

УДК 533.932

О СУПЕРДИФФУЗИОННЫХ СКЕЙЛИНГАХ ПЕРЕНОСА В ПЛАЗМЕ

В. П. Силин^{1,5}, В. П. Будаев^{2,3}, С. П. Савин³, Л. С. Рахманова^{3,4},
М. О. Рязанцева^{3,4}, В. Ю. Попов^{3,4}, С. А. Урюпин^{1,5}

Скейлинги аномального переноса (супердиффузии), полученные экспериментально в турбулентной плазме магнитосферы Земли и лабораторной плазме термоядерных установок и обработанные с помощью современных статистических каскадных моделей сильной турбулентности с перемежаемостью, предлагается рассматривать также в рамках подхода физической кинетики к теории турбулентности плазмы, в том числе ионно-звуковой турбулентности.

Ключевые слова: турбулентность плазмы, перемежаемость, супердиффузия, статистические модели турбулентности, ионно-звуковая турбулентность, космическая плазма, токамаки.

Введение. В турбулентных погранслоях (ТПС) магнитосферы Земли (МС) и вблизи границ плазмы, удерживаемой в термоядерных установках, наблюдается сильная турбулентность плазмы [1, 2] с перемежаемостью в виде турбулентных пульсаций большой амплитуды (рис. 1). Такое поведение наблюдается для всех измеряемых величин – потоков частиц, скоростей, магнитных и электрических полей в плазме. За последние 10 лет получены надежные экспериментальные данные о временных и пространственных характеристиках флуктуаций плазмы с помощью диагностических зондов, установленных на искусственных спутниках Земли, и микрозондов при измерениях в термоядерных установках (ТУ) – токамаках, стеллараторах и линейных установках. В современных

¹ ФИАН, 119991 Россия, Москва, Ленинский пр., 53; e-mail: silinp@mail.ru.

² НИЦ “Курчатовский Институт”, 123182 Россия, Москва, пл. Академика Курчатова, 1; e-mail: budaev@mail.ru.

³ Институт космических исследований РАН, Москва, Россия.

⁴ МГУ им. М.В. Ломоносова, 119991 Россия, Москва, Ленинские горы, 1.

⁵ Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, 115409 Россия, Москва, Каширское шоссе, 31.

экспериментах измеряется локальное изменение параметров плазмы во времени (рис. 1). Полученные сигналы в виде временных рядов, содержащих $10^5 - 10^6$ и более значений, подвергаются анализу с использованием компьютерных технологий и методов, что дает спектральные, корреляционные, статистические характеристики временных сигналов. Особенностью наблюдаемых в погранслоях магнитосферы Земли и пристеночной плазмы лабораторных ТУ турбулентных сигналов является явное отличие их формы и характеристик от простейшего шума. Спектры сигналов из ТПС имеют характерную уширенную форму в низкочастотном диапазоне частот. Наблюдается самоподобие и масштабная инвариантность – одно из основных свойств турбулентности. Корреляционные свойства приводят к турбулентному переносу в ТПС, формируется аномальный перенос массы и импульса за счет спорадических плазменных потоков с вероятностью больших амплитуд потока значительно большей, чем предсказывается законом классической диффузии. Исследование фундаментальных причин такой аномальной диффузии является актуальной проблемой: аномальный турбулентный перенос формирует условия проникновения межпланетной плазмы внутрь магнитосферы Земли и является причиной аномальных явлений, а в ТУ приводит к повышенным потерям плазмы из магнитной ловушки. Несмотря на активную работу последних десятилетий, все еще остаются открытыми основные вопросы о первоисточнике неустойчивостей, механизмах развития сильной турбулентности, универсальности явления турбулентности с перемежаемостью.

Для описания такого процесса можно привлекать (1) обработку экспериментальных данных с помощью современных статистических каскадных моделей сильной турбулентности с перемежаемостью, и (2) кинетические теории развитой турбулентности.

