

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПЛОСКОВОЛНОВОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ В РЕНТГЕНОВСКОМ ТАЛЬБОТ-ИНТЕРФЕРОМЕТРЕ

А. С. Гоголев<sup>1</sup>, М. А. Казарян<sup>2</sup>, А. В. Обходский<sup>1</sup>, А. С. Попов<sup>1</sup>,  
Р. О. Резаев<sup>1,3</sup>, Е. И. Смирнова<sup>1</sup>

*Работа посвящена анализу применимости плосковолнового приближения для падающего на объект рентгеновского излучения. На основе простых расчетов показано, что на расстояниях порядка 1 м фокусное пятно рентгеновской трубки размером  $0.4 \times 0.8$  мм можно рассматривать как точечный источник, однако плосковолновое приближение для такого рентгеновского излучения с энергией  $E = 22$  КэВ справедливо для расстояний источника излучения от объекта много больше 10 м.*

**Ключевые слова:** плосковолновое приближение, рентгеновское излучение, рентгеновская трубка, тальбот-интерферометр, сферический фронт волны.

*Введение.* Одним из перспективных методов получения информации о внутренней структуре объектов (таких как, например, биологические ткани), слабо поглощающих рентгеновское излучение, является их исследование на основе тальбот-интерферометрии [1–5]. Эффективное использование информации о фазе рентгеновской волны, прошедшей через объект, было доказано рядом экспериментальных работ по получению фазоконтрастных изображений [6–9]. Теоретическая основа для разработки систем томографии на базе массива таких изображений (сечений) известна как с точки зрения восстановления трехмерной структуры объектов (например, преобразование Радона), так и с точки зрения инженерной сборки элементов подобных рентгеновских установок (например, существуют базовые методики для проведения расчетов,

<sup>1</sup> Национальный исследовательский Томский политехнический университет, 634034 Россия, Томск, пр-т Ленина, 30.

<sup>2</sup> ФИАН, 119991 Россия, Москва, Ленинский пр-т, 53; e-mail: kazar@sci.lebedev.ru.

<sup>3</sup> НИЯУ МИФИ, 115409 Россия, Москва, Каширское ш., 31.

связанных с выбором эффективных детекторов, источников излучения и т.д.). Однако проектирование рентгеновской установки, где источником информации является фаза волны, сопряжено с решением большого числа оптимизационных задач. Кажущиеся “небольшими” отклонения или погрешности в системах, формирующих сканирующее излучение (например, дифракционные решетки) могут вызвать значительные искажения фазы волны.

В большинстве работ, посвященных исследованиям рентгеновских систем на основе тальбот-интерферометрии, используется модель плосковолнового приближения. В этой модели падающее на объект излучение описывается плоской волной с постоянной амплитудой [9]. В случае электромагнитных волн оптического диапазона сформировать плоскую волну можно, например, поместив точечный источник излучения в фокус двояковыпуклой линзы. В то же время, для получения плоской волны в диапазоне рентгеновских длин волн необходимо привлекать более сложные методы, чем в оптическом диапазоне (не существует такого элемента рентгеновской оптики, как двояковыпуклая линза в классическом понимании).

*Эксперимент.* В ходе исследований проводился простейший анализ того, насколько применимо плосковолновое приближение в задачах моделирования рентгеновских оптических систем. В первую очередь мы оценим, на каком расстоянии фокусное пятно размером  $0.4 \times 0.8$  мм можно рассматривать как точечный источник (размер пятна рентгеновской трубки, используемой в нашей экспериментальной работе). Во-вторых, мы проведем оценку расстояния, на котором можно использовать приближение Френеля для такого источника. Пусть  $\vec{E}$  – вектор напряженности электрического поля электромагнитной волны, тогда для его модуля  $E(r, t)$  в произвольный момент времени  $t$  в точке, описываемой радиус-вектором  $\vec{r}$ , в волновой зоне точечного источника, находящегося в начале координат, справедливо соотношение:

$$E(r, t) = \frac{E_0}{r} e^{i(\omega t - kr + \alpha)}, \quad (1)$$

где  $\omega, k$  – частота и волновой вектор волны,  $\alpha$  – начальная фаза. Выражение для интенсивности в этом случае не будет зависеть от времени и его можно записать в виде:

$$I_{\text{point}}(r) = a \frac{E_0^2}{r^2}, \quad (2)$$

где  $a$  – коэффициент пропорциональности, который без потери общности можно положить равным 1.

