

УДК 530.12:531.51

О СВЯЗИ МАССЫ МЕТАГАЛАКТИКИ С ПОСТОЯННОЙ ТЯГОТЕНИЯ. I. ОТ ТЕОРИИ ЭЙНШТЕЙНА ДО ТЕОРИИ ЭЙНШТЕЙНА–КАРТАНА

Р. Ф. Полищук

Введено понятие безразмерного гравитационного заряда, определяемого через планковскую массу и фундаментальные константы, задающие и саму эту массу. Большой Взрыв связывается с распадом единого физического взаимодействия и падением гравитационной постоянной Ньютона на 40.67 порядков по сравнению с принятой за единицу электромагнитной. Это вызывает рост на ту же величину радиуса кривизны Метагалактики и падение средней плотности источников кривизны пространства-времени на 122 порядка: от предельно допустимой планковской плотности до наблюдаемой критической плотности. Микрофизика оказывается естественно связанной с космологией.

Ключевые слова: планковские масштабы, масса Вселенной, дуальные симметрии, фридмоны, тёмная материя, распад вакуума.

Согласно представлениям современной физики все физические взаимодействия (сильные, электрослабые и гравитационные) возникли при распаде единого физического взаимодействия в эпоху Большого Взрыва, давшего начало расширению Вселенной 13.7 миллиардов лет тому назад. Например, в рамках первоначального единого взаимодействия гравитация была примерно на 41 порядок сильнее гравитации современной (небольшое ослабление электрического взаимодействия от константы $1/40$ до $1/137$ не даст существенных поправок там, где важны, прежде всего, порядки величин). Соответственно, постоянная тяготения была примерно на 41 порядок больше её современного значения, равного (при принятии постоянной Планка и скорости света за единицу)

ФИАН, Астрокосмический центр, 119991 Россия, Москва, Ленинский пр-т, 53; e-mail: rpol@asc.rssi.ru.

квадрату планковской длины, который естественно назвать *планковской площадью*.

Планковская длина нужна для описания микрофизики, постоянная Ньютона – для описания космологии. Возникает вопрос о связи микрофизики с космологией. Цель данной статьи – указать эту возможную связь. Эту связь легко уловить, связав массу Метагалактики, Универсума ($M_U \cong 2 \cdot 10^{56}$ г) с фундаментальными физическими константами (ФФК).

Напомним известные значения фундаментальных констант. Гравитационная постоянная Ньютона $G = 6.6745(8) \cdot 10^{-8}$ см³/г·с² = $2.612 \cdot 10^{-66}$ см², электрический заряд $e = 4.8 \cdot 10^{-10}$ (г·см³/с²)^{1/2} = $1.381 \cdot 10^{-34}$ см, планковская длина $l_{pl} = (hG/2\pi c^3)^{1/2} = 1.616 \cdot 10^{-33}$ см, планковская масса $m_{pl} = (hc/2\pi G)^{1/2} = 2.177 \cdot 10^{-5}$ г, приведённая постоянная Планка и скорость света: $h/2\pi = 10^{-27}$ г·см²/с = 1, $c = 3 \cdot 10^{10}$ см/с = 1. При сжатии тела до его гравитационного радиуса скорость отрыва от него становится световой. Само тело при этом становится чёрной дырой (или белой дырой при изменении знака времени). Но тело при этом не коллапсирует в точку с бесконечной плотностью, поскольку предельной плотностью является планковская плотность $5.157 \cdot 10^{93}$ г/см³.

Для оценки массы Вселенной учтём, что объём её 3-сферы радиуса кривизны a с материей критической плотности даёт следующее значение:

$$M_U = 2\pi^2 a^3 \rho_{cr} = 2\pi^2 (0.7 \cdot 10^{28} \text{ см})^3 \cdot 0.6 \cdot 10^{-29} \text{ г/см}^3 = 2 \cdot 10^{56} \text{ г} = 10^{61} m_{pl}.$$

Воображаемую частицу планковской массы (назовём её *планкеоном*) можно считать просто чёрной дырой планковской плотности и планковского размера. Куб планковской длины $4.221 \cdot 10^{-99}$ см³ естественно считать трёхмерным объёмом планкеона и *планковским объёмом*. Когда постоянная тяготения до распада единого взаимодействия была на 40.67 порядков больше (мы берём эту величину для получения приведённой выше оценки полной массы Вселенной с трёхмерным пространством: $40 + 2/3$ в степени $3/2$ даёт 61), планковский объём был больше на 61 порядок. Увеличивая соответственно массу планкеона, мы получаем массу около $2 \cdot 10^{56}$ г, которую примем за массу Метагалактики. Наша гипотеза заключается в том, что возможность подобного получения связи малых и больших величин не случайна.

