УДК 535.016

О ПОВЕРХНОСТНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛНАХ В ОДНОСЛОЙНЫХ МЕТАЛЛОПОДОБНЫХ МАТЕРИАЛАХ

З. З. Алисултанов[1], А. А. Рухадзе[2]

Исследуются поверхностные электромагнитные волны в однослойных металлоподобных материалах (типа графена и борофена) в плоской и цилиндрической геометриях. Получены выражения для тензора диэлектрической проницаемости, дисперсионные уравнения и спектры колебаний в условиях, когда пространственной дисперсией можно пренебречь. Показано, что в однослойных материалах существуют колебания двух типов: колебания объемного типа с локализованным на поверхности полем и колебания поверхностного типа, в которых поле экспоненциально спадает по обе стороны вне поверхности.

Ключевые слова: поверхностная волна, одноатомный слой.

1. Общие соотношения. Интерес к графену – однослойному (одноатомный слой) углероду – не ослабевает из-за возможностей применения в электронике. В самое последнее время появился также однослойный бор – борофен. И если графен полупроводник типа A_4B_6, то борофен – это довольно широкозонный металл. Энергетический спектр легких носителей (электронов) заряда в графене вблизи т.н. точки Дирака дается формулой

$$\varepsilon = \pm v_F |p|. \tag{1}$$

Здесь v_F – скорость ферми-носителей с зарядом e и нулевой эффективной массой, p – двумерный импульс носителей, знаки "+" и "–" относятся соответственно к зоне проводимости и валентной зоне. Предполагается, что энергия ферми-носителей ε_F много меньше работы выхода носителей из слоя графена и поэтому носители могут совершать только двумерное движение в плоскости yz, ось $0x$ перпендикулярна к поверхности графена. Будем рассматривать случай нулевой температуры. При этом равновесную

[1] Институт физики Дагестанский. НЦ им. Х.И. Амирханова РАН, Махачкала, Россия.
[2] ИОФРАН, 119991 Россия, Москва, ул. Вавилова, 38; e-mail: rukh@fpl.gpi.ru.

функцию распределения вырожденных носителей можно записать в виде:

$$f_0(v_x, v_y) = \begin{cases} \dfrac{2}{(2\pi h)^2} & \text{при } p \leq p_F, \\ 0 & \text{при } p > p_F, \end{cases} \tag{2}$$

где $p_F = \varepsilon_F / v_F$ – импульс Ферми, связанный с плотностью n (cm^{-2}) соотношением

$$\int d\vec{p}_\perp f_0 = \frac{2\pi p_F^2}{(2\pi h)^2} = n. \tag{3}$$

Наконец, приведем нужную для дальнейшего важную формулу, которая следует из (2):

$$\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} = -\frac{2}{(2\pi h)^2}\delta(\varepsilon - \varepsilon_F) = -\frac{n v_F^2}{\pi \varepsilon_F^2}\delta(\varepsilon - \varepsilon_F). \tag{4}$$

В настоящей статье исследуется электродинамика однослойных металлоподобных материалов в плоской и цилиндрической геометриях в условиях, когда пространственной дисперсией можно пренебречь. Заметим, что цилиндрические однослойные материалы (нанотрубки) могут представлять особый интерес в наноэлектронике. Нами основное внимание уделяется поверхностным волнам, затухающим по обе стороны от поверхности. Естественно, обсуждаются и "объемные" волны, локализованные на поверхности материала. Наибольший интерес представляют медленные волны ($v_\varphi << c$), известные как поверхностные плазмоны.

Здесь следует отметить, что электродинамика и оптические свойства графена исследовались во многих работах [1–6]. Поверхностные волны в однослойных материалах, насколько нам известно, до сих пор не рассматривались.

2. Тензор диэлектрической проницаемости. Для описания двумерного движения электронов в однослойном материале будем исходить из линеаризованного уравнения Власова [7, 8]:

$$\frac{\partial \delta f}{\partial t} + \vec{v}_\perp \cdot \frac{\partial \delta f}{\partial \vec{r}_\perp} + e\vec{E} \cdot \frac{\partial f_0}{\partial \vec{p}_\perp} = 0. \tag{5}$$

Здесь $\delta f(\vec{r}_\perp, \vec{v}_\perp, t)$ – малое возмущение функции распределения электронов, вызванное малым электрическим полем $\vec{E}$. Будем искать решение кинетического уравнения (5) в виде $\delta f \sim \exp(-i\omega t + i\vec{k}_\perp \cdot \vec{r}_\perp)$. Имеем:

$$\delta f = \frac{2ie}{(2\pi h)^2}\frac{\vec{E} \cdot \vec{v}_\perp}{(\omega - \vec{k}_\perp \cdot \vec{v}_\perp)}\delta(\varepsilon - \varepsilon_F). \tag{6}$$

