

УДК 537.563.3

## ИОНИЗАЦИЯ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ НЕЙТРАЛЬНЫМИ АТОМАМИ ПРИ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭНЕРГИЯХ

С. Н. Андреев, И. Л. Бейгман, И. Ю. Толстихина, В. П. Шевелько,  
Г. Баур<sup>1</sup>, Т. Штёлкер<sup>2</sup>

*Рассмотрены процессы ионизации тяжелых ионов, сталкивающихся с атомами и ионами при релятивистских энергиях. Приведены формулы для расчета сечений ионизации в борновском приближении в представлении переданного импульса без учета магнитных взаимодействий, а также в дипольном и импульсном приближениях. С помощью программ LOSS-R [25] и HERION выполнены расчеты сечений ионизации H-подобных многозарядных ионов с зарядом ядра  $Z \approx 80 - 90$  при столкновениях с нейтральными атомами, а также многозарядных ионов урана при столкновении с протонами и атомами углерода. Результаты расчетов сравниваются с имеющимися экспериментальными данными и расчетами других авторов.*

Процессы ионизации положительных ионов тяжелыми частицами (протонами, ионами и нейтральными атомами) играют важную роль при решении многих задач ускорительной техники, тумотерапии и технологии материалов (см., напр., [1-4]).

Несмотря на достигнутый прогресс в исследовании ион-атомных столкновений, процессы ионизации тяжелых многоэлектронных ионов атомами и ионами изучены явно недостаточно, что связано со значительными трудностями как в постановке эксперимента, так и в теоретической интерпретации экспериментальных данных (см., напр.,

<sup>1</sup>Форшунгсцетрум, Юлих, Германия.

<sup>2</sup>ГСИ, Дармштадт, Германия.

[5–13] в области нерелятивистских энергий). Однако для многих приложений, например, для оценки технических требований к характеристикам вакуума и времен жизни ионных пучков в ускорителях, необходима информация о сечениях ионизации многоэлектронных ионов на атомах и молекулах остаточного газа.

Динамика релятивистских атомных столкновений с участием многозарядных ионов рассматривается в книгах [14, 15] и обзорах [16, 17]. Численные расчеты сечений релятивистской ионизации ионов представлены в литературе для ионизации H- и He-подобных ионов из основного  $1s$ -состояния (см., напр., [18–24]). Поскольку волновые функции для таких ионов известны, изучение столкновений с их участием позволяет исследовать такие тонкие эффекты, как влияние магнитных взаимодействий.

В работе [25] приведены выражения для сечений ионизации ионов ядрами и нейтральными атомами в борновском приближении при релятивистских энергиях в представлении переданного импульса без учета магнитных взаимодействий. Приведенные выражения реализованы в программе LOSS-R, также описанной в [25] и созданной на базе программы LOSS [7] для расчета сечений при нерелятивистских столкновениях.

Для приложений представляют также интерес сравнительно простые методы расчета сечений (дипольное, импульсное приближения и другие), позволяющие правильно оценить сечения и выявить их основные закономерности. Целью настоящей работы является исследование дипольного и импульсного приближений для сечений ионизации и сравнение их с экспериментом, программой LOSS-R и другими более сложными методами. Расчеты сечений в дипольном и импульсном приближениях в настоящей работе проводились по новой программе HERION (High-Energy Relativistic IONization), описание которой приводится ниже.

*Программа LOSS-R для релятивистских столкновений.* Для ионов с большими скоростями  $v$  сечения ионизации при столкновении с тяжелыми частицами можно рассматривать в релятивистском борновском приближении. В представлении переданного импульса матричный элемент ионизации определяется выражением [14–17]:

$$M_{fi} = \langle f | (1 - \beta \alpha_z) e^{iqr} | i \rangle, \quad (1)$$

где  $\beta = v/c$  – релятивистский фактор,  $c$  – скорость света,  $\alpha_z$  –  $z$ -компонента вектора  $\alpha$ -матриц Дирака,  $q$  – переданный импульс,  $|i\rangle$  и  $|f\rangle$  – полные волновые функции системы в начальном и конечном состояниях. Первый член в (1) соответствует электрическим взаимодействиям, второй описывает магнитные взаимодействия налетающей частицы с мишенью. Вычисление матричного элемента (1) представляет собой довольно сложную

задачу и было выполнено только для ионизации водородоподобных ионов из основного  $1s$ -состояния.

