (уравнения движения). С использованием лагранжевых переменных система безразмерных уравнений имеет вид:

$$\varphi'' = \eta \exp\left[\frac{\varphi}{T}\right] - n_i(x, t), E(x) = -\varphi', \quad \varphi'|_{x=0} = 0, \quad \varphi'|_{x=\infty} = 0,$$

$$\ddot{x} = E(x), \quad \dot{x}(0) = 0, \quad x(0) = x_0, \quad 0 \leq x_0 \leq 1, \quad n_i(x, t) = |\partial x / \partial x_0|^{-1}. \quad (1)$$

Здесь параметр $\eta = n_{e,0}/Z n_{i,0} \approx (1 + 2T)^{-1}$ [2] определяет степень эвакуации из объёма мишени нагретых лазером электронов ($0 < \eta < 1$).

Так как строгое аналитическое решение системы (1) для произвольного значения T невозможно, мы решаем её численно с помощью метода “частица-в-ячейке” и конструируем модельное пространственно-временное распределение электрического поля. Решение для двух моментов времени показано на рис. 1.

Известно, что в квазинейтральном случае (малая температура электронов) с границ плазмы во внутрь распространяются волны разрежения, движущиеся со скоростью ионного звука $c_s = \sqrt{T}$. В случае конечной толщины мишени возникает отражение этих волн в центре, $x = 0$, причём фронт отражённой волны в области $x > 0$ согласно [3] движется по закону

$$x_*^{\text{HD}} = 1 + c_s t \left[2 \ln(c_s t) - 1 \right]. \quad (2)$$

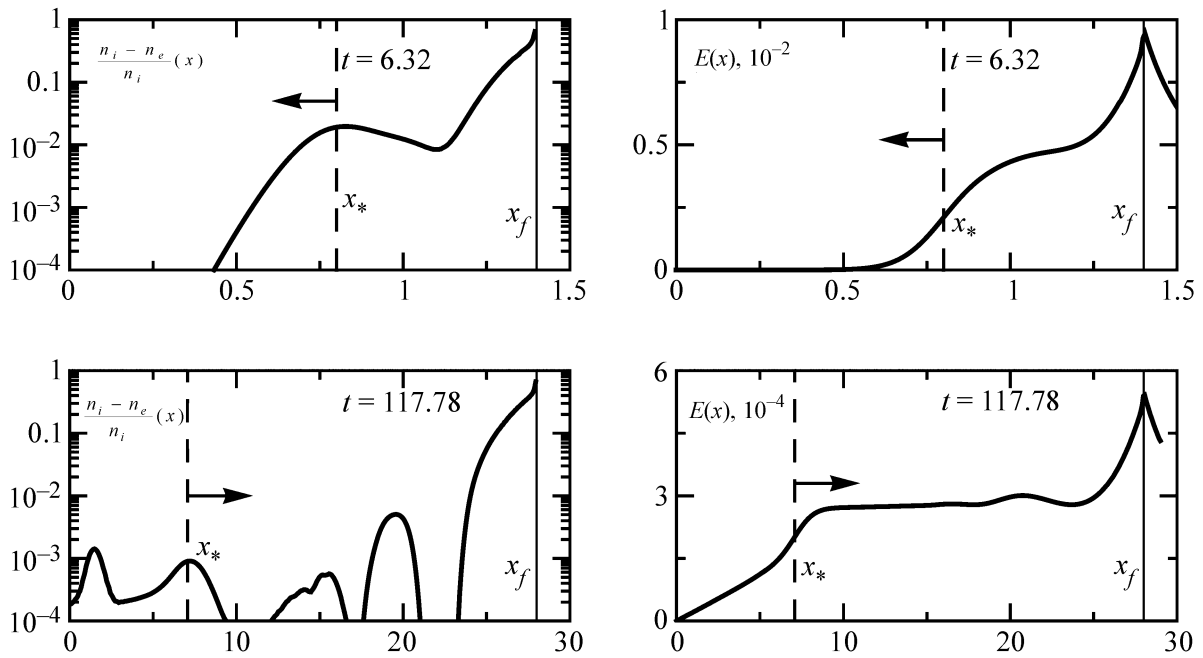


Рис. 1: Численное решение системы (1) для $T = 0.001$. Слева представлена величина $(n_i - n_e)/n_i$, а справа – распределение электрического поля для двух моментов времени: до отражения волн разрежения в центре и после него. После отражения пунктирная линия обозначает положение x_*^{HD} фронта отраженной волны (2), до отражения – $x_* = 1 - c_s t$.

Из рис. 1 видно, что волны до и после отражения связаны с перемещением избыточного положительного заряда, обуславливающего электрическое поле. После отражения за фронтом волны возбуждаются колебания ионно-звукового типа, подобные тем, которые имеют место за фронтом плазмы, расширяющейся в вакуум [4].