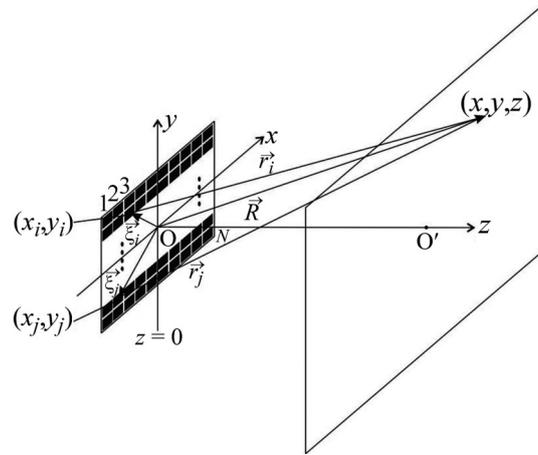


Рис. 1: Распределенный источник излучения.

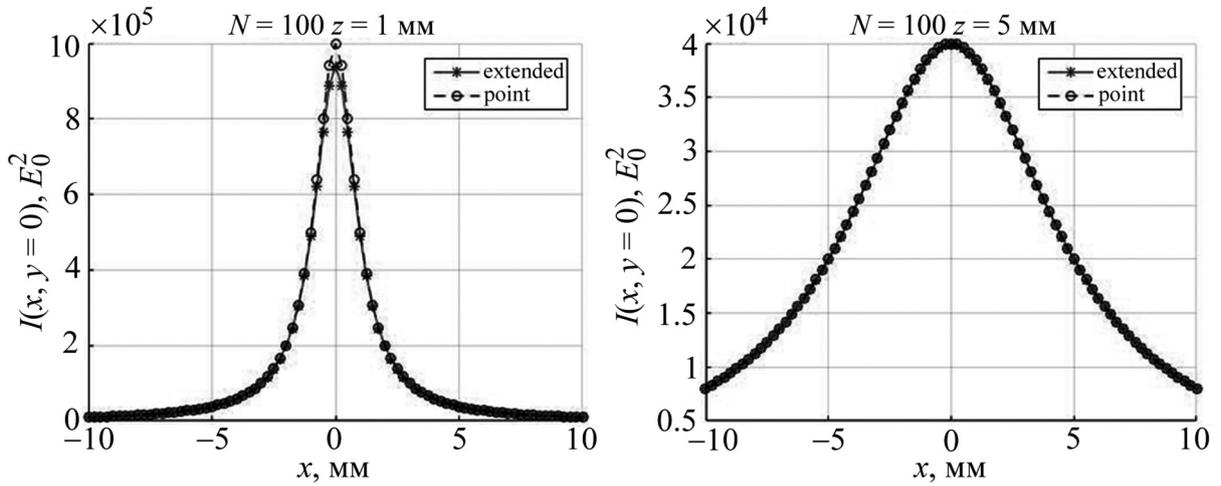


Рис. 2: Распределение интенсивности излучения на экране на расстоянии от источника излучения 1 мм (слева) и 5 мм (справа).

Представим планарный распределенный источник излучения как набор из  $N$  некогерентных точечных источников (см. рис. 1), каждый из которых дает интенсивность излучения в  $N$  раз меньше  $I_{\text{point}}$ , определяемой выражением (2).

Поскольку источники некогерентные, результирующая интенсивность излучения в произвольной (в волновой зоне) точке  $r$  будет простой суперпозицией интенсивности от каждого точечного источника:

$$I_{\text{ext}}(r) = \frac{E_0^2}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{r^2}. \quad (3)$$

*Результаты.* Для получения сравнительной оценки приближения распределенного источника точечным будем измерять интенсивность в единицах  $E_0^2$ . Сравнительный анализ интенсивности излучения на экране, расположенном на расстоянии  $z$  от источника излучения, для точечного и распределенного источника с вышеуказанными размерами ( $N = 100$ ) для  $z = 1$  мм и 5 мм представлены на рис. 2. Можно сделать предварительный вывод, что уже на расстоянии 5 мм распределенный источник с указанными размерами можно рассматривать как точечный. Расчет для  $N = 200$  приводит к аналогичным распределениям.

