УДК 538.945

О ВЛИЯНИИ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ В ТЕОРИИ ГИНЗБУРГА–ЛАНДАУ НА РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА КРИТИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ СЛОИСТЫХ СТРУКТУР

С. Ю. Гаврилкин, А. Н. Лыков, А. Ю. Цветков, П. И. Безотосный

В работе изучено влияние граничных условий в теории Гинзбурга–Ландау на критическое состояние сверхпроводящих слоистых структур. Метод основан на численном решении системы нелинейных уравнений Гинзбурга–Ландау, описывающих поведение сверхпроводящей пластины, несущей транспортный ток в магнитном поле, при условии отсутствия в ней вихрей. Использование общего граничного условия к системе уравнений Гинзбурга–Ландау приводит к изменению параметра порядка по толщине тонких сверхпроводящих пластин. Полученные в результате расчетов зависимости критического тока пластин как функции напряженности приложенного параллельно слоям магнитного поля используются для определения критического тока многослойных структур. Предполагается, что взаимное влияние сверхпроводящих слоев осуществляется только через создаваемое ими магнитное поле.

Ключевые слова: сверхпроводящая плёнка, слоистая структура, критический ток, граничные условия, теория Гинзбурга–Ландау.

Введение. Большинство исследований критических состояний сверхпроводников основано на теории взаимодействия вихревых и кристаллических дефектов [1, 2]. Эта задача осложняется из-за разнообразия свойств вихревой решетки сверхпроводника как упругой среды, описываемой нелинейной электродинамикой. По этой причине обычно делаются упрощающие предположения, например, лондоновское приближение для вихревой системы или вводится модельное распределение магнитного поля в сверхпроводниках, что часто приводит к плохому согласию между теоретическими расчетами

ФИАН, 119991 Россия, Москва, Ленинский пр-т, 53; e-mail: lykov@lebedev.ru.

и результатами эксперимента [2, 3]. Даже в простейшем случае упорядоченных дефектов в многослойных сверхпроводниках, помещенных в параллельное магнитное поле, расчет критической плотности тока является сложной задачей [4, 5].

В работах [6, 7] был предложен новый метод изучения критического состояния слоистых сверхпроводников, основанный на точном решении уравнений Гинзбурга–Ландау (ГЛ) для тонких пленок. Предполагалось, что все сверхпроводящие слои, формирующие многослойную структуру, находятся в безвихревом мейснеровском состоянии, а их взаимное влияние осуществляется только через магнитное поле. Этот подход позволяет строго описать свойства данных сверхпроводниковых структур и рассчитать их критическое состояние. При решении уравнений ГЛ использовалось обычное граничное условие:

$$\left.\frac{d\psi}{dx}\right|_{x=0,D} = 0. \tag{1}$$

Здесь ось x направлена поперек пластины толщиной D, причем начало координат выбрано на одной из границ пластины, а ψ – модуль параметра порядка. Использование такого граничного условия приводит, в частности, к росту параллельного критического поля с уменьшением толщины пластины:

$$H_c = \frac{\sqrt{3}\phi_0}{\pi D \xi(T)}, \tag{2}$$

где ϕ_0 – квант магнитного потока, а $\xi(T)$ – зависящая от температуры (T) длина когерентности. При этом плотность критического тока не изменяется с уменьшением толщины.

Очевидно, выбор граничных условий важен при решении уравнений ГЛ. Граничное условие общего вида на параметр порядка, справедливое в случае высокотемпературных сверхпроводников, было получено в работе [8], исходя из принципа минимума свободной энергии, и оно имеет вид:

$$\left.\frac{d\psi}{dx}\right|_{x=0,D} = \pm\frac{1}{\Lambda}\psi, \tag{3}$$

где Λ – феноменологический коэффициент размерности длины, иногда называемый длиной экстраполяции. Коэффициент Λ определяется свойствами материала, с которым граничит сверхпроводник. Для ВТСП Λ принимает конечные значения, и при расчетах для таких сверхпроводников необходимо использовать граничные условия общего вида (3). Такое же граничное условие используется также для слоев из обычных низкотемпературных сверхпроводников, граничащих с нормальным металлом.

