

УДК 531.19+533.9

## РЕЛАКСАЦИЯ В АНСАМБЛЕ ОГРАНИЧЕННЫХ КУЛОНОВСКИХ ПАР

С. Н. Андреев, А. А. Самохин

*Исследуются релаксационные процессы в ансамбле независимых кулоновских пар, движение которых ограничено на плоскости упруго отражающими стенками. Показано, что влияние соударений частиц с неподвижными стенками приводит к дополнительной ионизации или рекомбинации в зависимости от вида начальной неравновесной функции распределения частиц. При адиабатическом сближении (раздвижении) стенок преобладающим процессом является ионизация (рекомбинация).*

Вопросы применимости основных положений статистической механики к системам из небольшого числа частиц привлекают к себе внимание исследователей уже на протяжении многих лет (см., например, [1 – 4] и цитированную там литературу). В работах [1, 2] были рассмотрены свойства адиабатического и других ансамблей на примерах двух простейших "неидеальных" систем: одномерного гармонического осциллятора и симметричной кулоновской пары, ограниченных абсолютно упругими стенками. Результаты этого рассмотрения показывают, в частности, что флуктуации энергии в адиабатическом ансамбле для симметричной кулоновской пары отличаются от флуктуаций в квазиравновесном каноническом ансамбле и близки к тем значениям, которые даются полученной ранее формулой [5] для больших термодинамических систем. Однако в ансамблях из таких простейших систем фактически отсутствует релаксация, то есть эволюция начального неравновесного состояния к равновесному, хотя равновесие системы может сохраняться в ходе адиабатического процесса.

В настоящей работе исследуются процессы релаксации в ансамбле изолированных кулоновских пар, движение которых ограничено на плоскости внутри квадрата с зеркально отражающими стенками. Такая постановка позволяет использовать точное решение кеплеровской задачи для свободного движения кулоновской пары на интервале

времени между двумя последовательными соударениями частиц со стенками. В то же время эта система является простейшей моделью "плазмы", в которой могут наблюдаться процессы ионизации и рекомбинации в ограниченном объеме. Подобная модель использовалась ранее в [6] для анализа равновесного распределения и проверки эргодичности данной системы, но процессы релаксации к равновесному ансамблю при различных неравновесных начальных распределениях при этом не обсуждались.

Рассматриваемая система описывается гамильтонианом

$$H(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{\mathbf{p}_1^2}{2m_1} + \frac{\mathbf{p}_2^2}{2m_2} - \frac{\alpha}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} = K_c + E_c, \quad (1)$$

где  $m_1, m_2$  – массы,  $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2$  – импульсы частиц,  $\mathbf{r}_1$  и  $\mathbf{r}_2$  – радиус-векторы частиц, лежащие в квадрате со стороной  $2L$  с центром в начале координат, параметр  $\alpha > 0$  определяет силу взаимодействия между частицами,  $K_c$  – кинетическая энергия поступательного движения центра масс,  $E_c$  – энергия частиц в системе центра масс, причем  $E_c \leq E$ . Движение частиц внутри квадрата описывается известными кеплеровскими формулами, а при соударении частицы со стенкой ее нормальная компонента скорости меняет знак, вследствие чего происходит изменение параметров кеплеровской траектории.

Для численной реализации данного процесса была написана программа, в которой положение частицы на ее кеплеровской траектории в момент соударения со стенкой определялось методом итераций с точностью  $dr/L = 0.5 \cdot 10^{-6}$  по каждой из компонент. Часть траекторий (эллиптические, близкие к параболическим, а также траектории с лобовым соударением), на расчет которых затрачивалось слишком большое время  $t > t_1$ , исключалась из рассмотрения. Число таких исключенных систем в расчетах релаксации с покоящимися стенками не превышало пяти процентов от их общего количества.

При отсутствии стенок вместе с полной энергией  $E$  сохраняется также энергия  $E_c$  в системе центра масс. В результате упругого соударения частицы со стенками величина  $E_c$  меняется при сохранении полной энергии, т.е. происходит перераспределение энергии между относительным движением частиц (в системе центра масс кеплеровской задачи) и движением их центра масс. Величина  $E_c$  при этом может менять знак, что соответствует ионизации, когда  $E_c$  становится положительной, или рекомбинации в противоположном случае. Благодаря этому обмену распределение системы по ее энергии  $E_c$ , определяемое по относительному времени пребывания системы в данном состоянии за полное время наблюдения  $T$ , при достаточно больших  $T$  стремится к своему равновесному значению, соответствующему распределению в микроканоническом ансамбле, т.е. данная система оказывается эргодической [6].

