УДК 537.872,535-34,53.043,53.01

О ТОМСОНОВСКОМ СЕЧЕНИИ РАССЕЯНИЯ СВЕТА ДВИЖУЩЕЙСЯ ЧАСТИЦЕЙ

Е. Г. Бессонов[1], М. В. Горбунков[1], А. В. Виноградов[1], Ю. Я. Маслова[1], А. А. Михайличенко[2]

В данной работе в рамках классической электродинамики вычислено сечение томсоновского рассеяния света движущейся частицей.

Ключевые слова: томсоновское рассеяние, сечение, электродинамика, теория относительности.

Заряженная частица во внешнем электромагнитном поле испускает электромагнитное излучение. Интенсивность этого излучения определяется формулой Лармора

$$I = \frac{2e^4\gamma^2}{3m^2c^3}\left\{\left(\vec{E} + \left[\vec{\beta}\vec{H}\right]\right)^2 - \left(\vec{\beta}\vec{E}\right)^2\right\}, \tag{1}$$

где e, m – заряд и масса частицы, $\vec{\beta} = \vec{v}/c$, $\vec{v}$ – вектор скорости частицы, $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$ – релятивистский фактор частицы, $\beta = |\vec{\beta}|$, c – скорость света, $\vec{E}$, $\vec{H}$ – вектора внешних электрического и магнитного полей в точке нахождения частицы [1]. Зависимость входящего в выражение (1) вектора скорости частицы от ее координат и времени определяется законом изменения рассматриваемого поля в пространстве и во времени.

Ниже мы рассмотрим случай, в котором внешним электромагнитным полем является поле плоской монохроматической лазерной волны. В этом случае вектор $\vec{H} = \left[\vec{n}_L\vec{E}\right]$, величина $\left(\vec{n}_L\vec{E}\right) = 0$, интенсивность

$$I = \frac{c\gamma^2\sigma_{T0}}{4\pi}\left|\vec{E}\right|^2\left[1 - \left(\vec{\beta}\vec{n}_L\right)\right]^2, \tag{2}$$

где $\vec{n}_L$ – единичный вектор в направлении распространения волны, $\sigma_{T0} = 8\pi r_p^2/3$ – сечение томсоновского рассеяния лазерной волны на неподвижной частице, $r_p = e^2/(mc^2)$ – классический радиус частицы.

Плоская монохроматическая волна является частным случаем ондулятора. Это дает возможность использовать результаты общей теории движения и излучения частиц в

[1] ФИАН, 119991 Россия, Москва, Ленинский пр-т, 53; e-mail: bessonov@x4u.lebedev.ru.
[2] Cornell University, CLASSE, Newman Lab., Ithaca, NY 14853, USA.

ондуляторах (см. [2] и ссылки). Вектор скорости частицы, входящий в выражения для интенсивности (1) и (2), для ондуляторных траекторий имеет вид $\vec{v} = \overline{\vec{v}}_{\|} + \vec{v}_{\perp}$, где $\overline{\vec{v}}_{\|}$ – средняя продольная, а $\vec{v}_{\perp}$ – поперечная составляющие скорости частицы.

Компоненты поля плоской, монохроматической, в общем случае эллиптически поляризованной волны, распространяющейся в направлении оси x, можно представить в виде

$$E_y = E_{ym} \sin\varphi, \quad E_z = E_{zm} \cos\varphi, \quad E_x = 0, \tag{3}$$

где $\varphi = k_L x - \omega_L t + \varphi_0$ – фаза рассматриваемой волны, φ_0 – начальная фаза, $k_L = \omega_L/c$ – волновой вектор, $\omega_L = 2\pi c/\lambda_L$ – круговая частота, λ_L – длина волны. Обычно лазерная волна представляет собой волновой пакет длиною $l_{wp} = M\lambda_L$, где M – целое число. Ниже мы рассмотрим случай квазимонохроматических пучков ($M \gg 1$).

Частота колебаний частицы, движущейся под углом к направлению распространения волны, определяется выражением $\omega^* = \omega_L \left(1 - \vec{n}_L \overline{\vec{\beta}}\right)$, а частота испущенного ей излучения, в соответствии с эффектом Доплера, равна

$$\omega = \frac{\omega^*}{1 - \vec{n}\overline{\vec{\beta}}} = \frac{\omega_L \left(1 - \vec{n}_L \overline{\vec{\beta}}\right)}{1 - \vec{n}\overline{\vec{\beta}}}, \tag{4}$$

где $\vec{n}$ – единичный вектор в направлении наблюдения, $\overline{\vec{\beta}} = \overline{\vec{v}}/c \simeq \overline{\vec{\beta}}_{\|} = \overline{\vec{v}}_{\|}/c$ [2].