В работах [9–11] численными методами было изучено влияние граничных условий на решения уравнений ГЛ для сверхпроводящих пластин в безвихревом пределе. На основании самосогласованного решения системы уравнений ГЛ были найдены зависимости критического тока I_c и критического магнитного поля H_c от толщины пластины. При решении уравнений с граничными условиями общего вида (3) обнаружено уменьшение критических параметров: критической температуры, критического магнитного поля и плотности критического тока по сравнению со значениями этих величин, получаемыми при решении уравнений с обычными граничными условиями (1). Это обуславливает актуальность проведенного в данной работе изучения влияния граничных условий в теории ГЛ на результаты расчетов критического состояния сверхпроводящих слоистых структур.

Формулировка задачи. Схема расчетов была близка к схеме, использовавшейся в работах [6, 7]. Использовалось только новое граничное условие для параметра порядка. Также, как в работах [6, 7], рассматривается набор длинных и широких сверхпроводящих пластин толщины D в магнитном поле H, параллельном поверхности пластин, в которых течет транспортный ток перпендикулярно внешнему полю. В качестве транспортного тока I_t используется произведение его плотности на толщину пластины, то есть ток, приходящийся на единицу ширины пластины. Задача нахождения критического тока такой структуры разбивалась на две части. В первой части работы на основе самосогласованного решения системы уравнений ГЛ находилась зависимость критического тока I_c от величины внешнего магнитного поля H для отдельной пластины. При этом полагалось, что сверхпроводящие пластины находятся в безвихревом состоянии. Затем находился критический ток слоистой структуры путем подбора оптимального распределения транспортного тока по составляющим ее пластинам.

Для записи уравнений ГЛ в данном случае удобно использовать декартову систему координат (x, y, z) с осями y и z, направленными параллельно плоскости поверхности пластин, причем ось z направлена параллельно внешнему магнитному полю, а транспортный ток течет вдоль оси y. Используя обычный метод выбора калибровки вектора потенциала $\mathbf{A}$, можно записать уравнения ГЛ в следующем виде:

$$\frac{d^2U}{dx_\lambda^2} - \psi^2 U = 0, \tag{4}$$

$$\frac{d^2\psi}{dx_\lambda^2} + \kappa^2(\psi - \psi^3) - U^2\psi = 0. \tag{5}$$

При этом векторный потенциал имеет лишь y-компоненту, $\mathbf{A} = \mathbf{e}_y A(x)$, где $\mathbf{A}$ – векторный потенциал магнитного поля ($\mathbf{B} = \mathrm{rot}\,\mathbf{A}$), $\mathbf{j}_s$ – плотность тока в сверхпроводнике. Параметр порядка в общем случае записывается в виде $\Psi = \psi e^{i\Theta}$, где Θ – фаза параметра порядка. Вместо размерных значений потенциала A, индукции поля B и плотности тока в сверхпроводнике – j_s здесь введены безразмерные величины $U(x_\lambda)$, $b(x_\lambda)$ и $j(x_\lambda)$:

$$A = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda}U,\ B = \frac{\Phi_0}{2\pi\Lambda^2}b,\ b = \frac{dU}{dx_\lambda},\ j(x_\lambda) = j_s\left(\frac{c\phi_0}{8\pi^2\lambda^3}\right)^{-1} = -\psi^2 U,\ x_\lambda = \frac{x}{\lambda}, \tag{6}$$

где λ – глубина проникновения магнитного поля, c – скорость света в вакууме. Поскольку транспортный ток в пластине I_t создает магнитное поле:

$$H_I = \frac{2\pi}{c}I_t, \tag{7}$$

полное поле вблизи поверхностей пластины равно $H \pm H_I$, и граничные условия к уравнению (4) будут иметь следующий вид:

$$b|_{x_\lambda=0} = h - h_I,\ b|_{x_\lambda=d} = h + h_I, \tag{8}$$

где $h = H/H_\lambda$, $h_I = H_I/H_\lambda$, $d = D/\lambda$, $H_\lambda = \dfrac{\phi_0}{2\pi\lambda^2}$. Что касается параметра порядка, то на поверхностях пластины мы будем использовать граничные условия общего вида (3). Далее применялась итерационная процедура нахождения самосогласованных решений системы уравнений (4), (5).