Статистический подход. Развитая турбулентность характеризуется большим числом степеней свободы и нелинейно взаимодействующих мод, случайными пульсациями скоростей и полей. Поэтому в 1941 г. А. Н. Колмогоров на основе рассмотрения масштабной инвариантности турбулентности и её статистических свойств создал каскадную теорию однородной изотропной турбулентности, названную К41 [3]. Теория К41 удовлетворительно описала многие гидродинамические эксперименты в широком диапазоне масштабов, что на сегодняшний день не достижимо в рамках существующих аналитических моделей. Эта основополагающая концепция рассмотрения масштабной инвариантности турбулентности была положена в основу последующих современных теорий, описывающих турбулентность с более сложной структурой, чем в модели К41 (см. обзоры [1, 2]). В колмогоровской модели К41 турбулентные вихри каждого мас-

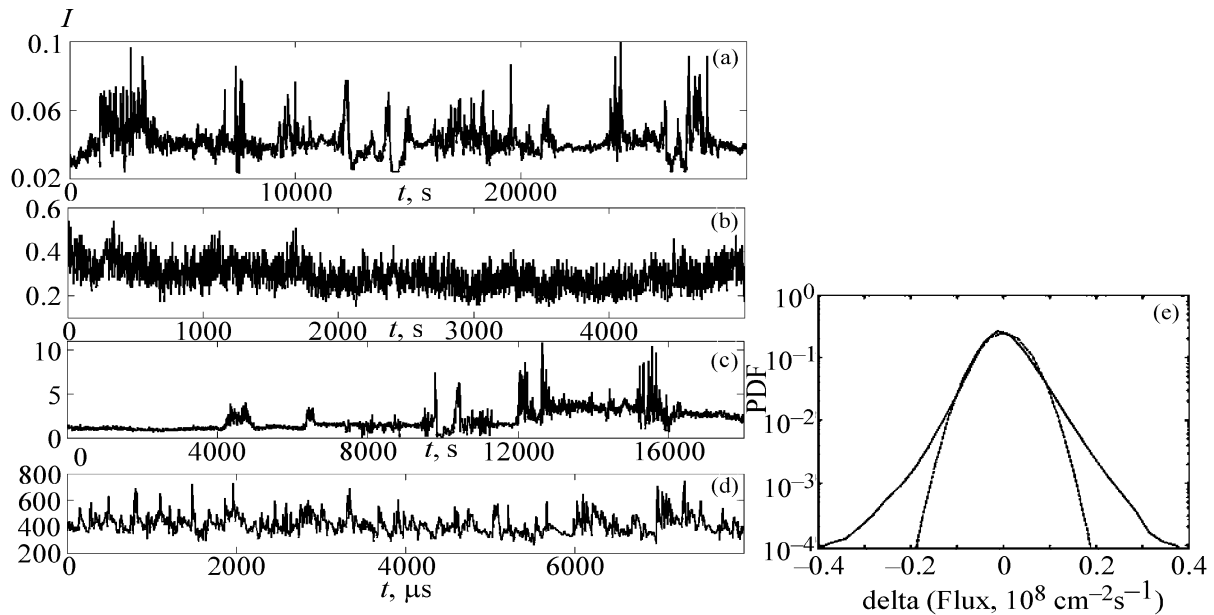


Рис. 1: Турбулентные сигналы космической и лабораторной плазмы. Ионный поток I , измеренный спутниками: (a) Спектр-Р вблизи магнитосферы Земли; (б) WIND в межпланетной плазме (в) CLUSTER 4 в ТПС МС Земли. (d) Флуктуации плотности плазмы в периферии токамака T-10. (e) Функция распределения амплитуд флуктуаций турбулентного потока плазмы с перемежаемостью, измерения спутником Спектр-Р. Пунктиром показано гауссовское распределение.

штаба однородно заполняют все пространство – рассматривается простейшая структура турбулентного каскада. В развитой турбулентности магнитосферной плазмы и плазмы в ТУ анизотропия, вносимая полями и границами, приводит к формированию более сложной структуры турбулентного каскада, что обеспечивает свойство обобщенной масштабной инвариантности (расширенной автомодельности, см. [1]) в широком диапазоне характерных масштабов, простирающемся вплоть до масштабов диссипации. Такое свойство обеспечивает дальние корреляции и приводит к аномально большому переносу плазмы – супердиффузии, многомасштабной инвариантности, дальним корреляциям, наблюдаемым в эксперименте в турбулентных погранслоях [1, 2].

