

ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ КОСМИЧЕСКИХ ЧАСТИЦ В АТМОСФЕРЕ ЗЕМЛИ
ПРИ ПОМОЩЬЮ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ КАСКАДНОГО РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ

УДК 537.591.15

ДЛИННОВОЛНОВОЕ КОГЕРЕНТНОЕ РАДИОИЗЛУЧЕНИЕ КАСКАДОВ.

I. ВЫЧИСЛЕНИЕ В РАМКАХ КАСКАДНОЙ ТЕОРИИ

В. А. Царев, В. А. Чечин

В рамках каскадной теории проведены вычисления длинноволнового радиоизлучения от каскадов частиц высоких энергий с учетом процессов, приводящих к появлению электроотрицательного избытка. Полученные результаты сравниваются с результатами численных расчетов, выполненных методом Монте-Карло.

1. В последние годы интенсивно обсуждается когерентное радиоизлучение каскадов, впервые предсказанное Г.А. Аскарьяном [1]. Этот интерес связан с проводимыми и планируемыми экспериментами по регистрации космических частиц ультравысоких энергий по радиоизлучению широких атмосферных ливней и каскадов в плотных радиопрозрачных средах, например, во льду или лунном грунте [2, 3]. В этой связи когерентное излучение высокозергичных каскадов неоднократно вычислялось методом Монте-Карло (МК) вплоть до энергий 10^{18} эВ [4–6]. В каждой МК реализации каскада суммируются электромагнитные волны от всех заряженных частиц. Такая процедура, после усреднения по многим реализациям, означает вычисление фурье-преобразования

$$\mathbf{A}(\omega, \mathbf{k}) \propto \mathbf{L}_j(\mathbf{k}) = \int \int \int d\mathbf{r} \int dt \mathbf{e}\mathbf{j}(t, \mathbf{r}) \exp(i\omega t - i\mathbf{k}\mathbf{r}), \quad (1)$$

где $\mathbf{e}\mathbf{j}(t, \mathbf{r})$ – средняя плотность электрического тока в каскаде, $\mathbf{A}(\omega, \mathbf{k})$ – средний вектор-потенциал поля излучения в волновой зоне. В электронно-фотонном каскаде плотность тока $\mathbf{j}(t, \mathbf{r})$ выражается через разность $f_{ex}(t, \mathbf{r}, \mathbf{v}) = f_e(t, \mathbf{r}, \mathbf{v}) - f_p(t, \mathbf{r}, \mathbf{v})$ функций распределения электронов и позитронов:

$$\mathbf{j}(t, \mathbf{r}) = \int \int \int \mathbf{v} f_{ex}(t, \mathbf{r}, \mathbf{v}) d\mathbf{v}, \quad (2)$$

где \mathbf{v} – скорость частиц. Простые модельные оценки радиоизлучения каскадов были сделаны в [7, 8], где плотность тока выбиралась из физических соображений.

Метод МК позволяет учесть влияние геомагнитного поля и всех реакций, обеспечивающих электроотрицательный избыток (ОИ) в каскаде (ОИ-реакции). Однако громоздкие машинные вычисления затемняют физическую суть явления и не дают возможности сформулировать условия корректности вычислений. По этой причине результаты вычислений в различных специализированных МК-пакетах могут отличаться в несколько раз.

Альтернативным методом определения тока $e\mathbf{j}(t, \mathbf{r})$ могло бы быть использование кинетических уравнений расширенной каскадной теории (КТ) с учетом ОИ-реакций. Однако решение уравнений для функций распределения $f_i(t, \mathbf{r}, \mathbf{v})$ от семи переменных является настолько сложной задачей, что этот метод практически не упоминается в современной литературе по когерентному излучению каскадов.