В работе [25] рассмотрены ион-атомные столкновения при релятивистских скоростях ( $\beta \rightarrow 1$ ), когда, тем не менее, электроны атома мишени и налетающей частицы могут быть описаны нерелятивистскими волновыми функциями. При этом сечение релятивистской ионизации тяжелой атомной частицей в борновском приближении имеет вид:

$$\sigma(v) = 8\pi \left(\frac{v_0}{v}\right)^2 \sum_{nl} \sum_{\lambda} \int_0^{\infty} d\varepsilon \int_{Q_{\min}}^{\infty} \frac{dQ}{Q^3} |F_P(Q, \varepsilon, \lambda)|^2 \cdot |F_T(Q)|^2, \quad (2)$$

$$|F_P(Q, \varepsilon, \lambda)|^2 = |\langle \varepsilon | \exp(i\vec{Q}\vec{r}) | nl \rangle_P|^2, \quad (3)$$

$$|F_T(Q)|^2 = \left[ Z_T - \sum_{j=1}^N \langle j | \exp(i\vec{Q}\vec{r}) | j \rangle \right]^2 + \left[ N - \sum_{j=1}^N |\langle j | \exp(i\vec{Q}\vec{r}) | j \rangle|^2 \right]. \quad (4)$$

Здесь  $v_0 = 2.18 \cdot 10^8$  см/с – атомная единица скорости,  $n$  и  $l$  – главное и орбитальное квантовые числа вылетевшего электрона,  $\varepsilon$  и  $\lambda$  – его энергия и орбитальный момент,  $F_P(Q, \varepsilon, \lambda)$  – форм-фактор налетающего иона и  $Z_T(Q)$  – эффективный заряд, создаваемый зарядом ядра  $Z_n$  и  $N$  электронами мишени (для нейтральных мишеней  $Z_n = N$ , для протонов  $Z_n = 1$ ,  $N = 0$ ). В уравнениях (2)–(4) для ионной скорости  $v$  и минимального переданного момента  $q_{\min}$  необходимо использовать релятивистские выражения:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = 1 + \frac{E}{m_0 c^2}, \quad Q_{\min} = \frac{I_P + \varepsilon}{\gamma v}, \quad (5)$$

где  $E$  – кинетическая энергия налетающей частицы на один нуклон,  $m_0 c^2 = 931.494$  MeV,  $m_0$  – единица атомной массы,  $I_P$  – потенциал ионизации налетающего иона. Выражение для  $Q_{\min}$  в (5) было получено Бете [26] из рассмотрения энергии, переданной атому при столкновении с тяжелой частицей (см. также [14]). Таким образом, приближение Борна для релятивистских энергий отличается от “обычного” нерелятивистского борновского приближения двумя факторами: 1) при  $E \rightarrow \infty$ , в нерелятивистском приближении  $v \rightarrow \infty$ , а в релятивистском приближении  $v \rightarrow c$ , и 2) в релятивистском приближении минимальный переданный момент  $Q_{\min}$  зависит от фактора  $\gamma$  согласно (5), так что при  $E \rightarrow \infty$ ,  $\gamma \rightarrow \infty$  и  $Q_{\min} \rightarrow 0$ . Отметим, что выражения, соответствующие (5), можно также получить в рамках метода параметра удара в дипольном приближении (см., напр., [16]).