Подставляя это выражение в формулу для плотности тока

$$J_i = e \int v_i \delta f d\vec{p}_\perp \delta(x) = \sigma_{ij}(\omega, \vec{k}_\perp) E_j, \tag{7}$$

находим тензор проводимости и тензор диэлектрической проницаемости, которые являются диагональными в двумерной системе координат:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon(\omega, k_\perp)\delta_{ij}, \quad \varepsilon = 1 + \frac{4\pi i}{\omega}\sigma = 1 + \frac{8\pi e^2 \varepsilon_F}{(2\pi h)^2 \omega v_F^2} \int\limits_0^{2\pi} \frac{v_{Fi} v_{Fj} d\varphi}{\omega - k_\perp v_F \cos\varphi}. \tag{8}$$

Интеграл в формуле (8) следует понимать как [7, 8]:

$$\frac{1}{\omega - k_\perp v_F \cos\varphi} = P\frac{1}{\omega - k_\perp v_F \cos\varphi} - i\pi\delta(\omega - k_\perp v_F \cos\varphi). \tag{9}$$

Поэтому диэлектрическая проницаемость, вообще говоря, является комплексной, причем ее мнимая часть соответствует черенковскому поглощению волн в образце. Такое поглощение имеет место в области частот $\omega \le kv_F$. Нас, однако, будет интересовать область высоких частот, в которой $\omega >> kv_F$. В этой области поглощение волн отсутствует и диэлектрическая проницаемость является чисто действительной:

$$\sigma = \frac{ie^2 v_F^2 n}{\omega \varepsilon_F}\delta(x), \quad \varepsilon = 1 - \frac{4\pi e^2 v_F^2 n}{\varepsilon_F \omega^2}\delta(x) = 1 - \frac{\tilde{\omega}_p^2}{\omega^2}\delta(x). \tag{10}$$

Наличие δ-функции в формулах (10) означает, что они описывают поверхностные отклики, а плотность n соответствует поверхностной плотности и измеряется в 1/см^2. В реальных оценках этой плотности в однослойных материалах учитывается конечность размера атома (10^{-8} cm). Поэтому в графене $n \le 10^{12}$ cm^{-2}, а в борофене $n \le 10^{14}$ cm^{-2}.

3. Дисперсионные уравнения и спектры колебаний.

а) *Плоская геометрия.* Анализ спектров колебаний начнем с плоского случая, причем сразу же рассмотрим E-моду, описывающую поверхностную волну. Отличными от нуля компонентами поля в этой моде являются E_x-, E_z- и B_y-компоненты. Подробности решения системы уравнений Максвелла мы здесь опустим (их можно найти в [8]). Приведем сразу уравнение для поля E_z:

$$\varepsilon \left\{ \frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} - \left(k_z^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \right) E_z \right\} = 0. \tag{11}$$

Здесь два уравнения. Первое из них, $\varepsilon = 0$, описывает локализованные в слое продольные (потенциальные) “объемные” волны со спектром

$$\omega^2 = \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad \omega_p^2 = \frac{4\pi e^2 v_F^2 n\delta(x)}{\varepsilon_f} = \tilde{\omega}_p^2 \delta(x). \tag{12}$$

Второе же уравнение описывает продольно-поперечную волну, причем оно справедливо вне слоя как ниже, так и выше слоя. Решения уравнения в этих областях выглядят так:

$$E_z = \begin{cases} C_1 e^{-i\kappa x}, & x > 0, \\ C_2 e^{i\kappa x}, & x < 0, \end{cases} \tag{13}$$

где $\kappa = \sqrt{k_z^2 - \omega^2/c^2}$. Решения (13) удовлетворяют граничным условиям на поверхности слоя:

$$\{E_z\}_{x=0} = 0, \quad \left\{ \frac{-i\omega}{c\kappa^2} \frac{\partial E_z}{\partial x} \right\}_{x=0} = \frac{4\pi}{c} \int dx \sigma E_z. \tag{14}$$

Подстановка решений (13) в граничные условия (14) приводит к следующему дисперсионному уравнению для поверхностной волны на плоском однослойном образце:

$$\frac{\tilde{\omega}_p^2}{\omega^2} \sqrt{k_z^2 - \omega^2/c^2} = 2. \tag{15}$$

Отсюда находим спектр частот поверхностной волны на плоской поверхности однослойного образца:

$$\omega = \begin{cases} k_z c & \text{при } \omega << \tilde{\omega}_p \sqrt{|k_z|}, \\ \tilde{\omega}_p \sqrt{|k_z|} & \text{при } \omega << k_z c. \end{cases} \tag{16}$$

Полученный спектр отличается от спектра поверхностной волны на полуограниченной проводящей среде при больших волновых числах. Именно спектр при больших волновых векторах продолжает расти, хотя рост замедляется и пропорционален корню квадратному из волнового вектора.