Во второй части работы определялся критический ток слоистой структуры. При этом предполагалось, что джозефсоновским взаимодействием между слоями можно пренебречь. Это обусловлено тем, что плотность джозефсоновского тока меньше плотности тока распаривания, поэтому она мало влияет на амплитуду параметра порядка в слоях и на распределение транспортного тока по ним. Чтобы учесть электрическое взаимодействие между сверхпроводящими слоями, мы полагали, что все они соединены сверхпроводящими перемычками при $y = \pm\infty$. При этом мы искали такое распределение транспортного тока по слоям, при котором все слои переходят в нормальное состояние одновременно. Если h_i – магнитное поле, в котором находится i-слой, то в критическом состоянии через него пропускается ток на единицу ширины пленки, равный критическому току пластины $I_c(h_i)$, который определялся на основе численного решения уравнений Гинзбурга–Ландау в первой части нашей задачи. Тогда во всех слоях структуры устанавливается критическая плотность тока. Ток, проходящий через i-пластину, создает магнитное поле, определяемое соотношением (7). Согласно принципу суперпозиции полей мы должны просуммировать вклады каждого слоя для нахождения магнитного поля, в котором находится произвольный i-ый сверхпроводящий слой:

$$h_i = h + \sum_{j=1}^{i-1} h_{tj} - \sum_{j=i+1}^{N} h_{tj}, \tag{9}$$

где h_{tj} – безразмерное магнитное поле, создаваемое транспортным током, протекающим через j-слой. Распределения критического тока и магнитного поля по слоям, при котором все слои переходят в нормальное состояние одновременно, находились методом последовательных приближений [6, 7].

Расчет критического состояния сверхпроводящих слоистых структур. Одним из важнейших параметров, определяющих область применимости сверхпроводящих устройств, является верхнее критическое магнитное поле. В случае обычного граничного условия (1) зависимости $I_c(h)$ для многослойных структур были рассчитаны в работах [6, 7]. Было обнаружено, что такое граничное условие приводит к росту верхнего критического магнитного поля с уменьшением толщины слоев в соответствии с соотношением (2). На рис. 1(а) показан пример полученной вышеописанным методом зависимости усредненного критического тока от магнитного поля:

$$\langle I_c \rangle = \frac{1}{N} \sum_{I=1}^{N} I_{ci},$$

где N – количество слоев в слоистой структуре. Значения $\langle I_c \rangle$ приведены в безразмерных единицах. В данном случае параметр Гинзбурга–Ландау равнялся 10 и толщина отдельных сверхпроводящих слоев $D = 2\xi$. В случае малого количества слоев величина плотности критического тока близка к току распаривания Гинзбурга–Ландау в отсутствие внешнего магнитного поля. Цифрами около кривых указано количество слоев в слоистой структуре. С увеличением количества слоев увеличивается магнитное поле, которое они создают, и их роль, естественно, увеличивается. Это проявляется в уменьшении плотности критического тока. Причем с увеличением магнитного поля это влияние уменьшается, и усредненный критический ток приближается к $I_c(h)$ одного слоя.

В работах [9–11] было показано, что применение общего граничного условия (3) при решении уравнений ГЛ приводит к уменьшению верхнего критического магнитного поля тонких сверхпроводящих пластин по сравнению с величиной, следующей из соотношении (2). Это сказывается на виде зависимости $\langle I_c \rangle(h)$ для многослойных структур. На рис. 1(б) показан пример полученной вышеописанным методом зависимости усредненного критического тока от магнитного поля. В данном случае параметр Гинзбурга–Ландау и толщина отдельных сверхпроводящих слоев были такими же, как

