

УДК 539.184

ВКЛАД КВАДРУПОЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В СВЕРХТОНКУЮ СТРУКТУРУ P-СОСТОЯНИЙ В ИОНАХ МЮОННОГО ЛИТИЯ, БЕРИЛЛИЯ И БОРА

А. А. Крутов, А. П. Мартыненко, Ф. А. Мартыненко, О. С. Сухорукова

Выполнен расчет вклада квадрупольного взаимодействия в сверхтонкую структуру спектра энергии мюонных ионов лития, бериллия и бора в рамках квазипотенциального метода в квантовой электродинамике. Полученные численные результаты улучшают предыдущие расчеты за счет учета новых поправок. Они могут быть использованы для сравнения с будущими экспериментальными данными.

Ключевые слова: сверхтонкая структура спектра, квадрупольное взаимодействие, мюонные ионы.

Начиная с 2010 года коллаборация CREMA (Charge Radius Experiments with Muonic Atoms) [1] осуществила ряд экспериментов с мюонными атомами. Была измерена частота перехода $2P_{3/2}^{F=2} - 2S_{1/2}^{F=1}$ в мюонном водороде и получено более точное значение зарядового радиуса протона $r_p = 0.84184(67)$ фм, которое меньше значения, рекомендованного CODATA, на 7σ . Значение CODATA [2] основано на спектроскопии атома электронного водорода и экспериментах по электрон-нуклонному рассеянию. Измерение частоты перехода $2P_{3/2}^{F=1} - 2S_{1/2}^{F=0}$ для синглетного $2S$ -состояния (μp) [3] позволило получить сверхтонкое расщепление $2S$ -уровня энергии в мюонном водороде, а также значения радиуса Земаха $r_Z = 1.082(37)$ фм и магнитного радиуса $r_M = 0.87(6)$ фм. Выполненное впервые в 2016 г. измерение методами лазерной спектроскопии трех частот перехода между уровнями энергии $2P$ и $2S$ для мюонного дейтерия ($2S_{1/2}^{F=3/2} - 2P_{3/2}^{F=5/2}$), ($2S_{1/2}^{F=1/2} - 2P_{3/2}^{F=3/2}$), ($2S_{1/2}^{F=1/2} - 2P_{3/2}^{F=1/2}$) позволило получить в 2.7 раза более точное значение зарядового радиуса дейтрона, которое также меньше значения, рекомендованного CODATA, на 7.5σ [4]. В результате возникла ситуация, когда имеется расхождение между значениями такого фундаментального параметра ядер, как его зарядовый радиус,

Самарский университет, 443086 Россия, Самара, Московское шоссе, 34; e-mail: f.a.martynenko@gmail.com, olgasukhorukova95@mail.ru.

полученными из электронных и мюонных атомов. Необходимо отметить, что недавнее исследование [5] перехода ($2S - 4P$) в атоме электронного водорода дало новое значение зарядового радиуса протона $r_p = 0.8327(87)$ фм, которое вполне согласуется с данными CREMA. Предварительные результаты для ионов мюонного гелия показывают, что столь значительное расхождение в зарядовых радиусах с данными CODATA не наблюдается. Новые планы коллаборации CREMA связаны с другими легкими мюонными ионами. В данной работе мы продолжаем исследования [6, 7] спектров энергии ионов мюонного лития, бериллия и бора, относящиеся к сверхтонкой структуре (СТС). Для расчета различных вкладов в спектр энергии мюонных атомов мы используем квази-потенциальный метод в квантовой электродинамике [8–11].

Для сравнения теоретических расчетов частот перехода между уровнями энергии $2S$ и $2P$ с экспериментальными данными важное значение для ядер лития, бериллия и бора имеет поправка, обусловленная квадрупольным взаимодействием. Для ее расчета в координатном представлении рассмотрим оператор взаимодействия мюона и ядра, считая, что заряд ядра распределен с плотностью $\rho(\mathbf{r}')$:

$$\begin{aligned} V_{\mu N} &= - \int \frac{e\rho(\mathbf{r}')d\mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} = - \int e\rho(\mathbf{r}')d\mathbf{r}' \sum_{k=0}^{\infty} \frac{r'^k}{r^{k+1}} P_k(\cos \tilde{\theta}) = \\ &= - \int e\rho(\mathbf{r}')d\mathbf{r}' \sum_{k=0}^{\infty} \frac{r'^k}{r^{k+1}} \sum_{m=-k}^k C_{km}^*(\theta, \varphi) C_{km}(\theta', \varphi'), \\ C_{km}(\theta, \varphi) &= \sqrt{\frac{4\pi}{2k+1}} Y_{km}(\theta, \varphi), \end{aligned} \quad (1)$$