Введём понятие безразмерного *гравитационного заряда* t/t_{pl} для частицы массы t . Он тогда подобен безразмерному электрическому заряду, указывающему просто количество элементарных электрических зарядов заряженного тела, хотя заряду электрона как носителя энергии обычно приписывается размер $1.38 \cdot 10^{-34}$ см. Этот размер меньше комптоновской длины волны электрона $\lambda/2\pi = h/2\pi m_e c = 3.86 \cdot 10^{-11}$ см. Масса

планкеона в приведённых единицах равна обратной планковской длине, так что гравитационный заряд планкеона равен по определению безразмерной единице (и не зависит, в том числе, от постоянной тяготения Ньютона).

До распада единого взаимодействия на сильное, электрослабое и гравитационное была только одна фундаментальная константа. Выдвинем гипотезу, что *скорость света, постоянная Планка и не зависящий от постоянной тяготения безразмерный гравитационный заряд планкеона при распаде единого взаимодействия остались прежними*. Это означает, что при ослаблении начальной сильной гравитации на $40 + 2/3$ порядков размерная планковская масса увеличилась на $20 + 1/3$ порядков, а трёхмерный объём планкеона до Большого Взрыва был, соответственно, больше современного значения на 61 порядок. Умножая эту величину на размерную (в граммах) сегодняшнюю планковскую массу, мы и получаем размерную массу Метагалактики $2 \cdot 10^{56}$ г. А увеличивая на 61 порядок сегодняшнюю планковскую длину, мы получаем в сантиметрах гравитационный диаметр (удвоенный радиус кривизны 3-пространства) Метагалактики $1.6 \cdot 10^{28}$ см. Эта величина как раз отвечает удвоенному радиусу горизонта событий расширяющейся Метагалактики в рамках наблюдательной космологии. Но планковская масса выражается через три основные фундаментальные физические константы. Таким образом, с ними оказывается связанной и полная масса Метагалактики.

Полезно учесть полную компенсацию этой массы отрицательной потенциальной гравитационной энергией. Интуитивно мы привыкли рассматривать массу как вложенную в бесконечный плоский мир Минковского, то есть в духе островной физической системы с геометрией Шварцшильда. Но, согласно Гильберту [4], актуальной бесконечности в природе не существует, и более физичной представляется однородная геометрия пространства в виде трёхмерной сферы де Ситтера с её равноправием образующих её точек и с космологическим членом как источником кривизны мира событий.

Асимптотикой расширяющейся Вселенной является мир, описываемый однополостным гиперболоидом де Ситтера с радиусом перешейка порядка $1.6 \cdot 10^{28}$ см. С какой частицей можно связать этот вакуум де Ситтера? Проведём аналогию с параметрами Солнца. Его масса близка массе чёрной дыры с гравитационным радиусом 3 км. Основной вклад в массу Солнца дают нуклоны размером порядка их комптоновской длины волны около $1.93 \cdot 10^{-14}$ см. Этот размер можно примерно получить из соотношения $3 \cdot 10^5 \text{ см} \cdot 1.616 \cdot 10^{-33} \text{ см} = (2.2 \cdot 10^{-14} \text{ см})^2$. То есть произведение гравитационного радиуса Солнца на размер планкеона (планковской длины) примерно равен квадрату размера образующей звезду частицы. Этот размер на 19 порядков больше планковской

длины, а масса частицы, соответственно, на 19 порядков меньше массы планкеона, являющегося самим по себе чёрной дырой. Следовательно, необходима плотная линейная упаковка 10^{19} нуклонов и кубическая упаковка $(10^{19})^3 = 10^{57}$ нуклонов, чтобы получить из них чёрную дыру. Умножая это число на массу нуклона $1.67 \cdot 10^{-24}$ грамма, мы и получаем примерную массу Солнца как средней стабильной звезды (ежесекундная потеря Солнцем четырёх мегатонн своей массы на излучение, создавшее и поддерживающее земную биосферу, не существенна).