В программе LOSS-R расчет релятивистских сечений ионизации многозарядных ионов проводится с радиальными волновыми функциями оптического электрона в непрерывном и дискретном спектре, которые находятся путем численного решения уравнения

Шредингера с эффективным полем атомного остова, состоящего из ядра и остальных электронов (см. [7]). При расчете эффективного заряда мишени используются безузловые функции Слетера, а максимальное число парциальных волн свободного электрона равно  $\lambda_{\max} = 12$ .

*Дипольное и импульсное приближения. Программа HERION.* Для физического анализа релятивистской ионизации, процесс столкновения естественно рассматривать отдельно для больших и малых параметров удара. При больших параметрах удара основную роль играет дальнедействующее дипольное взаимодействие; при этом взаимодействие налетающей частицы с атомом мало, и, следовательно, справедлива теория возмущений. При малых параметрах удара процессы столкновений, как правило, связаны с большими передачами энергии, малыми радиусами взаимодействия, что оправдывает использование импульсного приближения. Таким образом, дипольное приближение (большие параметры удара, малые передачи энергии) и импульсное приближение (малые параметры удара, большие передачи энергии) дополняют друг друга.

В дипольном приближении вероятность и сечение ионизации при столкновениях с заряженными частицами выражаются через сечение фотоионизации  $\sigma_{ph}(\omega)$ . Для релятивистских столкновений эта зависимость имеет вид (см., напр., [16]) :

$$\sigma_{\text{dip}}(v) = \int_{\omega_{\min}}^{\infty} n(\omega) \sigma_{ph}(\omega) \frac{d\omega}{\omega}, \quad (6)$$

где  $n(\omega)$  – т.н. число эквивалентных фотонов, которое равно:

$$n(\omega) = \frac{2Z_{\text{eff}}^2}{\pi\alpha} \left(\frac{v_0}{v}\right)^2 \left[ x_{\min} K_0(x_{\min}) K_1(x_{\min}) - \frac{1}{2} (\beta x_{\min})^2 (K_1^2(x_{\min}) - K_0^2(x_{\min})) \right],$$

$$x_{\min} = \omega_{\min} b_{\min} / (v\gamma), \quad (7)$$

где  $\alpha = e^2/\hbar c$  – постоянная тонкой структуры,  $Z_{\text{eff}}$  – эффективный заряд мишени,  $\omega_{\min}$  – пороговая частота фотоионизации,  $K_n(x)$  – функции Макдональда. Параметр  $b_{\min}$  определяет размер ионной оболочки  $nl$  иона, из которой происходит ионизация:

$$b_{\min} \approx \frac{n}{\sqrt{I_{nl}/Ry}} a_0, \quad (8)$$

где  $a_0 = 0.53 \cdot 10^{-8}$  см – Боровский радиус.

При больших передачах энергии столкновение заряженной частицы с атомом можно рассматривать в импульсном приближении как совокупность бинарных столкновений

налетающей частицы с атомными электронами. Причем, эти столкновения (с кулоновским взаимодействием) рассматриваются в рамках классической механики. Такое приближение широко используется в теории нерелятивистских атомных столкновений (см., напр., [27, 28]). Здесь мы даём обобщение импульсного приближения на случай релятивистских столкновений. Следуя [29], рассмотрим столкновение двух частиц с массами  $m_1, m_2$  и энергиями  $E_1, E_2$ :  $E_1 m_1, E_2 m_2 \rightarrow E'_1 m_1, E'_2 m_2$ . Будем считать, что до столкновения вторая частица (атомный электрон) покоилась  $E_2 = m_2 c^2$ ;  $\mathbf{p}_2 = 0$ . Переданная энергия равна:

$$E_t = E_1 - E'_1 = E'_2 - m_2 c^2 = \frac{p_0^2}{m_2} (1 - \cos \chi) \approx \frac{p_0^2 \chi^2}{2m_2}, \quad (9)$$

