УДК 532.783

ФОРМИРОВАНИЕ ОПТИЧЕСКОГО ВИХРЯ В ПОЛЕ ГАУССОВА ПУЧКА С ВЫСОКОЙ СТЕПЕНЬЮ КРИВИЗНЫ ВОЛНОВОГО ФРОНТА ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ ЧЕРЕЗ НЕДЕФОРМИРОВАННЫЙ НЕМАТИЧЕСКИЙ ЖИДКИЙ КРИСТАЛЛ

И. А. Будаговский¹, А. С. Золотько¹, Д. Л. Коршунов^{1,2},

М. П. Смаев¹, С. А. Швецов^{1,2}

Рассмотрена дифракция сфокусированного гауссова пучка циркулярной поляризации, прошедшего через недеформированный гомеотропный нематический жидкий кристалл. Определены параметры формирующихся после жидкокристаллического слоя двух соосных гауссовых пучков и двух оптических вихрей. Различие в положениях фокусов гауссовых пучков и вихрей проявляется в эксперименте в виде интерференционных кольцевых картин. Рассчитана эффективность трансформации пучка в оптические вихри.

Ключевые слова: нематические жидкие кристаллы, коноскопическая картина, сингулярные пучки, оптические вихри.

Введение. Высокая оптическая анизотропия нематических жидких кристаллов (НЖК) обуславливает их широкое применение для модуляции волнового фронта в качестве управляемых двулучепреломляющих элементов. Возможность достаточно простым способом (под действием внешних полей, либо изменением граничных условий) изменять ориентацию директора НЖК (единичного вектора, определяющего преимущественную ориентацию молекул и, соответственно, направление оптической оси) позволяет создавать на их основе оптические устройства, формирующие заданные сингулярности волнового фронта. Примером такого элемента являются *q*-пластинки, предложенные Марруччи [1, 2]. При освещении *q*-пластинки циркулярно поляризованным

¹ ФИАН, 119991 Россия, Москва, Ленинский пр., 53; e-mail: smayev@lebedev.ru.

² Московский физико-технический институт, 141700 Россия, Московская обл., Долгопрудный, Институтский пер., 9.

световым пучком в области специальным образом созданного распределения директора формируются сингулярности волнового фронта. В основном используют топологический дефект ориентации с зарядом q = 1, задающий радиально-симметричное распределение директора в плоскости слоя НЖК. Такое поле директора позволяет трансформировать гауссов пучок, проходящий через область дефекта, в оптический вихрь с моментом (зарядом) $m = \pm 2$. Аналогичную радиально-симметричную деформацию директора можно получать в НЖК, используя ориентирующее действие света [3, 4], дополнительное внешнее поле [5], дефекты шлирен-текстур [6].

В одноосных кристаллах вихревые пучки могут формироваться в оптической схеме для наблюдения коноскопической картины, то есть когда необходимое распределение угла поворота оптической оси относительно лучей светового пучка обусловлено кривизной волнового фронта пучка [7–9]. В работе [10] теоретически показано, что такой подход позволяет формировать сингулярные пучки с различными плоскостями фокусировки. Это было экспериментально реализовано на примере кристалла CaCO₃ толщиной 1 см [11]. В жидких кристаллах формирование вихревых пучков в коноскопической оптической схеме наблюдали в работе [3] при острой фокусировке, не рассматривая, однако, возможность получения многофокусной системы.

В данной работе рассчитаны параметры сходящегося светового пучка циркулярной поляризации, прошедшего через тонкий слой нематического жидкого кристалла (характерная толщина 10–100 мкм). В зависимости от радиуса кривизны волнового фронта падающего пучка и параметров кристалла определены эффективность генерации оптических вихрей, положения фокальных плоскостей компонент пучка и соответствующие распределения интенсивности. Экспериментально наблюдалась система из двух фокусов, разнесенных на ~10 мкм, при использовании НЖК толщиной 100 мкм.