б) *Цилиндрическая геометрия.* Рассмотрим теперь спектр поверхностной волны на поверхности однослойной цилиндрической трубки с радиусом r_0. Первое уравнение (11), $\varepsilon = 0$, при этом не меняется, поэтому сохраняет вид и спектр "объемных" плазмонов (12). Что касается второго уравнения, то оно в цилиндрическом случае записывается так:

$$\Delta_\perp E_z - (k_z^2 - \omega^2/c^2) E_z = 0, \tag{17}$$

где $\Delta_\perp$ – поперечный лапласиан. Ограничиваясь аксиально-симметричными модами, запишем решения (17) в виде:

$$E_z = \begin{cases} C_1 I_0(\kappa r) & \text{при } r < r_0, \\ C_2 K_0(\kappa r) & \text{при } r > r_0. \end{cases} \tag{18}$$

Здесь $I_0(x)$ и $K_0(x)$ – функции Бесселя. Учитывая граничные условия

$$\{E_z\}_{r=r_0} = 0, \quad \{B_\varphi\}_{r=r_0} = \frac{4\pi}{c} \int dx \sigma E_z, \tag{19}$$

получим дисперсионное уравнение для поверхностной волны:

$$\frac{K_0'(\kappa r_0)}{K_0(\kappa r_0)} - \frac{I_0'(\kappa r_0)}{I_0(\kappa r_0)} = -\frac{\tilde{\omega}_p^2 \kappa}{\omega^2}. \tag{20}$$

В пределе $\kappa r_0 >> 1$ уравнение (20) переходит в уравнение для плоского случая (15), а, следовательно, в этом пределе справедливы для спектров поверхностных волн все полученные выше результаты. В обратном же пределе малого радиуса цилиндра, когда $\kappa r_0 << 1$, уравнение (20) сводится к виду

$$-\frac{\tilde{\omega}_p^2}{\omega^2}\kappa^2 r_0 \ln \kappa r_0 = 1. \tag{21}$$

Решения этого уравнения имеют вид:

$$\omega = \begin{cases} k_z c & \text{при } \omega << \tilde{\omega}_p \kappa, \\ \tilde{\omega}_p \sqrt{k_z r_0 |\ln k_z r_0|} & \text{при } \omega >> k_z c. \end{cases} \tag{22}$$

Спектр (22) еще больше отличается от спектра поверхностной волны на массивном образце проводника [8]. Именно он не только не выходит на предельное значение при больших продольных волновых числах, но продолжает линейно расти, но с замедленной фазовой скоростью.

Выводы. В работе получены спектры объемных и поверхностных волн для однослойного металлоподобного материала. Показано, что при больших волновых числах (и малых фазовых скоростях), когда поверхностные волны становятся продольными (потенциальными), спектры поверхностных волн существенно отличаются от соответствующих поверхностных волн на массивных образцах металлов.

Л И Т Е Р А Т У Р А

[1] L. A. Falkovsky, A. A. Varlamov, Eur. J. Phys. **B56**, 281(2007).
[2] L. A. Falkovsky, E. E. Persheguba, Phys. Rev. **B76**, 193410 (2007).
[3] V. Rizhii, A. Satou, J. Appl. Phys. **101**, 024509 (2007).
[4] Л. А. Фальковский, ЖЭТФ **133**, 663 (2008).
[5] Л. А. Фальковский, УФН **178**, 923 (2008).
[6] Л. А. Фальковский, ЖЭТФ **142**, 12233 (2012).
[7] В. П. Силин, А. А. Рухадзе, *Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред* (М., Атомиздат, 1961); II,III изд. URRS, Либроком (2012, 2013).
[8] А. Ф. Александров, А. А. Рухадзе, *Лекции по электродинамике плазмоподобных сред*, т. 1, изд. МГУ (1999).

Поступила в редакцию 10 февраля 2016 г.