Функция распределения  $\rho(E_c, t)$  ансамбля систем с заданной полной энергией  $E$  остается постоянной во времени в соответствии с уравнением Лиувилля, если ее начальное значение  $\rho(E_c, 0) = \rho_m(E_c)$  является равновесным и соответствует, например, микроканоническому распределению  $\rho_m(E_c)$ .

В противном случае  $\rho(E_c, t)$  эволюционирует во времени, стремясь к своему равновесному значению. После примерно одного соударения каждой частицы со стенками неравновесные функции распределения  $\rho(E_c, t)$  ансамбля, содержащего  $N = 4060$  систем, с начальными значениями  $\rho(E_c, t)$  в виде дельта-функций по  $E_c$ , локализованных при  $E_c = \tilde{E}_c$  (начальные условия выбирались произвольно с сохранением скоростей и относительных координат), приводится на рис. 1 для двух случаев с  $\tilde{E}_c = -4.5$  и  $\tilde{E}_c = 2.27$  (вертикальные пунктирные прямые) при одинаковой полной энергии  $E = 5$  ( $m_1 = m_2 = 1$ ,  $\alpha = 350$ ,  $L = 100$ ). Сплошная линия соответствует начальной локализации при  $\tilde{E}_c = 2.27$ , а пунктирная  $\tilde{E}_c = -4.5$ . Как следует из этого рисунка, исходная сильно неравновесная функция распределения очень быстро утрачивает свой первоначальный вид, т.е. перемешивающее влияние стенок в данной системе оказывается весьма сильным.

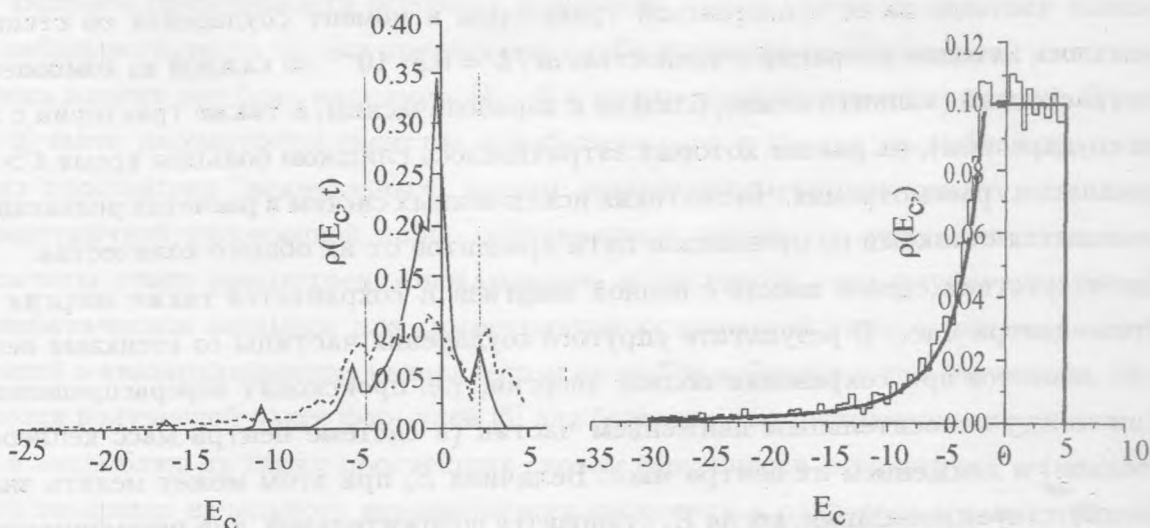


Рис. 1. Неравновесные функции распределения  $\rho(E_c, t)$  после примерно одного соударения на частицу с начальными значениями  $\tilde{E}_c = -4.5$  (штриховая линия) и  $\tilde{E}_c = 2.27$  (сплошная линия) и с одинаковыми полными энергиями  $E = 5$ .

Рис. 2. Функция распределения  $\rho(E_c, t)$  с  $\tilde{E}_c = 2.27$  в момент времени  $t = t_e$  (ломаная линия) и соответствующее микроканоническое распределение с  $E = 5$ .