где  $p_0, \chi$  – относительный импульс и угол рассеяния в системе центра инерции (мы учитываем, что главный вклад дает рассеяние на малые углы). Сечение передачи энергии  $E_t$  для прицельного параметра  $b$  имеет вид:

$$\frac{d\sigma_{\text{non-dip}}}{dE_t} = 2\pi b \left| \frac{dE_t}{db} \right|^{-1} = \frac{\pi b^2}{E_t} = \frac{8\pi a_0^2}{m_2 v^2} (Z_1 Z_2)^2 \left( \frac{Ry}{E_t} \right)^2 \quad (10)$$

или

$$\frac{d\sigma_{\text{non-dip}}}{d(E_t/Ry)} = 8\pi a_0^2 \frac{Ry}{mc^2} \left( \frac{Z_1 Z_2}{\beta^2} \right)^2 \left( \frac{Ry}{E_t} \right)^2. \quad (11)$$

Для рассматриваемого нами случая частица “2” – электрон ( $Z_2 = -1, m_2 = m_e$  – масса электрона). Сечение ионизации из оболочки налетающего иона с потенциалом  $I$  и числом эквивалентных электронов  $N$  равно:

$$\sigma_{\text{non-dip}} = \int_I^{E_{\text{max}}} \frac{d\sigma_{\text{non-dip}}}{dE_t} dE_t = 4\pi a_0^2 N \alpha^2 \left( \frac{Z_1}{\beta^2} \right)^2 \left( \frac{Ry}{I} - \frac{Ry}{E_{\text{max}}} \right), \quad (12)$$

где  $E_{\text{max}}$  – максимальная переданная энергия. В рамках сделанных в [29] предположений (главный вклад дают малые углы) должно выполняться условие  $E_{\text{max}} \gg I$  и, следовательно, вторым слагаемым в (12) можно пренебречь.

Таким образом, в релятивистском пределе

$$\sigma(\beta \rightarrow 1) \approx 4\pi a_0^2 \sum_{nl} (Z_1 \alpha)^2 N_{nl} \left( \frac{Ry}{I_{nl}} \right), \quad (13)$$

где суммирование проводится по всем оболочкам налетающего иона с энергиями связи  $I_{nl}$  и  $N_{nl}$  эквивалентными электронами.

Формулы (6)–(8), (12) для расчета суммарного (в дипольном и импульсном приближениях) релятивистского сечения ионизации реализованы в новой программе HERION (High-Energy Relativistic IONization), использующей в качестве вспомогательной программу FAC (Flexible Atomic Code [30]) для расчета волновых функций и сечений фотоионизации в приближении Дирака–Фока.