где $\tilde{\theta}$ – угол между \mathbf{r} и \mathbf{r}' . Вместо комплексных сферических гармоник $C_{km}(\theta, \phi)$ вводят вещественные сферические гармоники ($Y_{kmp}(\theta, \phi) = \sqrt{(2k+1)/4\pi} C_{kmp}(\theta, \phi)$):

$$\begin{aligned} C_{km+}(\theta, \phi) &= \sqrt{\frac{2(k-m)!}{(k+m)!}} P_k^m(\cos \theta) \cos m\phi, \\ C_{km-}(\theta, \phi) &= \sqrt{\frac{2(k-m)!}{(k+m)!}} P_k^m(\cos \theta) \sin m\phi. \end{aligned} \quad (2)$$

Тогда потенциальную энергию взаимодействия мюона и ядра можно представить в виде:

$$V_{\mu N} = - \int e\rho(\mathbf{r}')d\mathbf{r}' \sum_{k=0}^{\infty} \frac{r'^k}{r^{k+1}} \sum_{m=0, p=\pm 1}^k C_{kmp}(\theta, \varphi) C_{kmp}(\theta', \varphi') =$$

$$= -e \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{r^{k+1}} \sum_{m=0, p=\pm 1}^k Q_{kmp} C_{kmp}(\theta, \varphi), \quad Q_{kmp} = \int r'^k \rho(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' C_{kmp}(\theta', \varphi'). \quad (3)$$

Если имеются только положительные заряды, то соответствующим выбором системы координат можно сделать дипольный момент равным нулю. Следующими в мультипольном разложении являются компоненты Q_{20+} , Q_{20-} , Q_{21+} , Q_{21-} , Q_{22+} , Q_{22-} . Считая, что ядро обладает вращательной симметрией, ядерный квадрупольный тензор имеет только одну ненулевую компоненту Q_{20+} , а квадрупольный момент ядра определяется по формуле:

$$Q = \int (3z'^2 - r'^2) \rho(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' = 2Q_{20+}. \quad (4)$$

Энергетический сдвиг, обусловленный квадрупольным взаимодействием, в первом порядке теории возмущений выражается в терминах матричного элемента от скалярного произведения неприводимых тензорных операторов второго ранга [12]:

$$\Delta E_Q = -Ze^2 \langle U_2 \cdot Q_2 \rangle, \quad (5)$$

где угловые скобки обозначают умножение на плотности вероятности $\rho_N(\mathbf{r}')/Ze$ и $|\psi_\mu(\mathbf{r}')|^2$ и интегрирование по координатам мюона и ядра \mathbf{r} , \mathbf{r}' . При этом ядерный квадрупольный тензор и тензор мюонного облака равны соответственно:

$$Q_{20} = r'^2 C_{20}(\cos \theta') = \frac{3z'^2 - r'^2}{2}, \quad U_{20} = \frac{1}{r^3} C_{20}(\theta) = -\frac{3z^2 - r^2}{2r^5}. \quad (6)$$

По теореме Вигнера–Эккарта их матричные элементы могут быть представлены в терминах приведенных матричных элементов:

$$\langle IM | Q_{20} | IM \rangle = \frac{3M^2 - I(I+1)}{\sqrt{(2I+3)(I+1)I(2I-1)}} \langle I || Q_2 || I \rangle, \quad (7)$$

$$\langle JM_J | U_{20} | JM_J \rangle = \frac{2[3M_J^2 - J(J+1)]}{\sqrt{(2J+3)(2J+2)2J(2J-1)}} \langle J || U_2 || J \rangle, \quad (8)$$

где I – спин ядра, J – полный момент мюона. Вычисляя (7), (8), получим вклад квадрупольного взаимодействия в сдвиг уровня энергии при $nL = 2P$, $J = 3/2$ в виде:

$$\Delta E_Q = \frac{\mu^3 Z^3 \alpha^4 Q}{240} (\delta_{F3} - 3\delta_{F2} + \delta_{F1} + 5\delta_{F0}), \quad (9)$$

где F – полный момент мюонного иона, μ – приведенная масса. Численные значения коэффициента $\frac{\mu^3 Z^3 \alpha^4 Q}{240}$ в (9) для ионов мюонного лития, бериллия и бора равны: 37.392 мэВ (${}^7\text{Li}$), 116.715 мэВ (${}^9\text{Be}$), 176.579 мэВ (${}^{11}\text{B}$).

Т а б л и ц а 1

Численные значения поправок квадрупольного взаимодействия
в сверхтонком расщеплении ($2P_{3/2}^{F=0} - 2P_{3/2}^{F=2}$).