Расчет дифракции сходящегося пучка в НЖК. Рассмотрим сходящийся гауссов пучок, нормально падающий на ячейку НЖК. Поле на входе в кристалл описывается соотношением

$$E_G = A_0 e^{-u^2 + i \frac{U^2}{D_c}},$$
(1)

где A_0 – амплитуда пучка, $u = \frac{\rho}{w}$, ρ – поперечная координата в плоскости кристалла, w – радиус пучка, $D_c = \frac{2R_c}{kw^2}$, k – волновое число, R_c – радиус кривизны волнового фронта.

Все лучи пучка, кроме осевого, распространяются под некоторым ненулевым углом θ к директору НЖК; при этом необыкновенная волна приобретает дополнительный

набег фазы. Коэффициент преломления для необыкновенной волны определяется выражением

$$n_e \approx \sqrt{\varepsilon_\perp} + \delta n \sin^2 \theta, \tag{2}$$

где $\delta n = \frac{(\varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp})\sqrt{\varepsilon_{\perp}}}{2\varepsilon_{\parallel}}$, ε_{\parallel} и ε_{\perp} – диэлектрические проницаемости для необыкновенной и обыкновенной волн. При малых углах $\theta \approx \frac{\rho}{R_c}$, дополнительный фазовый набег $S = kL\delta n \sin^2 \theta$ можно записать в виде

$$S(u) = \Psi_0 u^2 \nu^2, \tag{3}$$

где $\Psi_0 = kL\delta nK_r, \nu = \frac{w}{R_c}, K_r = \frac{2}{(n_e + n_o)}$ – поправочный коэффициент, обусловленный преломлением лучей.

При нормальном падении света матрица перехода в базисе циркулярных поляризаций определяется выражением

$$W = e^{iS_0(u) + \frac{iS(u)}{2}} \left\{ \cos \frac{S(u)}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + i \cdot \sin \frac{S(u)}{2} \begin{pmatrix} 0 & e^{-2i\varphi} \\ e^{2i\varphi} & 0 \end{pmatrix} \right\},\tag{4}$$

где $S_0(u) = \frac{u^2}{D_c}, \varphi$ – полярная координата. Для циркулярно поляризованной волны, прошедшей через кристалл, выражение для поля имеет вид

$$\mathbf{E} = E_G e^{iS_0(u) + \frac{iS(u)}{2}} \left\{ \cos \frac{S(u)}{2} \mathbf{e}_{\pm} + i \cdot \sin \frac{S(u)}{2} e^{\pm 2i\varphi} \mathbf{e}_{\mp} \right\},\tag{5}$$

где e_{\pm} – единичные векторы циркулярной поляризации. Из (5) следует, что световой пучок приобретает дополнительную составляющую, имеющую закрутку фазы волнового фронта (что приводит к минимуму интенсивности пучка в центре) и противоположное направление циркулярной поляризации. Эта компонента соответствует оптическому вихрю с зарядом $m = \pm 2$, в зависимости от направления циркулярной поляризации падающего пучка.

Подставляя (5) в дифракционный интеграл Кирхгофа [12], окончательно получим

$$\mathbf{E}_{\text{diff}} = \frac{2A_0}{iD} e^{ikR^2/2z} \{ \mathbf{e}_{\pm} (C_{\text{gauss}}^{\text{focus}} + C_{\text{gauss}}^{\text{shift}}) - \mathbf{e}_{\mp} e^{\pm 2i\psi} (C_{\text{vortex}}^{\text{focus}} - C_{\text{vortex}}^{\text{shift}}) \}, \tag{6}$$

где

$$C_{\text{gauss}}^{\text{focus}} = \frac{1}{2\gamma_0} e^{-\tau^2/4\gamma_0}, \quad C_{\text{gauss}}^{\text{shift}} = \frac{1}{2\gamma} e^{-\tau^2/4\gamma},$$
$$C_{\text{vortex}}^{\text{focus}} = \frac{1}{2\gamma_0} e^{-\tau^2/8\gamma_0} \left[\frac{\operatorname{sh}\left(\frac{\tau^2}{8\gamma_0}\right)}{\frac{\tau^2}{8\gamma_0}} - e^{-\tau^2/8\gamma_0} \right],$$