На рис. 2 приводится неравновесная функция распределения  $\rho(E_c, t)$  (ломаная линия), соответствующая начальной энергии  $\tilde{E}_c = 2.27$  в момент времени  $t_e = 500$ , равный примерно семи соударениям на частицу со стенкой, а также равновесная микроканоническая функция распределения (гладкая кривая). Кривая  $\rho(E_c, t)$  для  $\tilde{E}_c = -4.5$  с точностью до малых флуктуаций совпадает с кривой, соответствующей  $\tilde{E}_c = 2.27$ , и на рисунке не приводится. Из этого совпадения и из сравнения кривых на рис. 2 следует, что уже за время  $t_e$  в рассматриваемом ансамбле устанавливается стационарное (равновесное) распределение, близкое к микроканоническому распределению  $\rho_m(E_c)$ .

Выражение для  $\rho_m(E_c)$  определяется соотношением

$$\rho_m(E_c) = (1/I) \int \delta(E - H(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)) \delta(E_c - H_1(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)) d\mathbf{p}_1 d\mathbf{p}_2 d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2, \quad (2)$$

где  $H_1(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = H(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) - (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)^2 / 2(m_1 + m_2)$ ,  $E$  — полная энергия системы, а  $I$  — нормировочная константа, определяемая из условия  $\int \rho_m(E_c) dE_c = 1$ .

В общем случае интеграл (2) может быть вычислен лишь численно, однако для случая равных масс частиц ( $m_1 = m_2 = m$ ) удается получить аналитическое выражение для  $\rho_m(E_c)$  [6]. Если полная энергия системы  $E > -\alpha/(2\sqrt{2}L)$ , то выражение для  $\rho_m(E_c)$  имеет вид

$$\rho_m(E_c) = \frac{1}{I_0} \begin{cases} C & -\alpha/(2\sqrt{2}L) < E_c \leq E \\ f_1(E_c, L) & -\alpha/(2L) < E_c \leq -\alpha/(2\sqrt{2}L), \\ f_2(E_c, L) & E_c \leq -\alpha/(2L) \end{cases}, \quad (3)$$

где  $C = 6$ ,  $f_1(E_c, L) = (2 - 3\xi^4 + 8\sqrt{\xi^2 - 1}(2\xi^2 + 1) - 6\xi^2(2 + \pi + 4 \arcsin(1/\xi)))$ ,  $f_2(E_c, L) = \xi^2(3\xi^2 + 16\xi + 6\pi)$ ,  $\xi = \alpha/(2LE_c)$ , нормировочная константа  $I_0 = (\alpha/(2L))(8(1 - \sqrt{2}) + 6/\xi_0 + 24 \ln(1 + \sqrt{2}))$ , а  $\xi_0 = (\alpha/(2LE))$ . При  $-\alpha/(2\sqrt{2}L) < E \leq -\alpha/(2L)$  функция распределения  $\rho_m(E_c)$  имеет вид

$$\rho_m(E_c) = \frac{1}{I_1} \begin{cases} f_1(E_c, L) & -\alpha/(2L) < E_c \leq E \\ f_2(E_c, L) & E_c \leq -\alpha/(2L), \end{cases} \quad (4)$$

где  $I_1 = (\alpha/(2L))(8 + 2/\xi_0 + 6\xi_0(2 + \pi) + \xi_0^3 + 8\sqrt{\xi_0^2 - 1}(1/\xi_0 - \xi_0) + 24\xi_0 \arcsin(1/\xi_0) + 24 \ln((1 - \sqrt{\xi_0^2 - 1})/|\xi_0|))$ , а в случае  $E < -\alpha/(2\sqrt{2}L)$  дается выражением

$$\rho_m(E_c) = \frac{1}{I_2} f_2(E_c, L) \quad E_c \leq E, \quad (5)$$

где  $I_2 = -\xi_0(\xi_0^2 + 8\xi_0 + 6\pi)$ .

Существование трех различных выражений для микроканонической функции распределения в зависимости от величины полной энергии  $E$  связано с наличием в системе двух характерных размеров: минимального  $2L$  и максимального  $2\sqrt{2}L$  расстояния внутри квадрата. Если радиус локализации связанного состояния ( $E_c < 0$ ) значительно превышает максимальное расстояние  $2\sqrt{2}L$ , то такое состояние практически не отличается от несвязанного, для которого  $E_c > 0$ , и частицы движутся фактически независимо. В случае же, когда радиус локализации связанного состояния много меньше  $2L$  и полная энергия  $E < 0$ , движение и взаимодействие со стенками пары частиц похоже на движение единого комплекса – одной частицы с суммарной массой частиц.