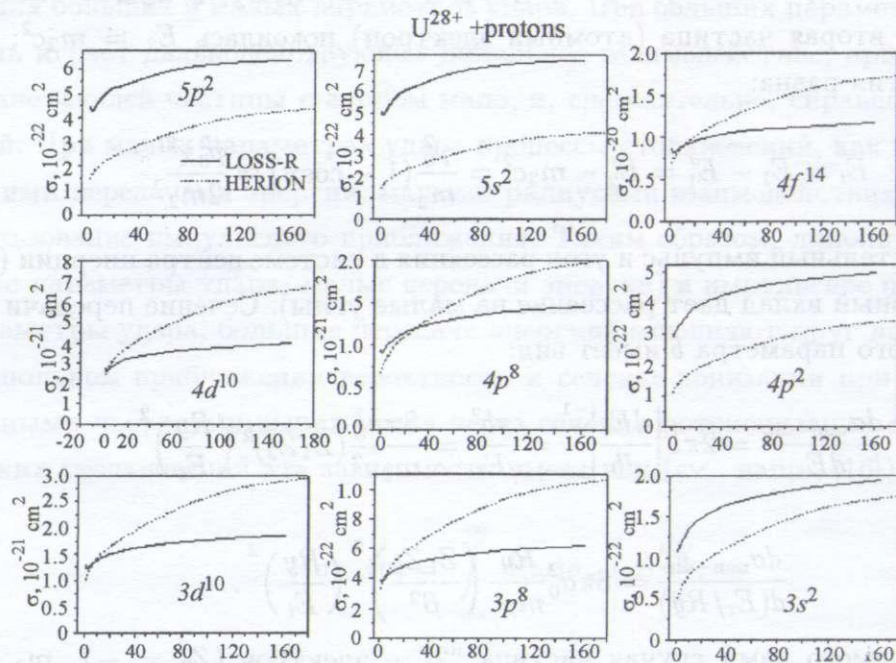


Рис. 1. Дипольные сечения релятивистской ионизации оболочек  $nl$  ионов  $U^{28+}$  протонным ударом ( $Z_{\text{eff}} = 1$ ): пунктирные кривые – программа HERION, формулы (6)–(7), сплошные кривые – программа LOSS-R, формулы (2)–(5) с  $\lambda = l \pm 1$ .

**Численные расчеты сечений релятивистской ионизации.** Сравнение результатов расчетов по программам LOSS-R и HERION сечений релятивистской ионизации ионов  $U^{28+}$  и  $Pb^{81+}$  с имеющимися экспериментальными данными приведено на рис. 1–4. На рис. 1 приведены дипольные сечения ионизации из внешней ( $5p^6$ ) и внутренних ( $3s^2$ ,  $3p^6$ , ...,  $5s^2$ ) оболочек ионов  $U^{28+}$  протонным ударом, вычисленные по программам LOSS-R и HERION. Сечения согласуются в пределах фактора 2, причем сечения, вычисленные по HERION, могут быть как больше, так и меньше сечений LOSS-R. Эти отличия, по-видимому, связаны с использованием различных волновых функций: в HERION используются релятивистские волновые функции, а в LOSS-R – нерелятивистские функции.

Кроме того, в программе HERION при расчете дипольных сечений ионизации используются сечения фотоионизации, которые значительно превышают сечения ионизации, вычисленные в обычном нерелятивистском приближении, из-за наличия т.н. гигантских резонансов, связанных с взаимодействием конфигураций конечных состояний (подробнее см. [31]).

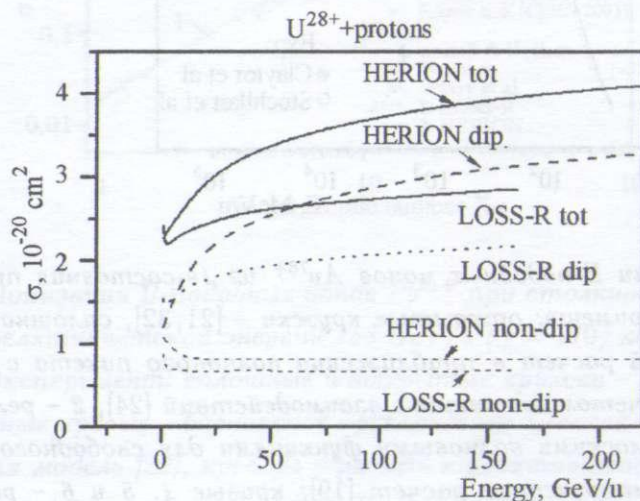


Рис. 2. Дипольные, недипольные части и полные (суммарные по всем оболочкам) сечения ионизации ионов  $U^{28+}$  протонным ударом; программы HERION, LOSS-R. Non-dip – недипольная часть сечения ионизации, dip – дипольная часть, tot – полное сечения ионизации.