26

$$C_{\text{vortex}}^{\text{shift}} = \frac{1}{2\gamma} e^{-\tau^2/8\gamma} \left[\frac{\operatorname{sh}\left(\frac{\tau^2}{8\gamma}\right)}{\frac{\tau^2}{8\gamma}} - e^{-\tau^2/8\gamma} \right],$$
$$D = \frac{2z}{kw^2}, \ \tau = kw\theta, \ \gamma_0 = 1 - \frac{i}{D} - \frac{i}{D_c}, \ \gamma = \gamma_0 - \frac{i}{D_{\text{NLC}}}; \ \frac{1}{D_{\text{NLC}}} = \Psi_0 \nu^2,$$

где R и Ψ – радиальная и полярная координаты в плоскости наблюдения. Таким образом, результирующее выражение складывается из четырех компонент, соответствующих двум оптическим вихрям и двум гауссовым пучкам с различными параметрами γ_0 и γ , определяющими радиус кривизны волнового фронта. Для компонент $C_{\text{gauss}}^{\text{shift}}$ и $C_{\text{vortex}}^{\text{shift}}$ положение перетяжки сдвинуто относительно фокальной плоскости падающего на НЖК гауссова пучка.

Результаты и обсуждение. Вдали от фокуса интерференция компонент с разной кривизной волнового фронта приводит к картинам в виде интерфереционных колец. Экспериментальное наблюдение этих картин проводили с помощью установки, схема которой показана на рис. 1. Линейно-поляризованное излучение твердотельного лазера LASOS GL ($\lambda = 532$ нм) проходило через двойной ромб Френеля, позволявший вращать плоскость поляризации, и через пластинку $\lambda/4$ (для получения циркулярной поляризации). Далее пучок расширяли и фокусировали линзой с фокусным расстоянием f = 1 см, сразу после которой помещали ячейку с НЖК ЖКМ-1277 гомеотропной ориентации (расстояние от линзы до слоя НЖК определялось толщиной стеклянной подложки ячейки, равной 1 мм). Радиус пучка на линзе составлял w = 0.6 см. Показатели преломления ЖКМ-1277 для обыкновенной и необыкновенной волн равны $n_o = 1.52$ и $n_e = 1.71$. Для разделения вихревых и гауссовых компонент использовали еще одну пластинку $\lambda/4$ и анализатор.

При освещении НЖК линейно-поляризованным светом на экране наблюдали в скрещенных поляризаторах характерную коноскопическую картину в виде темного креста (рис. 2(a)), а в параллельных поляризаторах – обратную картину (в виде светлого креста). При облучении кристалла циркулярно поляризованным светом на экране можно наблюдать компоненты с различной поляризацией, отдельно визуализирующиеся при ортогональных положениях анализатора $\xi = -45^{\circ}$ (рис. 2(б)) и $\xi = +45^{\circ}$ (рис. 2(в)). Изменение мощности от 0.2 до 50 мВт не приводило к изменению формы и размеров картины, что показывает отсутствие заметного ориентирующего и теплового действий света на НЖК. Промежуточное положение анализатора $\xi = 0^{\circ}$ позволяло наблюдать интерференцию компонент (рис. 2(г)).



Рис. 1: Схема экспериментальной установки. Laser – лазер, ДРФ – двойной ромб Френеля, $\lambda/4$ – четвертьволновая пластинка, РП – расширитель пучка, НЖК – ячейка с нематическим жидким кристаллом, А – анализатор, Э – экран. Стрелками отмечено направление поляризации излучения, значения угла поворота линейной поляризации указаны относительно горизонтали. Сплошные стрелки соответствуют компонентам гауссовых пучков; штриховые стрелки соответствуют компонентам оптических вихрей.