Для одноименно заряженной пары частиц (случай отталкивания) полная энергия  $E$  и энергия в системе центра масс  $E_c \leq E$  являются положительными, и микроканоническая функция распределения  $\rho_m(E_c)$  при любых допустимых  $E \geq \alpha/(2\sqrt{2}L)$  определяется выражением

$$\rho_m(E_c) = \frac{1}{I_3} \begin{cases} g_1(E_c, L) & \alpha/(2\sqrt{2}L) < E_c \leq \alpha/(2L) \\ g_2(E_c, L) & \alpha/(2L) < E_c \leq E, \end{cases} \quad (6)$$

где  $g_1(E_c, L) = 3\xi^4 + 4 - 8\sqrt{\xi^2 - 1}(2\xi^2 + 1) + 6\xi^2(2 + \pi - 4 \arcsin(1/\xi))$ ,  $g_2(E_c, L) = 6 - \xi^2(3\xi^2 - 16\xi + 6\pi)$ ,  $\xi = \alpha/(2LE_c)$ ,  $I_3 = \xi_0^3 - 8\xi_0^2 + 6\pi\xi_0 - 8 - 4(6 \ln(1 + \sqrt{2})) + 6/\xi_0$  и  $\xi_0 = \alpha/(2LE)$ . Релаксационные свойства одноименно заряженной пары частиц далее здесь для краткости рассматриваться не будут.

Во время эволюции  $\rho(E_c, t)$  от ее начального значения число систем в связанных состояниях  $N_b(t)$  может увеличиваться или уменьшаться относительно начальной величины  $N_b(0)$ . При  $\tilde{E}_c = 2.27$ , когда  $N_b(0) = 0$ , число связанных состояний в равновесии увеличивается до 51.7% от общего числа систем  $N$ , то есть в данном случае соударение частиц со стенками приводит преимущественно к рекомбинации. Если  $\tilde{E}_c = -4.5$ , то преимущественным процессом оказывается ионизация: число связанных состояний уменьшается от начального значения  $N_b(0) = 4060$  до равновесного  $N_b = 2100$ .

В процессе релаксации ансамбля к равновесию функция распределения частицы по импульсу  $\rho(p, t)$ , как и  $\rho(E_c, t)$ , стремится к микроканонической функции распределения. На рис. 3 приводится функция распределения  $\rho(p, t)$ , отвечающая начальному значению  $\tilde{E} = 2.27$  в момент времени  $t_e$  (ломаная линия) и соответствующая ей микроканоническая функция распределения  $\rho_m(p)$  (гладкая сплошная линия) при  $E = 5$ , а также максвелловская функция распределения (пунктирная линия) с температурой, равной удвоенной средней кинетической энергии  $2\bar{K}$  системы на каждую степень свободы (отметим, что в рассматриваемой системе в равновесии устанавливается равномерное