В слабых полях лазерной волны вида (3), соответствующих условию дипольного излучения

$$|\vec{\beta}_{\perp}| = |\vec{v}_{\perp}/c| \ll 1/\gamma, \tag{5}$$

или, что то же, условию $eE\lambda_L \ll mc^2$ (на квантовом языке это условия однофотонных процессов рассеяния), излучение испускается на одной первой гармонике. Здесь $E = |\vec{E}|$. Далее мы будем работать в рамках приближения (5). Из него следуют соотношения $|\overline{\vec{\beta}}_{\|}| = |\vec{\beta}| = \beta = \text{const}$, $\gamma = \text{const}$.

Если частица проходит путь, соответствующий большому числу колебаний в поле лазерного пучка ($M \gg 1$), то излучение, испущенное ей, в любом направлении будет квазимонохроматическим, распределенным согласно (4) в диапазоне частот $(\omega_{\min}, \omega_{\max})$, где

$$\omega_{\min} = \frac{\omega_L \left(1 - \vec{n}_L \overline{\vec{\beta}}\right)}{1 + |\overline{\vec{\beta}}|} \simeq \frac{\omega_L \left(1 - \vec{n}_L \overline{\vec{\beta}}\right)}{1 + \beta}, \quad \omega_{\max} \simeq \frac{\omega_L \left(1 - \vec{n}_L \overline{\vec{\beta}}\right)}{1 - \beta}. \tag{6}$$

Спектральное распределение потока энергии, испущенного частицей в поле лазерной волны в условиях дипольного излучения (5), определяется выражением $I_\xi = If(\xi)$, где I – интенсивность испущенной волны (2), $f(\xi)$ – нормализованное спектральное распределение излучения по безразмерной частоте $\xi = \omega/\omega_{\max}$, $\int_{\xi_{\min}}^{\xi_{\max}} f(\xi)d\xi = 1$, величины $\xi_{\min} = (1-\beta)/(1+\beta)$, $\xi_{\max} = 1$. Вид функции $f(\xi)$ зависит от направления колебаний частицы относительно направления ее средней скорости [2]. Для релятивистских частиц ($\gamma \gg 1$, $\xi_{\min} \ll 1$), совершающих соответственно поперечные или продольные гармонические колебания, функции

$$f_{\perp}(\xi) = 3\xi(1 - 2\xi + 2\xi^2), \quad f_{\|}(\xi) = 12\xi^2(1-\xi). \tag{7}$$

В ряде случаев проблему рассеяния излучения движущейся частицей удобно рассматривать на квантовом языке в терминах числа рассеянных квантов. В этом случае спектральное распределение потока фотонов рассеянного лазерного излучения определяется выражением $d\dot{N}_{ph}/d\omega = I_{\xi}/(\hbar\omega\,\omega_{\max}) = I_{\xi}/(\xi\hbar\omega_{\max}^2)$, которое можно представить в виде

$$\frac{d\dot{N}_{ph}}{d\xi} = \frac{I_{\xi}}{\xi\hbar\omega_{\max}}. \tag{8}$$

Отсюда следует, что полный поток фотонов рассеянного лазерного излучения равен

$$\dot{N}_{ph} = I/\hbar\omega_{\max} \int_0^1 [f(\xi)/\xi] d\xi. \tag{9}$$

Вычислив интеграл (9), убеждаемся, что для функций $f_{\perp}(\xi)$ и $f_{\|}(\xi)$, заданных в выражении (7), поток одинаков и равен

$$\dot{N}_{ph} = 2I/\hbar\omega_{\max}. \tag{10}$$

Отношение полного потока фотонов рассеянного излучения к плотности потока фотонов лазерного пучка $S_L^{ph} = cE_L^2/(4\pi\hbar\omega_L)$, т.е. сечение рассеяния лазерных фотонов движущейся частицей

$$\sigma = \sigma_{T0}\left(1 - \vec{n}_L\vec{\beta}\right) = \sigma_{T0}(1 - \beta\cos\theta_{\text{col}}), \tag{11}$$

где θ_{col} – угол, под которым сталкиваются пучки (угол между векторами $\vec{n}_L$ и $\overline{\vec{\beta}}_{\|}$).