В отличие от работы [2] мы предлагаем явную зависимость поля на фронте плазмы $E_f(t)$ для произвольных T :

$$E_f(t) = E_f(0) \left[1 + \left(\frac{t}{t_{QN}(T)} \right)^2 \right]^{-1/2}, \quad E_f(0) = \sqrt{\frac{2\eta T}{e^n}}. \quad (3)$$

Величина $t_{QN}(T)$ имеет смысл характерного времени перехода разлёта плазмы в квазинейтральный режим, и с учётом [5] может быть аппроксимирована как

$$t_{QN}(T) = \sqrt{2e} \cdot \Theta(1 - T) + \left(\sqrt{2T} + \frac{1}{\sqrt{T}} \right) \cdot \Theta(T - 1), \quad (4)$$

где Θ – функция Хевисайда. Легко получить явное выражение, описывающее движение фронта плазмы:

$$x_f(t) = 1 + E_f(0) t_{QN}^2 \left[1 - \sqrt{1 + \left(\frac{t}{t_{QN}} \right)^2} + \frac{t}{t_{QN}} \operatorname{arsh} \left(\frac{t}{t_{QN}} \right) \right]. \quad (5)$$

Анализируя графики на рис. 1, можно предложить следующее модельное распределение электростатического поля в зависимости от положения фронта волны зарядовой плотности, x_* , и направления её скорости, v_* :

$$E(x, t, E_*) = \begin{cases} 2T C(E_*) + 2T D(E_*) \exp\left(\frac{x - x_f}{\lambda(x)}\right), & x \geq x_*, \\ E_* \frac{x}{x_*}, & x \leq x_*, v_* \geq 0, \\ E(t = 0, x) \left[1 + \left(\frac{t}{t_{QN}} \right)^2 \right]^{-1/2}, & x \leq x_*, v_* < 0. \end{cases} \quad (6)$$

Здесь $E_* = E(x_*)$, а константы C и D имеют следующий вид

$$C(E_*) = \frac{1}{2T} \frac{E_* - E_f \exp\left(\frac{x_* - x_f}{\lambda(x_*)}\right)}{1 - \exp\left(\frac{x_* - x_f}{\lambda(x_*)}\right)}, \quad D(E_*) = \frac{1}{2T} \frac{E_f - E_*}{1 - \exp\left(\frac{x_* - x_f}{\lambda(x_*)}\right)}. \quad (7)$$

Из соотношения (6) и связи дебаевского радиуса λ с потенциалом получаем обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка для функции $W(x) = 1/\lambda(x)$:

$$\begin{cases} W'(x) + W(x) \left[C(E_*) + D(E_*) \exp \left((x - x_f) W(x) \right) \right] = 0, \\ x_* \leq x \leq x_f, \quad W(x_f) = \frac{E_f}{T \sqrt{2}}. \end{cases} \quad (8)$$

Граничное условие для $W(x)$ в уравнении (8) отвечает решению системы (1) для потенциала в вакууме и условию его непрерывности, которое даёт выражение для потенциала на фронте $\varphi_f(t)$:

$$\varphi_f(t) = T \ln \left(\frac{E_f(t)^2}{2 \eta T} \right). \quad (9)$$

Положение точки сшивки поля x_* может быть получено, используя выражение (2) как предельный случай квазинейтрального режима и считая, что при больших температурах $x_* = 0.5 x_f$:

$$\begin{aligned} x_* &= A(T) x_*^{\text{QN}}(t) + (1 - A(T)) \frac{x_f}{2}, \quad A(T) = \frac{1}{2} \left[1 - \text{th} \left(\frac{T - 0.1}{0.1} \right) \right], \\ x_*^{\text{QN}}(t) &= (1 - c_s t) \cdot \Theta(c_s^{-1} - t) + 1.3 x_*^{\text{HD}}(t) \cdot \Theta(t - c_s^{-1}). \end{aligned} \quad (10)$$

Полное падение потенциала на толщине плазмы также можно аппроксимировать, используя предельные случаи малых [3] и больших температур:

$$\begin{aligned} \varphi_0(t) &= \varphi_0^{\text{CE}}(t) \cdot \frac{\varphi_0^{\text{QN}}(t_j(T))}{\varphi_0^{\text{CE}}(t_j(T))} \cdot \Theta(t_j(T) - t) + \varphi_0^{\text{QN}}(t) \cdot \Theta(t - t_j(T)), \\ \varphi_0^{\text{QN}}(t) &= -T q(t) \cdot \Theta(t - t_0), \quad \varphi_0^{\text{CE}}(t) = \varphi_f(t) + \frac{1}{2} E_f(t) x_f(t) - \left(\eta T + \frac{E_f(0)}{2} \right), \\ q(t) : \frac{t}{t_0} &= e^{q/4} \left[1 - \frac{q}{4} + 4q \int_0^{1/2} y e^{qy^2} \left(1 - \frac{q}{4} + qy^2 \right) \left(I_0(qy) + I_1(qy) \frac{1 + 4y^2}{4y} \right) dy \right], \\ t_0(T) &= \frac{1}{\sqrt{T}} + 0.4 + 1.3 \sqrt{2T}, \quad t_j(T) = \frac{1}{\sqrt{T}} + 1.5 + 2.3 \sqrt{2T}. \end{aligned} \quad (11)$$