На рис. 2 приведены суммарные по оболочкам сечения релятивистской ионизации ионов  $U^{28+}$  протонами в дипольном и импульсном приближениях, а также полные сечения, вычисленные по программам LOSS-R и HERION. В программе LOSS-R недипольная часть сечений соответствует переходам в состояния непрерывного спектра с орбитальными моментами  $\lambda \neq l_0 \pm 1$  (см. формулы (2)–(3)). Из рисунка 2 видно, что недипольная часть сечения, вычисленная по программе LOSS-R, согласуется с формулой (8) для импульсного приближения в пределах 30%. Что касается дипольной части и полного сечения, то ситуация такая же, как и на рис. 1: программы LOSS-R и HERION дают сечения, которые согласуются между собой с точностью до фактора 2. Следует отметить, что дипольная часть сечений ионизации тяжелыми частицами составляет 60–70% от полного сечения, при этом для релятивистских скоростей недипольная часть сечения слабо зависит от энергии и поэтому дипольная часть практически имеет ту же форму, что и полное сечение.

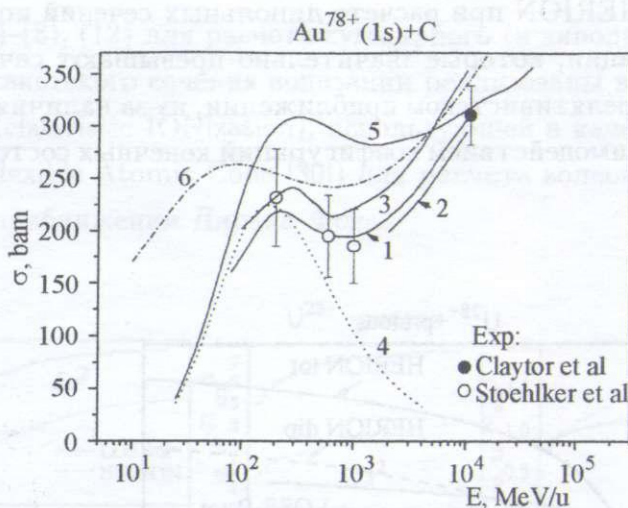


Рис. 3. Сечения ионизации  $H$ -подобных ионов  $Au^{78+}$  из  $1s$ -состояния при столкновении с атомами углерода. Эксперимент: открытые кружки – [21, 32], сплошной кружок [33]. Теория: 1 – релятивистский расчет в приближении волнового пакета с релятивистскими волновыми функциями и учетом магнитных взаимодействий [24], 2 – релятивистское борновское приближение с плоскими волновыми функциями для свободного электрона [18], 3 – релятивистский полуэмпирический расчет [19]; кривые 4, 5 и 6 – результат настоящей работы: 4 – нерелятивистское и 5 – релятивистское борновское приближение с нерелятивистскими волновыми функциями, программы LOSS и LOSS-R, соответственно, 6 – программа HERION с  $Z_{\text{eff}}^2 = Z^2 + N = 42$  (см. текст).

На рис. 3 приведены сечения ионизации  $H$ -подобных ионов  $Au^{78+}(1s)$  при столкновении с атомами углерода в широкой области энергий  $E = 0.1\text{--}40$  GeV/u, включая область минимума сечения  $E_{\text{min}} \approx 1$  GeV/u. Открытые кружки соответствуют экспериментальным данным, полученным при энергиях  $E = 0.2, 0.6$  и  $1.0$  GeV/u на накопительном кольце Института ГСИ, Дармштадт [21, 32], и при  $E = 10.8$  GeV/u – на синхротронном ускорителе Брукхейвенской Национальной лаборатории [33]. Теоретические расчеты представлены кривыми 1–6. Релятивистские расчеты сечения ионизации в приближении волнового пакета [24] с релятивистскими кулоновскими волновыми функциями соответствуют кривой 1; эти расчеты дают наилучшее согласие с экспериментом в области  $0.1\text{--}10$  GeV/u. Кривые 2 и 3 – расчет сечений в релятивистском борновском приближении с плоскими волновыми функциями свободного электрона [18] и в полуэмпирическом приближении [19], соответственно, а расчеты по HERION – кривая 6.