Ситуация существенно упрощается в длинноволновом пределе, когда экспоненту в (1) можно заменить единицей. В этом пределе поле излучения пропорционально интегралу по всем переменным в функциях распределения: $\mathbf{A}(\omega \rightarrow 0, \mathbf{k} \rightarrow 0) \propto \mathbf{L}_j(\mathbf{k} \rightarrow 0) \equiv \mathbf{L}_{ex}$, где

$$\mathbf{L}_{ex} = \int \int \int d\mathbf{r} \int dt \mathbf{j}(t, \mathbf{r}) = \int \int \int d\mathbf{r} \int dt \int \int \int \mathbf{v} d\mathbf{v} f_{ex}(t, \mathbf{r}, \mathbf{v}). \quad (3)$$

Следовательно, определение длинноволновой части когерентного радиоизлучения каскада сводится к вычислению вектора пробега ОИ \mathbf{L}_{ex} , имеющего размерность длины.

В данной работе пробег ОИ вычисляется в рамках каскадной теории [9,10] для электронно-фотонных каскадов при нулевом внешнем магнитном поле. Результаты вычислений при наличии магнитного поля будут представлены в последующей публикации.

2. Когерентное излучение каскада. Фурье-преобразование $\mathbf{E}(\mathbf{k})$ электрического поля излучения в волновой зоне на расстоянии R от системы зарядов имеет вид [11]:

$$\mathbf{E}(\mathbf{k}) = \int \mathbf{E}(t, \mathbf{r}) \exp(i\omega t) dt = (2\pi e f/c^2) \mathbf{L}_E(\mathbf{k}) / R, \quad \mathbf{L}_E(\mathbf{k}) = [\mathbf{n}_k \times [\mathbf{L}_j(\mathbf{k}) \times \mathbf{n}_k]].$$

Здесь опущен единичный по модулю множитель $i \exp(ikR)$.

Поскольку поле излучения пропорционально фурье-преобразованию плотности тока, удобно сразу же перейти к фурье-компонентам функций распределения:

$$\mathbf{L}_j(\mathbf{k}) = \int \int \int \mathbf{v} F_{ex}(\mathbf{k}, \mathbf{v}) d\mathbf{v}, \quad F_{ex}(\mathbf{k}, \mathbf{v}) = \int dt \int \int f_{ex}(t, \mathbf{r}, \mathbf{v}) \exp(i\omega t - ikr) dr. \quad (4)$$

В релятивистском случае вместо скорости частиц \mathbf{v} вводится двумерный угол $\theta \ll 1$ (отсчитываемый от направления первичной частицы) и кинетическая энергия E , причем везде, кроме разности типа $1 - v/c$, можно положить $v = c$: $\mathbf{v} \approx c\{\theta, 1 - \theta^2/2\}$. Для простоты положим $c = 1$.

Для вычисления вектора $\mathbf{L}_j(\mathbf{k})$ будем исходить из кинетических уравнений для электронов и позитронов с учётом ОИ-реакций. Согласно каскадной теории (КТ)

$$\left(\frac{d}{dt} - \mathbf{D} \right) f_{e,p} = \mathbf{W}_{\text{pair}} f_\gamma + s_{e,p}; \quad (5)$$

$$s_e = \mathbf{W}_C f_\gamma + \mathbf{W}_M f_e + \mathbf{W}_B f_p; \quad s_p = -\mathbf{W}_a f_p, \quad (6)$$

где

$$\frac{d}{dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}}, \quad \mathbf{D} \equiv \left(\mathbf{W}_b + \beta \frac{\partial}{\partial E} + \frac{E_s^2}{4E^2} \Delta_\theta \right).$$

Здесь \mathbf{W}_b и \mathbf{W}_{pair} – интегральные операторы (число столкновений на единице длины), описывающие тормозные потери заряженных частиц и рождение пар γ -квантами, соответственно; β – некоторая постоянная, близкая к критической энергии E_c [10]; $E_s \approx 21$ МэВ; расстояние измеряется в радиационных длинах L_{cas} . Члены $s_{e,p}$ описывают вклады ОИ-реакций: комптон-эффект, рождение δ -электронов при e^-e^- - и e^+e^- -рассеянии (мёллеровское и Баба-рассеяние на атомных электронах) и аннигиляция позитронов на атомных электронах. Все операторы \mathbf{W} действуют только на скорость частиц, точнее на θ и E .