Для размера системы порядка радиуса горизонта событий Метагалактики получаем $16 \cdot 10^{27} \text{ см} \cdot 1.6 \cdot 10^{-33} \text{ см} = (5 \cdot 10^{-3} \text{ см})^2$. Частицу размером $5 \cdot 10^{-3} \text{ см}$ и с соответствующей массой около $4 \cdot 10^{-36}$ грамма назовём: *зерон* (от *зеро*, нуль), как бы нулевой частицей. После рассеяния материи до получения в асимптотике вакуума де Ситтера Метагалактика будет состоять, видимо, из $5 \cdot 10^{91}$ зеронов.

Наблюдательная космология доказывает факт расширения Вселенной. Скорость увеличения расстояний, в отличие от скорости распространения физических взаимодействий, может быть произвольно большой. Расширение началось после Большого Взрыва 13.7 миллиарда лет тому назад. Естественно предположить, что первоначальное состояние было трёхмерной сферой с предельной планковской плотностью материи $5 \cdot 10^{93} \text{ г/см}^3$ и с радиусом кривизны порядка $1.25 \cdot 10^{-13} \text{ см}$. Рост радиуса кривизны на 40.67 порядков отвечал ослаблению первоначальной сильной гравитации как единого взаимодействия на эти 40.67 порядков. После того, как единое взаимодействие расщепилось на сильное, электрослабое и гравитационное, взаимодействие электрослабое далее расщепилось на электромагнитное и слабое.

Константы взаимодействия зависят от энергии. Для энергий в единицах ГэВ величиной 0.01, 0.1, 1 и 100 константы сильного взаимодействия принимают последовательно значения 10, 1, 0.40 и 0.12; константы электромагнитного взаимодействия: 1/137, 1/135, 1/133 и 1/128; константы слабого взаимодействия: 1/26, 1/27, 1/28 и 1/36. Уменьшение константы α_s сильного взаимодействия связано с антиэкранировкой сильного (цветового) заряда.

Величины, обратные константам взаимодействия, зависят от энергии логарифмически и сходятся к обратной константе единого взаимодействия $1/\alpha_{GU} = 40$ при энергии 10^{16} ГэВ, не достигающей планковской энергии 10^{19} ГэВ. При этом для электромагнитного взаимодействия бралась константа $(3/8)(1/\alpha_e)$, где множитель 3/8 связан со слабым углом смешивания (углом Вайнберга). По теории Великого объединения $\sin^2 \theta_W = 3/8$ при энергии 10^{16} ГэВ (в эксперименте получено значение 0.231 для энергии

91 ГэВ). При этой энергии возникает единое взаимодействие (за исключением гравитационного), отвечающее специальной (с единичным определителем матрицы) унитарной (унитарность матрицы означает, что её комплексно-сопряжённая транспонированная матрица равна обратной матрице) 5-мерной группе симметрии $SU(5)$.

Для пояснения роли симметрии скажем, что лагранжиан электромагнитного взаимодействия $\Psi\bar{\Psi}$ инвариантен относительно умножения волновой функции на единичный комплексный вектор $\exp[i\varphi(x)]$, но уравнение Дирака для электрон-позитронной пары останется справедливым при замене частной производной $\partial_\mu = \partial/\partial x^\mu$ на ковариантную $D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu$ с введением вектор-потенциала электромагнитного поля A_μ , удовлетворяющего уравнениям Максвелла (и в этом смысле электромагнитное поле является калибровочным, компенсирующим, сохраняющим уравнение Дирака с включением электромагнитного взаимодействия). Но если мнимые экспоненты отвечают одномерной коммутативной группе симметрии $U(1)$, то многомерные группы симметрии $SU(n)$ уже некоммутативны, и поэтому глюоны сильного взаимодействия (и бозоны слабого взаимодействия, связанные, соответственно с группами симметрии $SU(3)$, $SU(2)$) друг с другом взаимодействуют. При этом $SU(2) \times U(1) = U(2)$, и здесь подгруппы-сомножители имеют различный физический смысл, объединяясь в более общую группу, что интуитивно указывает на внутреннее единство всех физических взаимодействий, не существующих друг без друга.