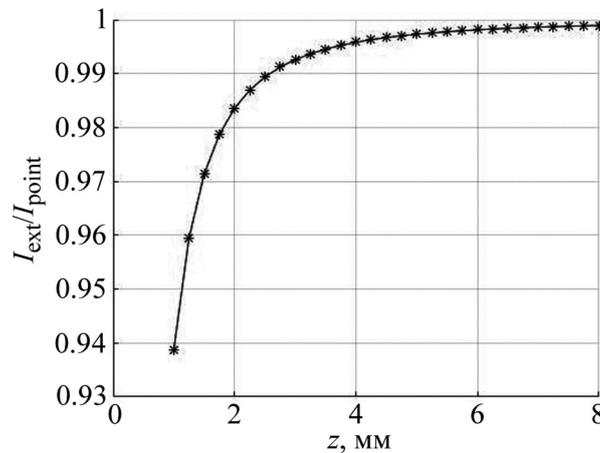


Рис. 3: Зависимость отношения интенсивностей от распределенного  $I_{\text{ext}}$  и точечного  $I_{\text{point}}$  источников в центре экрана от расстояния экрана от источников.

На рис. 3 представлена зависимость отношения  $I_{\text{ext}}/I_{\text{point}}$  в точке  $x = y = 0$  на экране от расстояния  $z$  экрана от источника излучения.

Расчетные данные на рис. 3 показывают, что, начиная с расстояния  $z = 3$  мм, интенсивность от распределенного источника в центре экрана составляет более 0.99 от интенсивности точечного источника. Следовательно, ошибка в определении интенсивности на расстояниях больших, чем 3 мм, будет составлять менее 1%. Основываясь на этой количественной оценке, можно рассматривать данный планарный источник как точечный в смысле интенсивности на характерных расстояниях источника излучения от объекта порядка 1 м [1, 6, 9].

Для ответа на вопрос: можно ли рассматривать на этом расстоянии волну как плоскую, мы воспользуемся критерием для оценки приближения Френеля – расстояние, на котором волновой фронт точечного источника можно аппроксимировать параболической зависимостью [10]. Согласно этому критерию куб расстояния  $z$  должен быть много

больше величины  $a^4/4\lambda$ , где  $a$  – поперечный радиус волнового фронта,  $\lambda$  – длина волны излучения. Для  $a = 5$  см и  $\lambda = 2$  нм (что примерно соответствует энергии излучения 22 КэВ) получим, что  $z$  должно быть много больше 9.2 м. Очевидно, что на расстоянии 1 м нельзя волновой фронт рассматривать в плосковолновом приближении (нельзя рассматривать даже в параболическом приближении), поэтому в математическом моделировании режимов работы рентгеновских систем на основе тальбот-интерферометрии с использованием рентгеновских трубок необходимо учитывать сферический фронт волны, падающей на объект.

*Заключение.* В работе представлены результаты исследования плосковолнового приближения для размеров фокусного пятна  $0.4 \times 0.8$  мм, находящегося на расстоянии 1 м от объекта. Источник излучения на таком расстоянии можно рассматривать как точечный в смысле интенсивности. Простейший расчет показывает необходимость учета при моделировании сферического характера фронта волны, падающей на объект.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации. Соглашение о предоставлении субсидии RFMEFI57816X0198.

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] К. Н. Scherer, *Grating-Based X-ray phase-contrast mammography*, Ph. D. Thesis (Germany, Technical University of Munich, 2016) (Springer Theses, Recognizing Outstanding Ph. D. Research, 2016).
- [2] A. Momose, S. Kawamoto, I. Koyama, et al., *Jpn. J. Appl. Phys.* **42**, L866 (2003).
- [3] F. Pfeiffer, T. Weitkamp, O. Bunk, and C. David, *Nat. Phys.* **2**, 258 (2006).
- [4] W. Cong, Y. Xi, and G. Wang, *Med. Phys.* **42**, 6514 (2015).
- [5] S. Bachche, M. Nonoguchi, K. Kato, et al., *Scientific Reports* **7**, 6711 (2017).
- [6] L. Birnbacher and M. Willner, *Scientific Reports* **6**, 24022 (2016).
- [7] F. Pfeiffer, *Nat. Mat.* **7**, 134 (2008).
- [8] A. Momose, *Phil. Trans. R. Soc.* **372**, 20130023 (2014).
- [9] J. Rieger, P. Meyer, F. Horn, et al., *Journal of Instrumentation* **12**, P04018 (2017).
- [10] М. Борн, Э. Вольф, *Основы оптики* (М., Наука, 1973).

Поступила в редакцию 10 ноября 2017 г.