Для определения статистических свойств турбулентности в эксперименте регистрируют локальные временные зависимости физических величин $X(t)$ (напр., потоков частиц, скоростей, магнитных и электрических полей). Затем производится статистический анализ измеренных флуктуаций $X(t)$ методами теории вероятностей и статистической физики (см. напр., [1]).

Один из основных методов заключается в исследовании функции распределения (ФР) приращений в изменении сигнала $\delta_\tau X(t) = X(t + \tau) - X(t)$. ФР строится как гистограмма для $\delta_\tau X(t)$. Типичная ФР показана на рис. 1. На рис. 1 показана также гауссова функция, которая описывает, например, броуновское движение, но не описывает форму экспериментальной ФР с типично “тяжелыми” хвостами (поэтому такая турбулентность и диффузия в литературе называется негауссовская). Это означает, что мы наблюдаем нетривиальный стохастический процесс, отличающийся, например, от “белого шума” или броуновского движения. При исследовании таких систем рассматриваются структурные функции (моменты ФР) порядка q для разностей $\delta_\tau X(t) = X(t + \tau) - X(t)$ на временном масштабе τ . Структурная функция порядка q определяется как $S_q(\tau) = \langle |\delta_\tau X(t)|^q \rangle$, статистическое усреднение $\langle \dots \rangle$ производится с весовой функцией – функцией распределения (гистограммой) для $\delta_\tau X(t)$, $0 < q < 6$, q может быть нецелым, см. [1]. Исследование структурных функций (моментов функции распределения) эквивалентно исследованию функции распределения, метод структурных функций (см. [1,2]) позволяет детально описать неоднородность распределения на различных масштабах процесса или объекта.

В дальнейшем анализируется зависимость от q показателя $\zeta(q)$ структурной функции $S_q(\tau) \sim \tau^{\zeta(q)}$, полученная зависимость $\zeta(q)$ сравнивается с предсказаниями статистических моделей турбулентности [1]. Полученный таким образом из эксперимента скейлинг $\zeta(q)$ с достаточной степенью общности характеризует статистические свойства (т.н. статистику) турбулентности. Для простейшего случая однородной изотропной турбулентности в модели Колмогорова К41 (имеющей гауссову статистику) скейлинг $\zeta(q) = q/3$. Структура турбулентности плазмы в ТПС космической и лабораторной плазмы [1, 2] неоднородна – наблюдается свойство перемежаемости. Перемежаемость – локальное нарушение однородности турбулентности, в которой активные области существуют с пассивными (квазиламинарными). В этом случае регистрируется нелинейная зависимость $\zeta(q)$ от q . Из теоретического рассмотрения (см. обзор [1]) следует, что свойство перемежаемости турбулентности связано со скрытыми статистическими симметриями (симметриями масштабной инвариантности) движения (которые должны быть представлены также в динамических уравнениях, описывающих турбулентность). Перемежаемость наблюдается в гидродинамических турбулентных течениях нейтральных сред и турбулентной замагниченной плазме, в том числе лабораторной и космической плазме [1, 2].

Для описания турбулентности с перемежаемостью были предложены каскадные модели (развивая принципы, заложенные в модели K41), в том числе наиболее общая – лог-пуассоновская модель турбулентности (см. [1, 2]), описываемая анизотропным турбулентным каскадом и скейлингом структурной функции:

$$\zeta(q) = (1 - \Delta)\frac{q}{3} + \frac{\Delta}{1 - \beta} \left[1 - (\beta)^{\frac{q}{3}} \right], \quad (1)$$

где индекс β характеризует степень перемежаемости ($\beta = 1$ для неперемежаемой однородной развитой турбулентности, напр., K41 модели, Δ – параметр, связанный с геометрией диссипативных структур и краевыми эффектами). Скейлинг $\zeta(q)$ и параметры β и Δ связаны с характеристиками фрактальной структуры турбулентности – фрактальными размерностями.