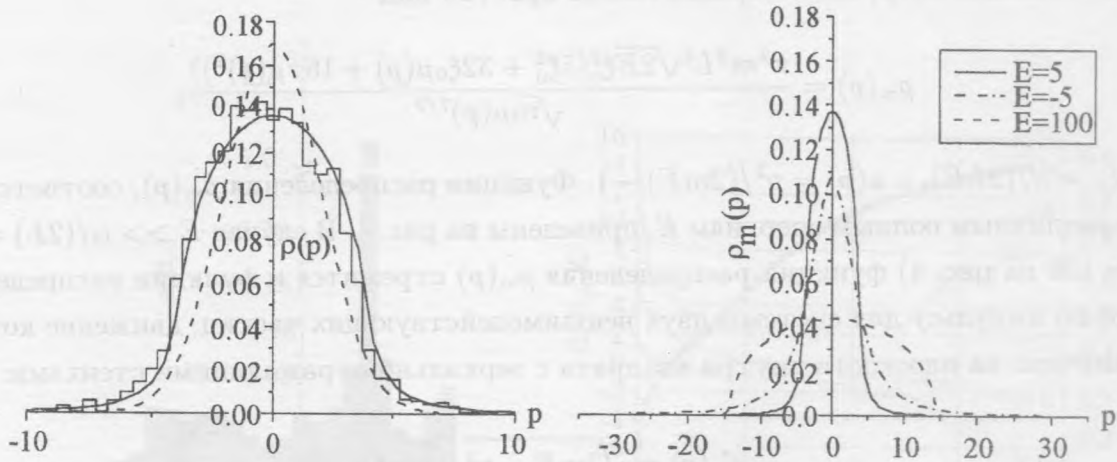


Рис. 3. Функция распределения частиц по импульсу  $\rho(p, t)$  после семи соударений (ломаная кривая), соответствующее ей микроканоническое распределение (сплошная кривая). Штриховой линией показано максвелловское распределение с температурой  $T = 2\bar{K}$ .

Рис. 4. Микроканонические функции распределения  $\rho_m(p)$  при различных полных энергиях ансамбля  $E$ .

ление кинетической энергии по степеням свободы).

Несмотря на простой вид рассматриваемой системы, микроканоническая функция распределения  $\rho_m(p)$  не очень сильно отличается от максвелловской, что связано с наличием взаимодействия между частицами. Для количественного сравнения функций распределения рассмотрим отношение  $\nu = 3\langle p^2 \rangle^2 / \langle p^4 \rangle$ , где  $\langle p^2 \rangle$ ,  $\langle p^4 \rangle$  – второй и четвертый моменты распределения. Для максвелловской функции  $\nu = 1$ . Для микроканонической функции распределения с  $E = 5$ , приведенной на рис. 3, величина  $\nu = 0.44$ , а при  $E = 16.6$   $\nu = 1.001$ , т.е. в этом случае  $\rho_m(p)$  по данному критерию практически не отличается от максвелловской функции распределения.

С увеличением числа частиц в системе распределение по импульсу стремится к максвелловскому практически независимо от характера взаимодействия и полной энергии, причем равновесное распределение устанавливается за время нескольких соударений (см., например, [7]).

Микроканоническая функция распределения по импульсу  $\rho_m(p)$ , как и  $\rho_m(E_c)$ , может быть вычислена аналитически, однако полученное выражение оказывается слишком громоздким и поэтому в общем случае здесь не приводится. При  $E \leq -\alpha/(2L)$

выражение для  $\rho_m(p)$  имеет сравнительно простой вид

$$\rho_m(p) = \frac{\pi^2 m^2 L^4 \sqrt{2E} \xi_0^2 (5\xi_0^2 + 32\xi_0 \mu(p) + 16\pi \mu(p)^2)}{\sqrt{m} \mu(p)^{7/2}}, \quad (7)$$

где  $\xi_0 = \alpha/(2LE)$ , а  $\mu(p) = p^2/(2mE) - 1$ . Функции распределения  $\rho_m(p)$ , соответствующие различным полным энергиям  $E$ , приведены на рис. 4. В случае  $E \gg \alpha/(2L) = 1.75$  ( $E = 100$  на рис. 4) функция распределения  $\rho_m(p)$  стремится к функции распределения  $\rho_m^*(p)$  по импульсу для системы двух невзаимодействующих частиц, движение которых ограничено на плоскости внутри квадрата с зеркально отражающими стенками:

$$\rho_m^*(p) = \sqrt{2mE - p^2}/(\pi mE). \quad (8)$$

Отметим, однако, что  $\rho_m(p)$ , в отличие от  $\rho_m^*(p)$ , не обращается строго в нуль в области  $|p| \geq p_0 = \sqrt{2mE}$  из-за наличия взаимодействия между частицами. В частности, при  $p = p_0$  имеем  $\rho_m(p_0)/\rho_m(0) = 0.21$ .

Численное моделирование процессов релаксации при динамической эволюции в ансамбле изолированных систем позволяет также исследовать процесс "возврата" функции распределения к своему начальному значению  $\rho(E_c, 0)$  в момент времени  $2t$  после обращения знака скоростей всех частиц в момент  $t > 0$ . На рис. 5 приводится функция распределения в момент времени  $t = 2t_e$  после обращения знака скоростей частиц в момент  $t_e = 500$ , который соответствует примерно семи соударениям на частицу в системе. При такой процедуре обращения в интервале энергии  $\Delta E = \pm 0.5$ , около начального значения  $\tilde{E}_c = 2.27$  в момент  $2t_e$  оказывается 61%, а в интервале  $\Delta E = \pm 0.25$  – 52% систем.