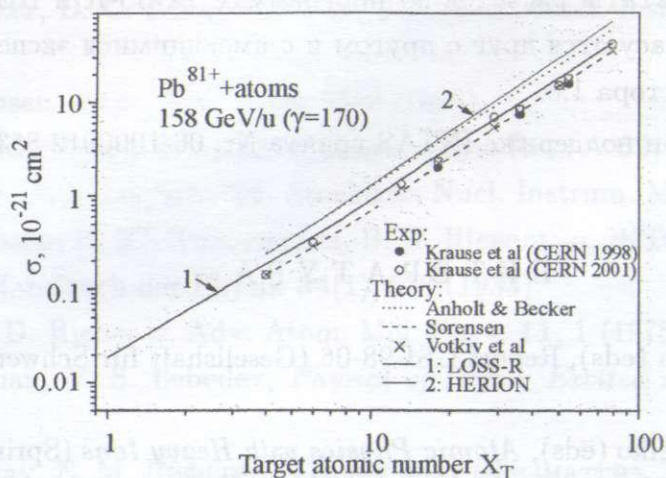


Рис. 4. Сечения ионизации  $H$ -подобных ионов  $Pb^{81+}$  при столкновениях с нейтральными атомами на ультрарелятивистской энергии  $158 \text{ GeV/u}$  ( $\gamma = 170$ ) как функция заряда ядра атома мишени  $Z_T$ . Эксперимент: сплошные и открытые кружки – [34] и [35], соответственно. Теория: пунктирные кривые – борновское приближение плоских волн [19], штриховые кривые – релятивистская модель [22], кресты – расчет с релятивистскими волновыми функциями Дарвина [23], кривая 1 – программа LOSS-R, кривая 2 – программа HERION.

На рис. 4 приведены сечения ионизации  $H$ -подобных ионов  $Pb^{81+}$  нейтральными атомами при ультрарелятивистских энергиях  $158 \text{ GeV/u}$  ( $\gamma = 170$ ) как функция заряда ядра атома мишени. Экспериментальные данные, полученные в ЦЕРНе, представлены сплошными [34] и открытыми [35] кружками. Вычисления в борновском приближении плоских волн [18] изображены пунктирными кривыми, которые лежат довольно близко к штриховым кривым, соответствующим расчетам [22], [23] с дарвиновскими волновыми функциями и расчетам по программам LOSS-R, HERION.

Таким образом, результаты расчетов согласуются друг с другом и имеющимися экспериментальными данными в пределах 20–30%.

**Заключение.** Прямые расчеты релятивистских сечений ионизации тяжелых ионов нейтральными атомами связаны со значительными трудностями. В работе [25] приведено описание программы LOSS-R для расчета указанных сечений, являющейся модификацией программы LOSS [7] для расчета сечений ионизации ионов при релятивистских энергиях.

В настоящей работе предложен подход, основанный на дипольном и импульсном приближениях для полного сечения релятивистской ионизации, и на его основе создана про-

грамма HERION. Результаты расчетов по программам LOSS-R и HERION показали, что обе программы согласуются друг с другом и с имеющимися экспериментальными данными в пределах фактора 1.5.

Работа выполнена при поддержке INTAS гранта Nr. 06-1000012-8530.