Рисунки 2(6) и 2(8) являются результатом интерференции компонент с различным положением фокуса. Так, интерференция гауссовых компонент с различной кривизной волнового фронта приводит к формированию кольцевой картины с максимумом интенсивности в центре (рис. 2(6), (д)). Соответствующий профиль интенсивности показан на рис. 3, сплошная линия. Интерференция вихревых компонент также приводит к формированию кольцевой картины, но с минимумом интенсивности в центре (рис. 2(8), (е) и рис. 3, штриховая линия). Отметим, что сложение интенсивности обеих картин (в эксперименте это достигается снятием анализатора) дает гауссово распределение (рис. 3, пунктирная линия).

Эффективность преобразования энергии падающего пучка в вихревой зависит от угла наклона лучей относительно директора, то есть определяется значением w/R_c . При достаточной остроте фокусировки (которая необходима для ряда задач оптического манипулирования) величина конверсии достигает 0.5 (рис. 4).

Рассмотрим более подробно особенности формирования компонент с разной кривизной волнового фронта в зоне фокусировки (z = 1 см). Положения фокусов разнесены на величину, определяемую параметром $D_{\rm NLC}$, который зависит от толщины кристалла и оптической анизотропии: $1/D_{\rm NLC} = kL\delta n K_r (w/R_c)^2$. Изменение кривизны волнового фронта, вносимое жидким кристаллом, можно рассматривать как действие дополнительной линзы с фокусным расстоянием $R_{\rm NLC} = \frac{kw^2}{2} D_{\rm NLC} = \frac{R_c^2}{2L\delta n K_r}$. Тогда резуль-



Рис. 2: Экспериментальные ((a)-(r)) и рассчитанные ((d)-(ж)) распределения интенсивности светового пучка, прошедшего жидкокристаллический слой, в дальней зоне после анализатора. (a) Распределение интенсивности светового пучка в скрещенных поляризаторах. ((б), (д)) дифракция гауссовых компонент излучения (без вихря); ((в), (е)) дифракция вихревых компонент; ((r), (ж)) интерференция базовых и вихревых компонент пучка ($\xi = 0^{\circ}$). Угловой размер кадров составляет 0.8 рад. Мощность светового пучка в эксперименте составляла 10 мВт.

тирующую кривизну фронта световой волны $R_{\rm eff}$ можно определить из соотношения $1/R_{\rm eff} = 1/R_c + 1/R_{\rm NLC}$. Поскольку $R_c \ll R_{\rm NLC}$, то $R_{\rm eff} \approx R_c \left(1 - \frac{R_c}{R_{\rm NLC}}\right) = R_c - \Delta$, где $\Delta = 2L\delta nK_r$ – расстояние между фокальными плоскостями. Фокусировка пучка линзой до НЖК почти не влияет на Δ , поскольку изменение начального радиуса кривизны определяет не только положение фокуса, но и угол наклона лучей θ относительно директора НЖК. Изменения обоих параметров компенсируют друг друга. Величина же перетяжки в фокальных плоскостях, определяемая из известного выражения $w_{\rm c,eff}^2 = w^2 \left(\left(1 + \frac{z}{R_{\rm c,eff}}\right)^2 + D^2 \right)$ [12], будет зависеть от условий начальной фокусировки.

Расстояние между кольцами интерференционной картины позволяет экспериментально оценить расстояние Δ . Угловой размер θ_N кольца с номером N будет опреде-



Рис. 3: Профиль интенсивности вдали от фокальных плоскостей $(z = 1 \ m)$ для гауссовой (сплошная линия) и вихревой (штриховая линия) компонент, а также их суммы (пунктирная линия) для циркулярно поляризованного светового пучка, прошедшего *НЖК*.



Рис. 4: Эффективность конверсии K_{conv} падающего пучка в вихревой в зависимости от параметра w/R_c .

ляться из условий максимума интенсивности при интерференции компонент с разной кривизной волнового фронта:

$$\frac{k\Delta\theta_N^2}{2} = 2\pi N + \varphi_0,\tag{7}$$

где φ_0 – постоянная, $0 \leq \varphi_0 < 2\pi$. Расчет величины Δ по экспериментальным данным с помощью выражения (7) дает значение $\Delta_e \sim 10 - 11$ мкм, что согласуется с рассчитанным теоретически $\Delta_r = 12$ мкм.