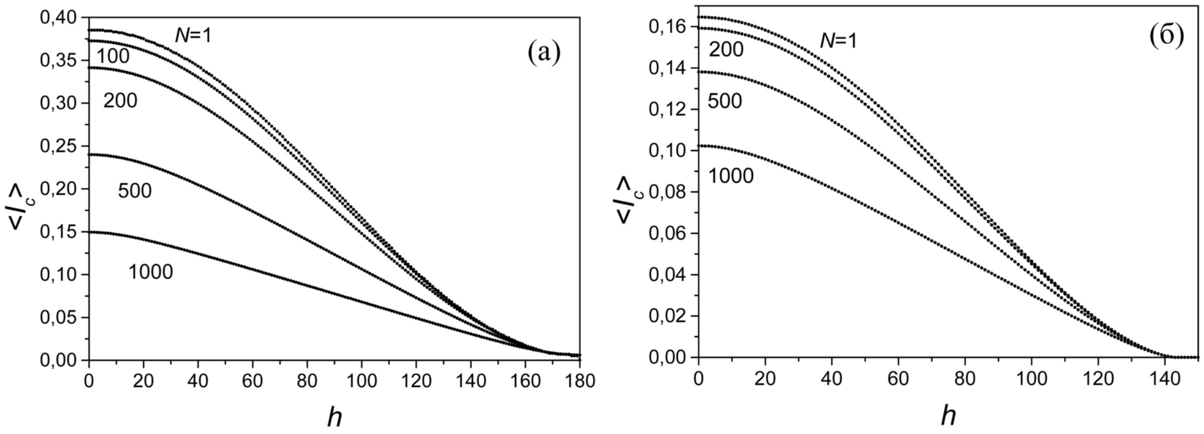

Рис. 1: *(а) Зависимости плотности критического тока от внешнего магнитного поля $\langle I_c \rangle(h)$ для слоистых структур с разным количеством слоев (N) (их количество указано около соответствующих кривых). В данном случае предполагалось, что все слои одинаковые, имеют толщину $D = 2\xi$, $\kappa = 10$ и $\Lambda^{-1} = 0$. (б) Зависимости $\langle I_c \rangle(h)$ для слоистых структур с разным количеством слоев с параметрами: $D = 2\xi, \kappa = 10$ и $\Lambda = 2\xi$.*

и в предыдущем случае, результаты которого показаны на рис. 1(а), а $\Lambda = 3\xi$. Как видно, новое граничное условие приводит к существенному уменьшению верхнего критического поля и критического тока как отдельных слоев, так и всей многослойной структуры.

Введем в нашем случае аналог объемной силы пиннинга: $P_\nu(h) = \langle I_c \rangle(h)$. Следует напомнить, что мы изначально рассматриваем безвихревое состояние отдельных слоев, и единственной неоднородностью является их граница. Для слоистых сверхпроводников с сильной модуляцией параметра порядка такое приближение близко к реальной ситуации, так как взаимодействие вихрей с границей формирует наиболее сильные центры пиннинга. На рис. 2((а), (б)) показаны примеры зависимости объемной силы пиннинга, полученной таким методом, от магнитного поля. Рис. 2(а) соответствует обычному граничному условию $\Lambda^{-1} = 0$, а в случае рис. 2(б) $\Lambda = 2\xi$. Как видно из сравнения двух рисунков, новые граничные условия приводят к существенному уменьшению и силы пиннинга.

Проведенные нами расчеты показывают, что вид зависимостей $\langle I_c \rangle(h)$ и $P_\nu(h)$ для многослойных структур во многом определяется параметром экстраполяции Λ. В работе [8] показано, что его величина определяется свойствами материала, с которыми