Окончательно E_* может быть найдено для произвольной температуры электронов из следующего уравнения

$$\int_0^{x_f} E(x, t, E_*) dx = \varphi_0(t) - \varphi_f(t). \quad (12)$$

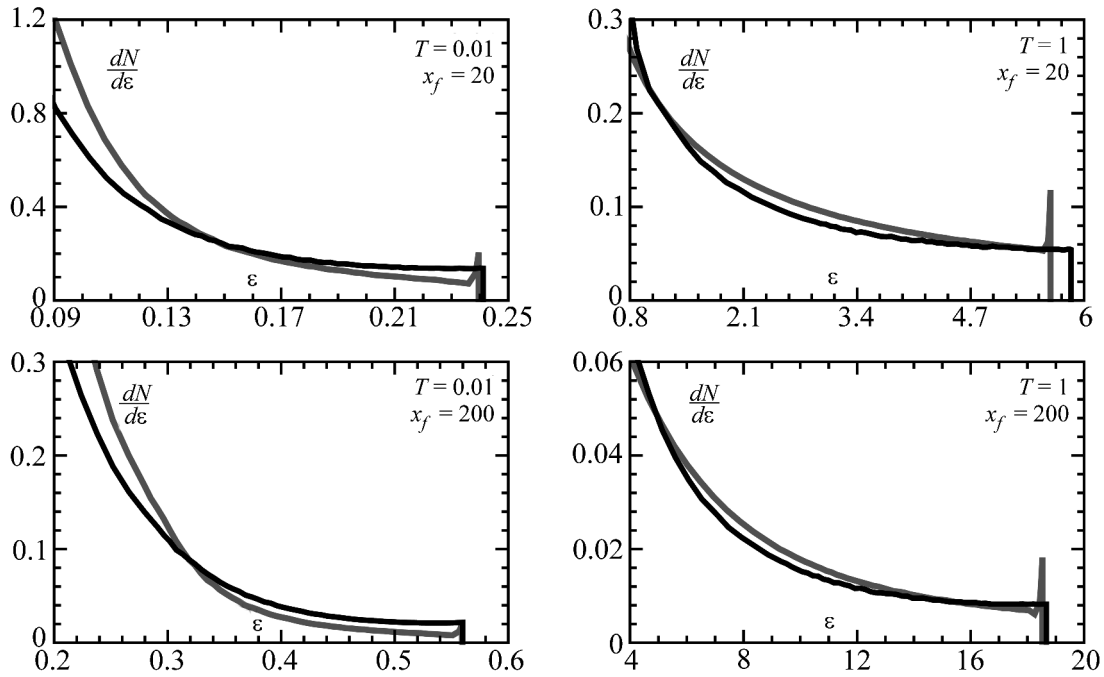


Рис. 2: Спектры ионов на моменты времени, соответствующие $x_f = 20$ и $x_f = 200$, для $T = 0.01$ и $T = 1$. Серыми линиями показаны численные результаты, чёрными – результаты, полученные с использованием приближенного поля.

Система (3)–(12) определяет пространственно-временное поведение поля для любых температур электронов T . Подставляя это поле в уравнение движения ионов (1), находим спектры ускоренных ионов. Результаты сравнения теоретических и численных спектральных распределений для $T = 0.01$ и $T = 1$ представлены на рис. 2. Видно, что наша модель корректно воспроизводит численные результаты. Отметим также, что численные результаты подтверждают существование сингулярности ионного фронта, обнаруженной в [6] и недавно в [7].

Подводя итог, отметим, что в данной работе была построена полуаналитическая модель разлёта ионного слоя конечной толщины в вакуум для произвольной температуры электронов. Теоретические результаты, полученные с помощью предложенного модельного распределения электростатического поля, находятся в хорошем согласии с прямым численным моделированием во всём диапазоне температур электронов.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 13-02-00426-а, 14-02-31407-мол_а, 14-29-09244-офи_м, 15-02-03042-а).

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] А. В. Гуревич, Л. В. Парийская, Л. П. Питаевский, *ЖЭТФ* **49**, 647 (1965).
- [2] Е. А. Говрас, В. Ю. Быченко, *Письма в ЖЭТФ* **98**, 78 (2013).
- [3] Yu. V. Medvedev, *Plasma Phys. Control. Fusion* **47**, 1031 (2005).
- [4] А. В. Гуревич, Л. П. Питаевский, *ЖЭТФ* **65**, 590 (1974).
- [5] P. Mora, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 185002 (2003).
- [6] А. В. Гуревич, А. П. Мещеркин, *ЖЭТФ* **53**, 1810 (1981).
- [7] J. E. Allen and M. Perego, *Phys. Plasmas* **21**, 034504 (2014).

Поступила в редакцию 25 марта 2014 г.