Из (11) следует, что при столкновении релятивистской частицы с лазерным пучком под углами $\theta_{\text{col}} = \pm\pi$, как и следовало ожидать, величина сечения $\sigma = (1 \pm \beta)\sigma_{T0}$. В этих случаях световой пучок в единицу времени смещается относительно движущейся частицы на расстояние в $1 \pm \beta$ раз большее (меньшее), чем относительно покоящейся частицы. Это означает, что в рассматриваемых случаях число рассеянных фотонов на единицу длины смещения лазерного пучка относительно частицы является инвариантом (не зависит от скорости частицы).

При столкновении пучков частиц под углом $\theta_{\mathrm{col}} = \pi/2$ величина сечения $\sigma = \sigma_{T0}$ не зависит от скорости движения частицы в поперечном направлении и равна сечению рассеяния лазерных фотонов неподвижной частицей. При этом длина пути частицы в лазерном пучке зависит от скорости частицы ($\sim \sqrt{1+\beta^2}$).

Соотношение между сечениями взаимодействия пересекающихся пучков массивных частиц было рассмотрено в работе В. Паули (1933 г.) [3] и отражено в [1, 4]. Из него, как частный случай (для фотона $\vec{\beta}_{ph} = \vec{n}_L$), следует отношение сечений рассеяния света на движущейся и покоящейся заряженной частице вида

$$K = \sigma/\sigma_{T0} = \sqrt{\left(\vec{n}_L - \vec{\beta}\right)^2 - \left[\vec{n}_L \vec{\beta}\right]^2}. \tag{12}$$

Его, как нетрудно убедиться, можно привести к виду (11).

Рассмотренная зависимость томсоновского сечения рассеяния света от вектора скорости движущейся частицы описывает полный поток рассеянных фотонов. Зная параметры лазерного пучка и частицы и используя соотношение (11), можно определить число фотонов, рассеянных одной частицей за всё время прохождения лазерного пучка.

При выводе сечения рассеяния фотонов на движущейся заряженной частице мы, в отличие от В. Паули, использовали электродинамику (см. [1, 2]) и не использовали релятивистские преобразования специальной теории относительности (инварианты, переход между движущимися системами координат). Окончательный результат представлен в виде простого выражения. Вывод справедлив для рассеяния фотонов длинных лазерных волновых пакетов ($M \gg 1$), когда излучение, испускаемое в заданном направлении, квазимонохроматично и описывается функциями вида (7). Это соответствует тому факту, что В. Паули рассматривал случай, в котором частицы каждого пучка обладали одинаковыми энергиями. Нам представляется, что прямой вывод выражения для инвариантного сечения имеет определенный методический интерес.

В настоящее время сечение комптоновского рассеяния широко используется, в частности, в теории источников света, основанных на электронных и ионных пучках (см., напр., [5–8]). Полное число квантов лазерного пучка, рассеянных пучком частиц, в этом случае определяется выражением

$$N_{ph} = \sigma_{T0} \cdot c \cdot K \int n_L n_p dV dt, \tag{13}$$

где n_L и n_p – плотности числа лазерных фотонов и частиц соответствующих пучков,

dV – элемент объема, в котором происходит рассеяние, коэффициент $K = 1 - \vec{n}_L\vec{\beta} = \sqrt{\left(\vec{n}_L - \vec{\beta}\right)^2 - \left[\vec{n}_L\vec{\beta}\right]^2}$ называется кинематическим фактором.

Работа проведена при поддержке программы фундаментальных исследований Президиума РАН "Фундаментальные и прикладные проблемы фотоники и физика новых оптических материалов" и УНК ФИАН.

Л И Т Е Р А Т У Р А

[1] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория поля* (М., Наука, ГИФМЛ, 1960).

[2] Е. Г. Бессонов, Труды ФИАН **214**, 3 (М., Наука, 1993); http://proceedings.lebedev.ru/214-1993/.

[3] W. Pauli, Helvetica Physica Acta **6**, 279 (1933).

[4] W. Herr and B. Muratori, Proc. of CERN Accelerator School, Zeuthen 2003, CERN-2006-002 (2006); http://cds.cern.ch/record/941318/files/p361.pdf

[5] E. Bulyak and V. Skomorokhov, Phys. Rev. Special Topics – Accelerators and Beams **8**, 030703 (2005).

[6] C. Sun and Y. K. Wu, Phys. Rev. Special Topics – Accelerators and Beams **14**, 044701 (2011).

[7] E. G. Bessonov, Nucl. Instrum. Meth. B **309**, 92 (2013).

[8] M. W. Krasny, *The Gamma Factory proposal for CERN*; arXiv:1511.07794.

Поступила в редакцию 19 февраля 2016 г.