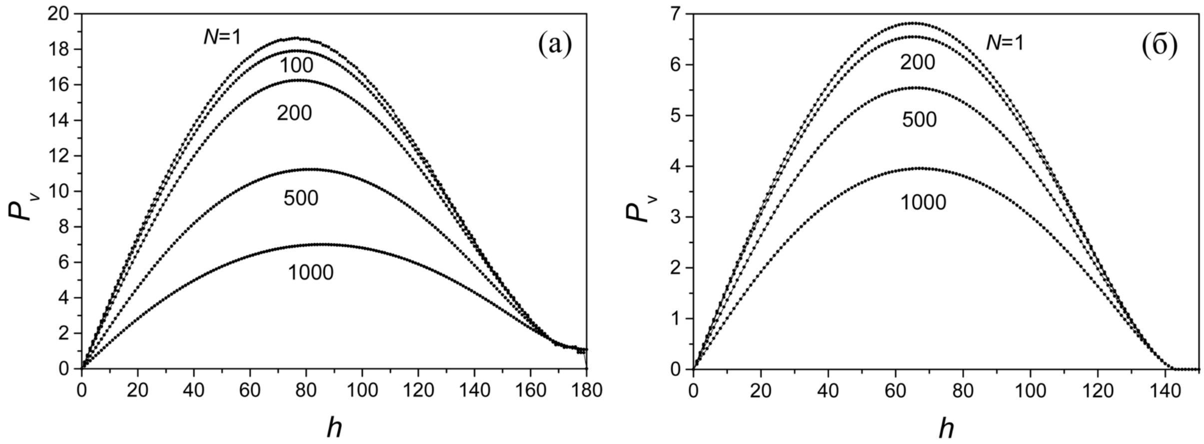

Рис. 2: *(а) Зависимости объемной силы пиннинга от внешнего магнитного поля* $P_\nu(h)$ *для слоистых структур с разным количеством слоев с параметрами:* $D = 2\xi, \kappa = 10$ *и* $\Lambda^{-1} = 0$. *(б) Зависимости* $P_\nu(h)$ *слоистых структур с разным количеством слоев с параметрами:* $D = 2\xi, \kappa = 10$ *и* $\Lambda = 2\xi$.

сверхпроводящие слои соприкасаются, и найдено следующее выражение для определения Λ:

$$\Lambda = \frac{\xi^2(0)T_{cm}}{l(T_{cm} - T_{cs})}, \tag{10}$$

где l – параметр решетки сверхпроводника, а T_{cm} и T_{cs} – критическая температура массивного сверхпроводника и приповерхностных слоев. Это соотношение показывает, что с уменьшением T_{cs} Λ также уменьшается, что приводит к более заметному подавлению параметра порядка в сверхпроводящих слоях.

Заключение. В данной работе разработан метод расчета критического состояния ВТСП и S-N-S структур с сильным подавлением параметра порядка в прослойках из нормального металла в параллельном слоям магнитном поле. Метод основан на численном решении одномерных уравнений ГЛ с граничными условиями общего вида для сверхпроводящих пластин в параллельном магнитном поле. В купратных сверхпроводниках и в S-N-S структурах на основе обычных сверхпроводников длина экстраполяции существенно меньше, чем в слоистых структурах S-I-S типа. В наших расчетах полагается, что сверхпроводящий ток в прослойках из нормального металла существенно меньше, чем в сверхпроводящих слоях, и им можно пренебречь. Нами получена зависимость критического тока от магнитного поля, а также распределение тока и магнитного поля по слоям. Задача решалась в предположении об отсутствии вихрей в слоях, взаимное влияние которых осуществляется через магнитное поле. Полученную нами зависимость $\langle I_c \rangle(h)$ можно рассматривать как верхнюю границу критического тока слоистых структур в параллельном магнитном поле. Разработанный в работе метод может быть полезен при анализе свойств композитных сверхпроводников, которые наиболее интересны для практического применения.

ЛИТЕРАТУРА

[1] А. Кемпбелл, Дж. Иветс, *Критические токи в сверхпроводниках* (М., Мир, 1975).

[2] G. Blatter, M. V. Feigel'man, V. B. Geshkenbein, et al., Rev. Mod. Phys. **66**, 1125 (1994).

[3] S. Takacs, Phys. Stat. Sol. (a) **74**, 437 (1982).

[4] S. Ami and K. Maki, Prog. Theor. Phys. **53**, 1 (1975).

[5] M. Kulic and L. Dobrosavljevic, Phys. Stat. Sol. (b) **75**, 677 (1976).

[6] А. Н. Лыков, А. Ю. Цветков, Г. Ф. Жарков, ЖЭТФ **128**, 392 (2005).

[7] A. N. Lykov and A. Yu. Tsvetkov, Phys. Rev. B **76**, 144517 (2007).

[8] Е. А. Андрюшин, В. Л. Гинзбург, А. П. Силин, УФН **163**, 105 (1993).

[9] П. И. Безотосный, С. Ю. Гаврилкин, А. Н. Лыков, А. Ю. Цветков, Краткие сообщения по физике ФИАН **41**(6), 3 (2014).

[10] П. И. Безотосный, С. Ю. Гаврилкин, А. Н. Лыков, А. Ю. Цветков, Краткие сообщения по физике ФИАН **41**(12), 26 (2014).

[11] П. И. Безотосный, С. Ю. Гаврилкин, А. Н. Лыков, А. Ю. Цветков, ФТТ **57**, 1277 (2015).

Поступила в редакцию 19 декабря 2017 г.