Функциональная зависимость скейлинга (1) может быть использована для описания переноса в турбулентной плазме. В статистическом подходе к описанию турбулентного переноса рассматривается фрактальная структура турбулентности и диффузия определяется фрактальными размерностями турбулентной структуры (см., напр., [2]). При этом применяются методы оценки коэффициента диффузии по аналогии с расчетом перколяции – протеканием потока через пористую среду. Для описания переноса рассматривается закон изменения со временем τ среднеквадратичного смещения частиц $\langle \delta x^2 \rangle \propto \mathcal{D}\tau$, \mathcal{D} – коэффициент диффузии.

В турбулентной среде с перемежаемостью коэффициент диффузии \mathcal{D} будет не постоянной, а зависящей от времени величиной (для такого процесса иногда применяется термин “обобщенная диффузия”). Скейлинг обобщенной диффузии, т.е. зависимость от времени коэффициента диффузии, можно записать в виде

$$\mathcal{D} \propto \tau^{\alpha-1}. \quad (2)$$

Показатель α связан со скейлингом структурной функции $\zeta(q)$ [1]: $\alpha = f(\zeta(q))$. Из экспериментальных данных космической и лабораторной плазмы [1, 2] определены скейлинги $\zeta(q)$ и показатели α для закона среднеквадратичного смещения частиц, $\langle \delta x^2 \rangle$ со временем τ ,

$$\langle \delta x^2 \rangle \propto \mathcal{D}\tau \propto \tau^\alpha, \quad (3)$$

с показателем $\alpha \approx 1.2 - 1.8$ [1, 2], что свидетельствует о наличии супердиффузии, табл. 1, рис. 2. На внешней границе магнитосферы Земли обнаружен также режим с ускорением $\alpha \approx 2.3$, табл. 1. Напомним, что для нормальной (броуновской) диффузии $\alpha = 1$, а конвективное движение (баллистическое) характеризуется значением $\alpha = 2$.

Т а б л и ц а 1

Показатель скейлинга переноса α в космической и лабораторной плазме

Экспериментальные данные	α
Спутник CLUSTER магнитное поле в барьере МС	1.15
Спутник CLUSTER магнитное поле в ТПС МС	1.3
Спутник INTERBALL-1, магнитное поле в хвосте магнитосферы	1.42
Спутник WIND, межпланетная плазма	≈ 1
Спутник DS, после ударной волны (УВ)	2.3
Спутник Спектр-Р, ионный поток в ТПС МС	1.79
Спутник CLUSTER, ионный поток в межпланетной плазме перед УВ	1.48
Токамак Т-10, плотность периферийной плазмы	1.33
Токамак JT-60U, плотность периферийной плазмы	1.33
Токамак JT-60U, плотность плазмы у сепаратрисы	≈ 1
Стелларатор LHD, плотность периферийной плазмы	1.4
Линейная установка NAGDIS-II, плотность периферийной плазмы	1.41

Полученные результаты (табл.1) могут быть использованы для предсказания турбулентного переноса на больших временных масштабах (напр., периоде работы токамака-реактора), что в настоящее время не удается при моделировании, напр., с использованием МГД или gyroкинетических компьютерных кодов, см. обзор [1]. Рассматриваются различные теоретические подходы описания турбулентного переноса, в том числе, например, диффузионным уравнением с дробными производными (см., напр., [4]); однако при этом возникают трудности непреодолимого характера при получении решений для задачи, рассматривающей турбулентность с перемежаемостью.

Следовательно, необходимо из эксперимента хотя бы определить статистические характеристики турбулентности и определить скейлинги – степенные законы, в том числе (2), и на этой основе привлечь наиболее фундаментальные представления на основе кинетического подхода для описания этого явления.