Уменьшение толщины НЖК в два раза пропорционально уменьшает Δ , при этом радиус перетяжек остается практически неизменным. Одновременно величиной пере-

тяжек, положением фокусов и расстоянием между ними можно управлять, используя линзу, расположенную после кристалла.

Полученные нами выражения для положений фокусов и размеров пучка справедливы для гауссовых компонент. Минимальные поперечные размеры вихревых компонент соответствуют фокальным плоскостям гауссовых компонент (рис. 5).



Рис. 5: Распределение интенсивности гауссовых компонент на оси пучка вблизи плоскостей фокусировки и соответствующий профиль интенсивности в поперечном сечении (на вставке) для вихревых (сплошная линия) и гауссовых (штриховая линия) компонент. Значение z = 0 соответствует положению первой фокальной плоскости.

Мощность центрального кольца вихревой компоненты в нашем эксперименте составляет P = 6 мВт при мощности излучения лазера 50 мВт. Это значение может быть увеличено путем подбора оптимальных параметров двулучепреломления НЖК и фокусировки. Двухфокусная система привлекательна для задач оптического манипулирования микрочастицами, поскольку позволяет создать трехмерную оптическую ловушку, используя комбинацию из двух соосных близко сфокусированных оптических вихрей. Как продемонстрировано экспериментально в работе [13], подобная система позволяет захватывать и удерживать в воздухе поглощающие частицы.

Заключение. Теоретически и экспериментально изучено распространение сходящегося гауссова пучка через тонкий слой недеформированного гомеотропно ориентированного нематического жидкого кристалла. Получены аналитические соотношения, описывающие формирование оптических вихрей. Показано, что световой пучок в области фокуса разбивается на две гауссовы и две вихревые компоненты, имеющие разные радиусы кривизны волнового фронта. Для НЖК толщиной 100 мкм наблюдаемые картины соответствуют генерации оптических вихрей и гауссовых пучков с различными плоскостями фокусировки, разнесенными на ~10 мкм при размере перетяжки ~1 мкм. Авторы благодарны В. Н. Очкину за полезные обсуждения. Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 14-12-00784).

ЛИТЕРАТУРА

- [1] L. Marrucci, C. Manzo, and D. Paparo, Phys. Rev. Lett. 96, 163905 (2006).
- [2] L. Marrucci, Molecular Crystals and Liquid Crystals 488, 148 (2008).
- [3] E. Brasselet, Opt. Lett. **34**, 3229 (2009).
- [4] E. Brasselet, Phys. Rev. A 82, 063836 (2010).
- [5] R. Barboza, U. Bortolozzo, G. Assanto, et al., Phys. Rev. Lett. 109, 143901 (2012).
- [6] C. Loussert, U. Delabre, and E. Brasselet, Phys. Rev. Lett. **111**, 037802 (2013).
- [7] А. В. Воляр, Т. А. Фадеева, Оптика и спектроскопия 94, 264 (2003).
- [8] А. В. Воляр, Ю. А. Егоров, А. Ф. Рыбась, Т. А. Фадеева, Журнал технической физики 74, 90 (2004).
- [9] А. В. Воляр, Т. А. Фадеева, Ю. А. Егоров, Письма в ЖТФ **28**(22), 70 (2002).
- [10] А. В. Воляр, Т. А. Фадеева, Оптика и спектроскопия 96, 107 (2004).
- [11] V. G. Shvedov, C. Hnatovsky, N. Shostka, and W. Krolikowski, Journal of the Optical Society of America B-Optical Physics 30, 1 (2013).
- [12] М. Б. Виноградова, О. В. Руденко, А. П. Сухоруков, *Теория волн* (М., Наука, 1979).
- [13] A. Turpin, V. Shvedov, C. Hnatovsky, et al., Optics Express **21**, 26335 (2013).

Поступила в редакцию 23 апреля 2015 г.