Симметрии сильного и электромагнитного взаимодействия являются точными, а симметрия слабого взаимодействия смешивает фермионы разных поколений и отвечает нарушению симметрии, что приводит к нестабильности соответствующих частиц (кроме наилегчайших), нарушению CP -инвариантности и к осцилляции нейтрино (периодической смене их типов). Это было открыто в 1957 году физиком Б. М. Понтекорво (кстати, он в своё время приезжал в МГУ, и я его видел, учась на мехмате и в аспирантуре физфака: 1955–1963). Взаимодействующие обменом глюонов кварки и обменом (незаряженных электрически) фотонов электроны стабильны, тогда как векторные W^+ , W^- , Z^0 бозоны, обмен которыми реализует слабое взаимодействие, нестабильны. Фундаментальными фермионами этой модели являются 6 кварков и 6 лептонов. Их взаимодействие реализуется обменом, кроме трёх указанных бозонов и глюонов, также бозонами X , Y спина 1 с зарядами $4e/3$ и $e/3$. Для ещё не открытых дуальных симметрий роли стабильных и нестабильных частиц меняются местами.

Сильное взаимодействие соединяет нейтроны и протоны в ядра атомов вопреки электромагнитному относительно слабому отталкиванию последних. Сталкивание нейтрона с протоном может родить дейтерий (синтез атомов водорода осуществляется в водородной бомбе), а возбуждение массивного ядра урана, в котором сильное взаимодействие нуклонов ослабевает (из-за вынужденного удаления некоторых из них друг от друга и по сравнению с электромагнитным отталкиванием), может вызвать его распад (это вызывает цепную реакцию в атомной бомбе). Сильное взаимодействие определяется потенциалом Юкавы $U(r) = -(k/r) \exp(-r/r_0)$, где константы $k = 1$, $r_0 \cong 10^{-13}$ см. Количественная теория сильного взаимодействия была создана Юкавой в 1935 году. Расчёт ферми-импульса для атома гелия показывает, что скорость протона в ядре составляет примерно четверть скорости света, так что движение нуклонов в ядре носит релятивистский характер и немного увеличивает массу движения нуклонов по сравнению с их массой покоя (в $4/\sqrt{15}$ раз).

Нуклоны состоят из троек кварков, связанных восьмью глюонами. Кварк имеет внутреннее квантовое число, названное цветом, а также спин, электрический заряд и импульс. Его состояние описывается вектором в трёхмерном комплексном цветовом пространстве. Он инвариантен относительно унитарных вращений с группой симметрии $SU(3)$. Из кварков и антикварков можно создать бесцветные комбинации, которые не взаимодействуют с глюонами в длинноволновом приближении. Асимптотическая свобода кварков вызвана антиэкранировкой их зарядов. При этом конфайнмент (пленение) кварков вызван тем, что они не могут удаляться друг от друга на расстояние более 1 фм (10^{-13} см). Они связаны глюонами словно резинкой: её растягивание означает затрату массы-энергии, так что при разрыве пары кварков получаем две таких пары. Поэтому мы не наблюдаем свободных кварков. Характерная энергия связи кварков равна 1 ГэВ, что примерно равно массе-энергии нуклона. Бесцветные состояния кварков называются адронами, которые взаимодействуют обменом другими адронами (мезонами из пары кварк-антикварк), связывающих адроны в ядра атомов. Атомы образуют молекулы, которые участвуют в химических реакциях с перестройкой электронных оболочек.

По Демокриту мир есть атомы и пустота, а с точки зрения химии жизнь – это химический процесс организма с локальным выталкиванием энтропии ценой её общего увеличения, с самокоррекцией наследственного кода при условии притока свободной энергии [1, 2] (а разум с его пониманием и целеполаганием возникает естественно как дальнейшее средство экономии энергетических затрат по сравнению с чисто инстинктивным поведением живых организмов). Что касается “пустоты”, то она скорее всё, чем

ничто: её макроскопическая размерность равна трём (и это – топологический инвариант группы гомеоморфизмов, одно-однозначных отображений множества точек-элементов). Вселенная до Большого Взрыва и асимптотическое состояние Метагалактики (с разбегающимися галактиками, с быстро разжижающимся излучением и с убывающей плотностью вещества) – это два различных состояния физического вакуума с ненулевой плотностью массы-энергии в виде космологического члена уравнений гравитации. При этом элементарные частицы – это кванты возбуждения вакуума. Квантованность частиц возникает из-за выживания только резонансов, как у звучащей струны: нерезонансные возбуждения компенсируют друг друга в фейнмановском интеграле по путям всех возможных эволюций физической системы. При этом действие (интеграл от плотности лагранжиана системы по объёму пространства) достигает экстремума, диктующего вид всех уравнений динамики системы. Так природа нащупывает свои законы эволюции, а бифуркации рожают мир как океан ветвящихся возможностей. При этом детерминированы только вероятности (в частности, выбор человека налагает на него ответственность за свой выбор – при всей детерминации поведения разными факторами и обстоятельствами).