Подход физической кинетики к описанию турбулентности плазмы. В кинетике плазмы, трактующей описание взаимодействия плазменных волн и частиц, о турбулентности речь идет тогда, когда волн много и для их вероятностного нелинейного описания используется аналог подхода Л. Больцмана. Определенную разработку в наше время получила теория ионно-звуковой турбулентности. В рамках такой теории в работе [5] об ионных диффузионных потоках в турбулентной плазме было показано,

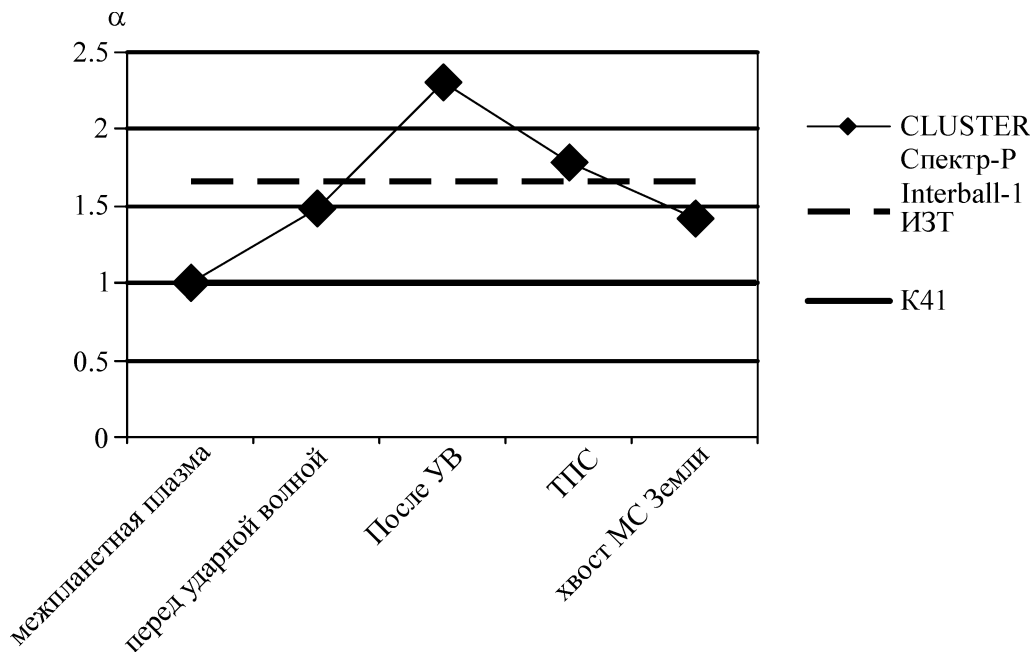


Рис. 2: Показатели скейлинга среднеквадратичного смещения частиц (переноса) α , $\langle \delta x^2 \rangle \propto \tau^\alpha$ из табл. 1, определенные из экспериментальных данных из космической магнитосферной плазмы, полученных спутниками (квадраты). Сравнение с моделями Колмогорова K41 ($\alpha = 1$) и ионно-звуковой турбулентности ИЗТ ($\alpha = 5/3$) [5].

что благодаря быстрому и сильному нагреву ионов ионный коэффициент диффузии оказывается степенным образом зависящим от времени (в [5] коэффициент диффузии D зависит от времени: $D \sim \tau^{2/3}$). Это является прямой причиной того, что α оказывается больше единицы в случае турбулентной плазмы. Теоретическое многообразие турбулентных режимов нагрева ионов плазмы составляет нашу надежду на то, что мы стоим на пути возможного понимания экспериментального многообразия результатов, представленных в табл. 1. Подчеркнем то, что в нашем случае α непосредственно связана с ростом температуры частиц плазмы, а не со сложностями турбулентного движения частиц. Связь скейлингов с вопросами сложности турбулентных движений, а также другие теоретические аспекты проблемы обсуждаются в [1].