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] I. Hoffmann, G. Plass (eds), Report GSI-98-06 (Gesellschaft für Schwerionen Forschung, Darmstadt, 1998).
- [2] H. Beyer, V. P. Shevelko (eds), *Atomic Physics with Heavy Ions* (Springer series Atoms and Plasmas, Vol. 26, Springer, Berlin, 1999) [in English].
- [3] G. Kraft, Progr. Part. Nucl. Phys. **45** (Suppl. 2), 473 (2000).
- [4] F. J. Currell (ed.), *The Physics of Multiply and Highly Charged Ions* (Kluwer Academic Pub., Dordrecht, 2003).
- [5] V. P. Shevelko, D. Boehne, Th. Stoehlker, Nucl. Instrum. Methods A **415**, 609 (1998).
- [6] V. P. Shevelko, O. Brinzaescu, W. Jacoby, M. Rau, Th. Stoehlker, Hyp. Int. **114**, 289 (1998).
- [7] V. P. Shevelko, I. Yu. Tolstikhina, Th. Stoehlker, Nucl. Instrum. Methods B **184**, 295 (2001).
- [8] D. Mueller, L. Grisham, I. Kaganovich, et al., Phys. Plasmas **8**, 1753 (2001).
- [9] R. L. Watson, Y. Peng, V. Horvat, et al., Phys. Rev. A **67**, 022706 (2003).
- [10] A. C. F. Santos, R. D. DuBois, Phys. Rev. A **69**, 042709 (2004).
- [11] R. D. DuBois, A. C. F. Santos, Th. Stoehlker, et al., Phys. Rev. A **70**, 032712 (2004).
- [12] R. E. Olson, R. L. Watson, V. Horvat, et al., J. Phys. B **37**, 4539 (2004).
- [13] R. E. Olson, R. L. Watson, V. Horvat, et al., NIMA **544**, 333 (2005).
- [14] В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Квантовая электродинамика* (Наука, Москва, 1989).
- [15] J. Eichler and W. E. Meyerhof, *Relativistic Atomic Collisions* (Acad. Press, San Diego, 1995).
- [16] C. A. Bertulani, G. Baur, Phys. Rep. **163**, 299 (1988).
- [17] A. B. Voitkiv, Phys. Rep. **392**, 191 (2004).
- [18] R. Anholt et al., Phys. Rev. A **32**, 3302 (1985).
- [19] R. Anholt, U. Becker, Phys. Rev. A **36**, 4628 (1987).
- [20] D. M. Davidovic, B. L. Moiseiwitsch, P. H. Norrington, J. Phys. B **11**, 847 (1978).

- [21] Th. Stoehlker, D. C. Ionescu, P. Rymuza, et al., Nucl. Instrum. Methods B **124**, 160 (1997).
- [22] A. H. Sorensen, Phys. Rev. A **58**, 2895 (1998).
- [23] A. B. Voitkiv, C. Mueller, and N. Gruen, Phys. Rev. A **62**, 062701 (2000).
- [24] S. Fritzsche, A. Surzhykov, Th. Stoehlker, Nucl. Instrum. Methods B **205**, 469 (2003).
- [25] И. Л. Бейгман, И. Ю. Толстихина, В. П. Шевелько, ЖТФ, 2008 (в печати).
- [26] H. Bethe, Handbuch der Physik **34**(1), 273 (1933).
- [27] I. Percival, D. Richards, Adv. Atom. Mol. Phys. **11**, 1 (1975).
- [28] I. L. Beigman, V. S. Lebedev, *Physics of Highly Excited Atoms and Ions* (Springer, 1998).
- [29] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория поля* (Физматгиз, 1973).
- [30] M. F. Gu (<http://kipac-tree.stanford.edu/fac>)
- [31] М. Я. Амуся, *Атомный фотоэффект* (Наука, Москва, 1987).
- [32] C. Scheidenberger, H. Geissel, Th. Stoehlker, et al., Nucl. Instrum. Methods B **90**, 36 (1994).
- [33] N. Claytor, A. Belkacem, T. Dinneen, B. Feinberg, H. Gould, Phys. Rev. A **55**, R842 (1998).
- [34] H. F. Krause, C. R. Vane, S. Datz, et al., Phys. Rev. Lett. **80**, 1190 (1998).
- [35] H. F. Krause, C. R. Vane, S. Datz, et al., Phys. Rev. A **63**, 032711 (2001).

Поступила в редакцию 4 февраля 2008 г.