Слабое взаимодействие отвечает за бета-распад нейтрона. Нейтрон и протон состоят из троек верхних и нижних кварков: $n = (uud)$, $p = (udd)$. Распад нейтрона рождает протон и промежуточный электрически заряженный W -бозон, который дальше распадается на электрон и электронное антинейтрино (либо на мюон и мюонное антинейтрино, либо на тау-лептон и тау-лептонное антинейтрино). Кварки бывают шести типов: верхний, нижний, очарованный, странный, истинный и прелестный. Эти типы образуют 3×3 матрицу Кабиббо–Кобаяши–Маскавы, которая параметризуется тремя углами и фазовым множителем. В теории Вайнберга–Салама электрослабое взаимодействие – это квантовая теория с калибровочной группой $SU(2) \times U(1)$. Эта симметрия спонтанно нарушается действием бозона Хиггса. Этот бозон был открыт 4 июля 2012 года на Большом адронном коллайдере ЦЕРН, его масса-энергия порядка 125 ГэВ. Его спин, электрический и цветовой заряды равны нулю. Он образуется от слияния двух глюонов, заряженных W -бозонов или нейтральных Z -бозонов, распадается на пару частица-античастица, где частица – это фотон, b -кварк, электрон, мюон или нейтрино.

Бозон Хиггса вызывает появление массы покоя у элементарных частиц. Поскольку собственным значением квантового оператора скорости является только плюс-минус скорость света, все частицы рождаются в световом состоянии с 4-импульсом нулевой длины (его квадрат равен разности квадратов временной компоненты и 3-импульса: вре-

мя – мнимая пространственная координата, чем она и отличается от пространственного измерения). На квантовом уровне время можно считать нумерацией пространственных “кадров”, сменяющих друг друга с планковской частотой около $1.85 \cdot 10^{43}$ раз в секунду, получаемой комбинацией трёх фундаментальных физических констант (постоянных Ньютона G , Планка h и скорости света c). Из-за систематического взаимодействия частицы с бозоном Хиггса 3-импульс изменяет своё направление на противоположное, и это световое дрожание частицы в среднем выглядит её топтанием на одном месте с ненулевой массой “покоя”.

Слабое и электромагнитное взаимодействия возникли с распадом единого электро-слабого взаимодействия при понижении энергии взаимодействия. Электромагнитное взаимодействие вызвано обменом электрических зарядов виртуальными фотонами, возникающими при локализации симметрии $U(1) = \{\exp(i\varphi(x))\}$, то есть при введении зависимости фазы φ от координат мировой точки (пространственной точки, взятой в один момент времени).

Сила электромагнитного взаимодействия, в отличие от сильного, подчиняется закону обратных квадратов. Тому же закону подчиняется гравитационное взаимодействие. Но при этом сила электрического взаимодействия, скажем, электрона и позитрона, почти на 41 порядок сильнее их гравитационного взаимодействия. Если в теории струн фотон спина 1 является струной с открытыми концами, то переносящий гравитационное взаимодействие гравитон спина 2 является замкнутой петлёй. Все элементарные частицы – различные состояния одной из них, различные моды колебания струны (так современная физика соединяет единство и многообразие нашего мира).

Наблюдательная космология, как уже было сказано, открыла расширение Вселенной (Хаббл, 1929), теоретически предсказанное А. А. Фридманом (Санкт-Петербург, год 1922; кстати, в 1918–1920 годах он жил при Колчаке в городе Перми на 2-ом этаже маленького двухэтажного дома на Сибирской улице, 19, в котором потом был любимый автором данной статьи книжный магазин). Уравнение состояния физического вакуума $p = -\rho$ (давление равно минус плотности вакуума) показывает, что отрицательное давление вызывает ускоренное разбегание пробных частиц. Галактики – не пробные частицы, но они возникли в результате Большого Взрыва, когда сверхплотный вакуум отдал почти всю свою массу-энергию веществу и излучению. Полная масса M Метагалактики $2 \cdot 10^{56}$ грамма: это порядка 100 миллиардов галактик по 100 миллиардов звёзд средней массой более 10^{33} грамма плюс тёмная материя и тёмная энергия вакуума, увеличивающие общую массу примерно в 20 раз. Эволюция Метагалактики вначале (до