Значения μ_I (магнитный момент ядра в ядерных магнетонах), Q взяты из [13]

Ядро	Спин I	μ_I	Q (10^{-28} м ²)	ΔE_Q , мэВ	ΔE_{vp}^Q , мэВ
${}^7_3\text{Li}$	3/2	3.256427(2)	-0.0406(8)	-299.136	-1.531
${}^9_4\text{Be}$	3/2	-1.177432(3)	0.0529(4)	933.724	7.817
${}^{11}_5\text{B}$	3/2	2.6886489(10)	0.0407(3)	1412.630	17.013

В случае мюонных атомов важную роль играют эффекты поляризации вакуума. Хотя они имеют порядок α^5 , но содержат также дополнительный фактор Z^4 , что делает в итоге численное значение такой поправки весьма значительным. Расчет поправки на поляризацию вакуума в квадрупольном взаимодействии, который можно провести также как в работах [8, 11], дает следующий результат:

$$\Delta E_{vp}^Q = (-1)^{(J'+\frac{1}{2}-F-J)} \begin{Bmatrix} J & I & F \\ I & J' & 2 \end{Bmatrix} \frac{QZ\alpha^2}{6\pi} \begin{pmatrix} I & 2 & I \\ -I & 0 & I \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} J' & 2 & J \\ 1/2 & 0 & -1/2 \end{pmatrix} \times \\ \times \sqrt{2J+1}\sqrt{2J'+1} \left\langle \frac{e^{-2m_e\xi r}}{r^3} \left(1 + 2m_e\xi r + \frac{4m_e^2\xi^2 r^2}{3} \right) \right\rangle, \quad (10)$$

где фигурные скобки обозначают $6j$ символ, а круглые – $3j$ символ. Данное выражение может быть использовано для вычисления диагональных и недиагональных по J матричных элементов. В случае $I = 3/2$, $J = J' = 3/2$ получим из (10) после вычисления матричного элемента с волновой функцией $2P$ -уровня:

$$\Delta E_{vp}^Q = \frac{\mu^3\alpha(Z\alpha)^4Q}{180\pi} \int_1^\infty \rho(\xi)d\xi \frac{(5a^2 + 8a + 4)}{(a + 2)^4} [5\delta_{F0} + \delta_{F1} - 3\delta_{F2} + \delta_{F3}], \quad (11)$$

где $a = 4m_e\xi/\mu\alpha$, $\rho(\xi)$ – спектральная плотность. Численные значения вкладов (9), (11), которые включены в табл. 1, имеют важное значение для получения полных значений частот перехода между уровнями $2S$ и $2P$. Они согласуются с предыдущими оценками [14] и улучшают их за счет учета новых поправок и значений фундаментальных физических констант.

В данной работе мы провели расчет поправок квадрупольного взаимодействия в сверхтонкой структуре P -уровней мюонных ионов $(\mu_3^7\text{Li})^{2+}$, $(\mu_4^9\text{Be})^{3+}$, $(\mu_5^{11}\text{B})^{4+}$, имеющих ядра со спином $3/2$, с учетом эффектов поляризации вакуума порядка α^5 . Данные

вычисления имеют важное значение для достижения высокой точности расчетов частот перехода между уровнями $2S$ и $2P$. Полученные численные значения поправок можно использовать для сравнения с будущими экспериментальными данными коллаборации CREMA.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 16-02-00554).

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] R. Pohl, A. Antognini, F. Nez, et al., *Nature* **466**, 213 (2010).
- [2] P. J. Mohr, D. B. Newell, B. N. Taylor, *Rev. Mod. Phys.* **84**, 1527 (2012).
- [3] A. Antognini et al., *Ann. Phys.* **331**, 127 (2013).
- [4] R. Pohl, F. Nez, L. M. P. Fernandes, et al., *Science* **353**, 669 (2016).
- [5] A. Beyer et al., *Science* **358**, 79 (2017).
- [6] A. A. Krutov, A. P. Martynenko, F. A. Martynenko, O. S. Sukhorukova, *Phys. Rev. A* **94**, 062505 (2016).
- [7] A. A. Krutov, A. P. Martynenko, F. A. Martynenko, O. S. Sukhorukova, *Physics of Particles and Nuclei* **48**, 832 (2017).
- [8] R. N. Faustov, A. P. Martynenko, G. A. Martynenko, V. V. Sorokin, *Phys. Rev. A* **92**(5), 052512 (2015).
- [9] E. N. Elekina, A. P. Martynenko, *Phys. Atom. Nucl.* **73**, 1828 (2010).
- [10] А. П. Мартыненко, Ф. А. Мартыненко, Р. Н. Фаустов, *ЖЭТФ* **151**(6), 1052 (2017).
- [11] A. P. Martynenko, V. V. Sorokin, *J. Phys. B* **50**, 045001 (2017).
- [12] G. T. Emery, *Hyperfine structure*, In *Handbook of Atomic, Molecular, and Optic Physics*, Gordon W. F. Drake (Ed.) (NY, Springer, 2006), p. 253.
- [13] N. J. Stone, *Atomic Data and Nuclear Data Tables* **90**, 75 (2005).
- [14] R. Swainson, G. W. F. Drake, *Phys. Rev. A* **34**(1), 620 (1986).

По материалам XV Всероссийского молодежного Самарского конкурса-конференции научных работ по оптике и лазерной физике

Поступила в редакцию 29 января 2018 г.