Следует считать естественным, что предсказание работы В. П. Силина [5] относится не только к случаю ионно-звуковой турбулентности, но и ко всякой турбулентности, которая приводит к быстрому нагреву ионов. С другой стороны, в эксперименте стоит искать связь “аномалии альфа” с “аномалией ионного нагрева” (тем более что аномальное увеличение температуры ионов экспериментально наблюдалось в ТПС [6]), также

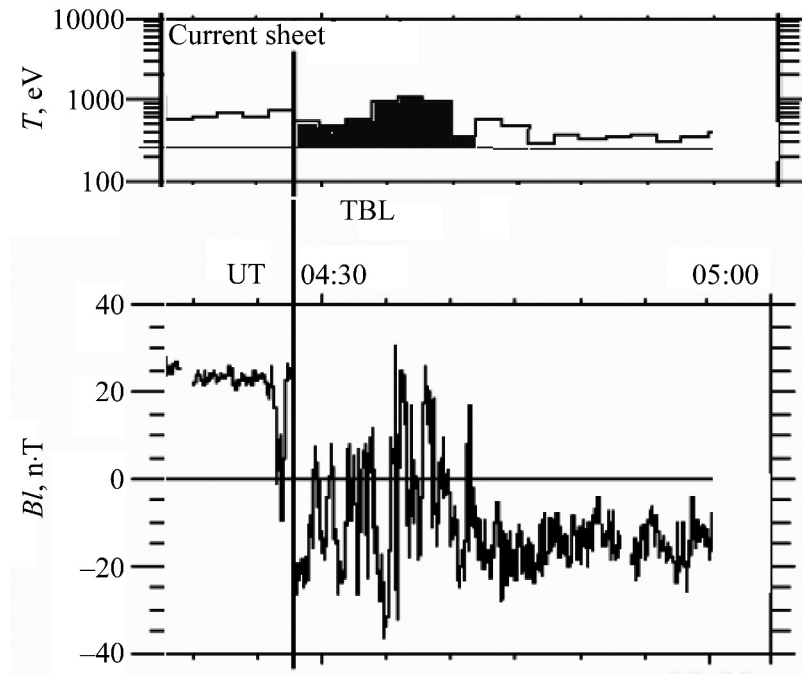


Рис. 3: Измерения в магнитосферной плазме Земли: температура ионов T_i (вверху) и магнитное поле B_l (внизу). Вертикальная прямая – магнитопауза (магнитосфера слева). В турбулентном погранслое (TBL) наблюдается нагрев ионов (эта зона показана серым цветом) за счет, по всей вероятности, альфвеновских и ионно-циклотронных нелинейных волн [6]. Спутник Интербол-1, 21.04.1996 г.

и тогда, когда может открыться и нетурбулентная возможность “аномалии ионного нагрева”. В связи со всем этим приводим рис. 3.

Заключение. Определение характера диффузионного процесса из имеющихся регулярных данных является одним из необходимых шагов на пути количественного описания процессов переноса в турбулентной плазме. В настоящее время получены надежные экспериментальные результаты о скейлингах турбулентности с перемежаемостью (см. [1]), которые следует значительно дополнить новыми данными из космической и лабораторной плазмы. Такие результаты следует систематизировать и классифицировать с привлечением интерпретации в рамках кинетической теории, что обещает значительно продвинуться в развитии представлений о физических свойствах турбулентности плазмы и даст возможность качественно и количественно, с большей детальностью, чем в настоящее время, описать процессы переноса в турбулентной плазме с перемежаемостью в различных средах – в плазменных и гидродинамических потоках.

Благодарности. Авторы из ИКИ РАН благодарны за поддержку работы программой ОФН15 РАН, а также экспериментаторам Спектр-Р и WIND, DOUBLE STAR, CLUSTER за предоставление данных через CSDS и SPDF.

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] В. П. Будаев, С. П. Савин, Л. М. Зеленый, УФН **181**(9), 905 (2011).
- [2] V. P. Budaev, L. M. Zelenyi, S. P. Savin, JPP 1500109 (2015).
- [3] А. Н. Колмогоров, Докл. АН СССР **30**, 299 (1941).
- [4] Л. М. Зеленый, А. В. Милованов, УФН **174**(8), 809 (2004).
- [5] В. П. Силин, Физика плазмы **37**, 739 (2011).
- [6] S. P. Savin et al., in *Geospace Mass and Energy Flow: Results from the International Solar-Terrestrial Physics Program*, ed. J.L. Horwitz, D.L. Gallagher and W.K. Peterson, *Geophysical Monograph* **104**, AGU, Wash. D.C., 25 (1998).

Поступила в редакцию 7 декабря 2015 г.