Не слишком высокая точность возврата ансамбля в начальное состояние связана с ограничениями используемых вычислительных возможностей и может быть значительно улучшена. Однако, даже при такой точности можно утверждать, что выводы данной работы о характере релаксации ансамбля к равновесию верны не только на качественном, но и в значительной мере на количественном уровне, поскольку возврат ансамбля в начальное состояние оказывается вполне заметным на временах, вдвое превышающих время установления почти равновесного распределения  $t_e$ .

Полная энергия системы  $E$ , сохраняющаяся при фиксированном положении стенок, будет изменяться при их движении. В случае достаточно медленного – адиабатического – движения стенок изменение  $E$  будет обратимым. При нарушении данного условия энергия отдельной системы при возврате стенок в исходное положение уже не будет

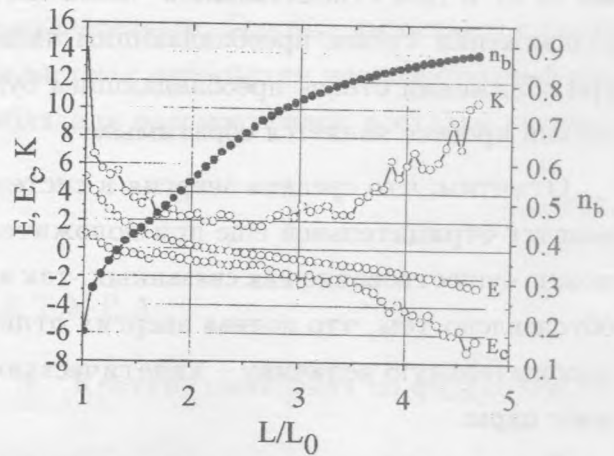
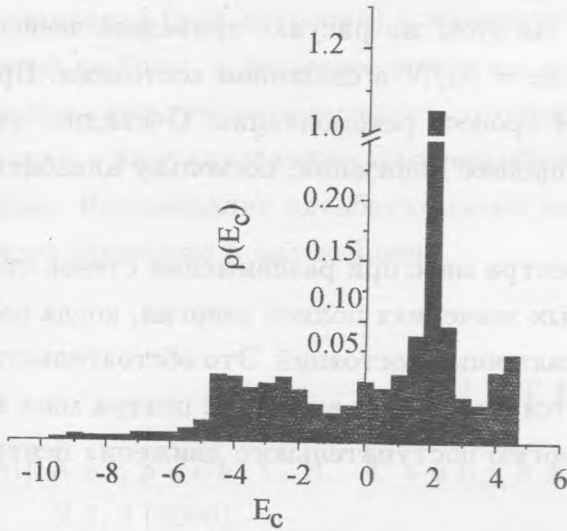


Рис. 5. Функция распределения ансамбля в момент времени  $t = 2t_e$  при обращении знака скоростей частиц в момент  $t_e$ .

Рис. 6. Поведение в процессе адиабатического раздвижения стенок полной энергии  $E$ , энергии в системе центра масс  $E_c$ , суммарной кинетической энергии  $K$  и относительного числа связанных состояний  $n_b$  при начальном значении  $E = 5$ .

совпадать со своим начальным значением, что соответствует "расплыванию" микроканонического ансамбля таких систем в подобном процессе. Например, при эволюции начального микроканонического ансамбля, состоящего из  $N = 173$  систем, в процессе раздвижения стенок до значения  $L_1/L = 4.8$  со скоростью  $v = 0.01$  (рис. 6) и последующем их сближении до начального положения  $L = 100$  с той же скоростью (общее время процесса  $t_2 = 76000$ ) в интервале энергий  $\Delta E = \pm 0.5$  около начального значения полной энергии  $E = 5$  оказывается 55% систем. Такое расплывание фактически обусловлено двумя причинами: собственно эффектами неадиабатичности и упомянутыми выше погрешностями численного счета. Оценить последние можно посредством наблюдения за поведением полной энергии системы при неподвижных стенках на том же интервале времени. В данном случае расплывание микроканонического ансамбля, связанное с погрешностями численного счета за время  $t_2$ , оказывается сравнительно малым – в интервале энергий  $\Delta E = \pm 0.05$  вблизи начального значения энергии  $E = 5$  оказывается 77%, а в интервале  $\Delta E = \pm 0.5$  – 87% систем.