образования тяготеющей материи, несколько тормозящей расширение) соответствовала трёхмерной сфере де Ситтера (расширяющийся однополостный гиперboloид, мысленно вложенный в 5-мерный плоский мир Минковского с сигнатурой $(- + + + +)$ пространства-времени), первоначально сжатой до предельной планковской плотности $\rho_{pl} = 5 \cdot 10^{93}$ грамма в кубическом сантиметре. Радиус кривизны a 3-сферы де Ситтера связан с массой первоначального вакуума Метагалактики формулой $M = 2\pi^2 a^3 \rho_{pl}$, где $a = 0.75 \cdot 10^{-13}$ сантиметра. Распад первичного единого физического взаимодействия на сильное, электрослабое и гравитационное вызвал ослабление гравитации почти на 41 порядок. Радиус кривизны Метагалактики вырос до величины примерно 10^{28} см, а плотность упала, соответственно, на 122 порядка до критического значения примерно $\rho_{cr} = 0.6 \cdot 10^{-29}$ г в кубическом сантиметре.

Заметим, что расширяющаяся Вселенная – не чёрная дыра, но дыра белая, получаемая из чёрной изменением знака времени. При этом мы исходили из решения де Ситтера как для начального состояния, так и для конечного асимптотического состояния Метагалактики, когда вся материя распадётся и образует новый вакуум де Ситтера, в котором тензор энергии-импульса материи сведётся к космологическому члену. При этом энтропия, как известно, равна четверти площади горизонта событий. Поскольку пробные частицы за горизонтом событий удаляются от нас со сверхсветовой скоростью, они не наблюдаемы и становятся в этом смысле виртуальной реальностью: дуги их мировых линий для нашего умозрения пространственноподобны, то есть для некоторого воображаемого наблюдателя становятся вспыхивающим и тут же гаснущим пространственным интервалом.

Сильные взаимодействия работают только на коротких расстояниях, электрические заряды разных знаков в среднем компенсируют друг друга, и слабейшее (уже не векторное, но тензорное) гравитационное взаимодействие определяет динамику Метагалактики на космологических масштабах. Заметим, что уравнениям Максвелла можно придать вид: *кодифференциал дифференциала вектор-потенциала равен автоматически сохраняющемуся электрическому току*, а уравнениям тяготения Эйнштейна с лямбда-членом можно придать аналогичный вид: *кодифференциал дифференциала тетрадного потенциала равен автоматически сохраняющемуся тетрадному току* [3] (здесь кодифференциал – это ковариантная дивергенция формы со знаком минус по её первому координатному индексу, а внешний дифференциал обычным образом действует на форму, то есть на тензор только с нижними антисимметричными координатными индексами; у тетрадного тока один индекс координатный, один – лоренцев, участву-

ющий в лоренцевых вращениях тетрадного поля, определяющего метрику, кривизну в общей теории относительности Эйнштейна (ОТО) с её симметрической связностью [3]. Введением кручения связности ОТО обобщается до теории Эйнштейна–Картана [5] с торсионными полями Картана (1922), которых не было у Эйнштейна (1915).

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] R. F. Polishchuk, In: *Fundamentals of Life* (Eds. G. Palyi, C. Zucchi and L. Caglioti, Elsevier and Accademia Nazionale di Scienze, Lettere ed Arti, Modena, Paris, 2002), p. 141-151.
- [2] M. Chernavskaya, D. S. Chernavsky and R. F. Polishchuk, *Origin of the Biological Chirality*. In: *Progress in Biological Chirality* (Eds. G. Palyi, C. Zucchi and L. Caglioti, Elsevier, Oxford, UK, 2004), p. 257–259.
- [3] R. F. Polishchuk, *Gravitation and Cosmology* **2**(3), 123 (1997).
- [4] David Hilbert, *Natureerkennen und Logik* (Naturwissenschaften, Berlin, 1930), p. 959-963. Перевод: Давид Гильберт. Познание природы и логика. Избранные труды. Т. 1 (М., изд-во “Факториал”, 1998), с. 457-465.
- [5] Р. Ф. Полищук, “Тетрадные токи торсионных полей Картана”. В: *Восьмая международная научная школа “Наука и инновации – 2013”*, Йошкар-Ола (Йошкар-Ола, ПГТУ, 2013), с. 93-108.

Поступила в редакцию 21 сентября 2016 г.