На рис. 6 приводится эволюция средних значений полной энергии  $E$ , суммарной кинетической энергии  $K = 4\bar{K}$  частиц в лабораторной системе координат и их энергии  $E_c$ .



в системе центра масс при адиабатическом раздвижении стенок в ансамбле, который первоначально имел микроканонический вид. На этом же рисунке приведена зависимость от  $L$  для относительного числа систем  $n_b = N_b/N$  в связанном состоянии. При раздвижении стенок преобладающим является процесс рекомбинации. Очевидно, что при сближении стенок преобладающим будет процесс ионизации, поскольку адиабатический процесс является обратимым.

Отметим, что средняя энергия в системе центра масс при раздвижении стенок становится отрицательной еще при положительных значениях полной энергии, когда возможно существование как связанных, так и несвязанных состояний. Это обстоятельство обусловлено тем, что полная энергия отличается от энергии в системе центра масс на положительную величину – кинетическую энергию поступательного движения центра масс пары.

При дальнейшем уменьшении полной энергии средняя кинетическая энергия начинает возрастать, что связано с энерговыделением в процессе образования связанных состояний.

Таким образом, полученные в настоящей работе результаты демонстрируют существенную роль отражающих стенок в формировании ионизационного равновесия в данной системе с равными массами, которая проявляется уже после нескольких соударений частиц со стенками. По этой причине, как и предполагалось ранее [6], это влияние останется существенным и для системы из многих частиц, ограниченной зеркально отражающими стенками, если длина свободного пробега частиц относительно объемных процессов будет велика или сравнима с размерами ящика.

В отличие от процесса адиабатического изменения положения стенок, при котором происходит квазиравновесное (обратимое) изменение состояния системы, процесс мгновенного раздвижения стенок из положения  $L$  в положение  $L_1 > L$  (при этом полная энергия системы  $E$  не успевает измениться) является необратимым и неравновесным. Тем не менее, состояние системы по окончании процессов релаксации к равновесному микроканоническому распределению фактически является известным, поскольку известны конечные значения  $E$  и  $L$  параметров микроканонического распределения.

Чтобы найти конечное состояние системы в случае адиабатического изменения положения стенок, необходимо знать закон эволюции полной энергии системы в адиабатическом процессе, т.е. соотношение, связывающее  $E$  и  $L$ . Однако, общее выражение для такого соотношения известно лишь в двух предельных случаях – это адиабатический инвариант для одномерных динамических систем и энтропия для больших систем

в термодинамическом пределе. Вопрос о том, что является аналогом адиабатического инварианта (или энтропии) в промежуточном случае систем с небольшим числом степеней свободы, в последнее время исследовался в ряде работ (см., например, [8 – 13]), но пока еще его нельзя считать окончательно решенным. Открытым остается также вопрос о виде адиабатического ансамбля для систем с небольшим числом степеней свободы. Исследование адиабатического ансамбля для рассмотренной в статье системы будет проведено в дальнейшем.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Андреев С. Н., Самохин А. А. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 4, 3 (2000).
- [2] Андреев С. Н., Самохин А. А. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 11, 11 (2000).
- [3] Borgonovi F., Izrailev F. M. Phys. Rev., **E62**, 6475 (2000).
- [4] Митюгов В. В. УФН, **170**, 681 (2000).
- [5] Samokhin A. A. Physics Letter, **36A**, 372 (1971); Samokhin A. A. Physica, **58**, 26 (1972).
- [6] Игнатов А. М. и др. УФН, **165**, 113 (1995).
- [7] Хазин М. Л., Чернавский Д. С. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 11, 28 (2000).
- [8] Ott E. Phys. Rev. Lett., **42**, 1628 (1979).
- [9] Brown R. et al. Phys. Rev. Lett., **59**, 1173 (1987).
- [10] Jarzynski C. Phys. Rev., **A46**, 7498 (1992).
- [11] Jarzynski C. Phys. Rev. Lett., **71**, 839 (1993).
- [12] Wilkinson M. J. Phys. A: Math. Gen., **23**, 3603 (1990).
- [13] Wood W. et al. Phys. Rev., **E63**, 01106 (2000).

Институт общей физики РАН

Поступила в редакцию 19 марта 2001 г.