В случае каскада, порождаемого электроном с начальной скоростью v_0 в момент $t = 0$ в точке $\mathbf{r} = 0$, $f_e(0, \mathbf{r}, \mathbf{v}) = \delta(\mathbf{r})\delta(\mathbf{v} - \mathbf{v}_0)$, $f_p(0, \mathbf{r}, \mathbf{v}) = f_\gamma(0, \mathbf{r}, \mathbf{v}) = 0$.

В стандартной КТ $s_{e,p} = 0$, так что $f_e \approx f_p$ и $f_{\text{ex}} \approx 0$. Найдём линейную по $s_{e,p}$ поправку к f_{ex} . Рассмотрим разность уравнений (5)

$$\left(\frac{d}{dt} - \mathbf{D} \right) f_{\text{ex}}(t, \mathbf{r}, \mathbf{v}) = s_{\text{ex}}(t, \mathbf{r}, \mathbf{v}), \quad s_{\text{ex}} = s_e - s_p. \quad (7)$$

При заданных начальных условиях уравнение (7) можно записать в виде:

$$f_{\text{ex}}(t, \mathbf{r}, \mathbf{v}) = f_1(t, \mathbf{r}, \mathbf{v}_0, \mathbf{v}) + \int_{-\infty}^{\infty} dt' \int \int \int d\mathbf{r}' \int \int \int f_1(t-t', \mathbf{r}-\mathbf{r}', \mathbf{v}', \mathbf{v}) s_{\text{ex}}(t', \mathbf{r}', \mathbf{v}') d\mathbf{v}', \quad t > 0, \quad (8)$$

где $f_1(t, \mathbf{r}, \mathbf{v}_0, \mathbf{v})$ – запаздывающая функция Грина уравнения (7):

$$\left(\frac{d}{dt} - \mathbf{D} \right) f_1(t, \mathbf{r}, \mathbf{v}', \mathbf{v}) = \delta(t)\delta(\mathbf{r})\delta(\mathbf{v} - \mathbf{v}'), \quad f_1(t < 0, \mathbf{r}, \mathbf{v}', \mathbf{v}) = 0. \quad (9)$$

Полная система трех интегральных уравнений, эквивалентных кинетическим уравнениям, получается аналогично. Частный случай этой стандартной процедуры в применении к КТ рассматривался в [12], где вместо ОИ-реакций учитывались реакции, приводящие к пространственному расплыванию каскада. Точно решить эти интегральные уравнения так же сложно, как и кинетические уравнения, но из них легко найти поправки к функциям распределения стандартной КТ. Сделав фурье-преобразование уравнений (8), (9), получим

$$F_{\text{ex}}(\mathbf{k}, \mathbf{v}) = F_1(\mathbf{k}, \mathbf{v}_0, \mathbf{v}) + \int \int \int F_1(\mathbf{k}, \mathbf{v}', \mathbf{v}) S_{\text{ex}}(\mathbf{k}, \mathbf{v}') d\mathbf{v}', \quad (10)$$

$$S_{\text{ex}}(\mathbf{k}, \mathbf{v}') = \mathbf{W}_C F_\gamma(\mathbf{k}, \mathbf{v}') + \mathbf{W}_M F_e(\mathbf{k}, \mathbf{v}') + (\mathbf{W}_B + \mathbf{W}_a) F_p(\mathbf{k}, \mathbf{v}'), \quad (11)$$

$$F_{e,p,\gamma}(\mathbf{k}, \mathbf{v}') = \int_0^\infty dt \int \int \int f_{e,p,\gamma}(t, \mathbf{r}, \mathbf{v}') \exp(i\omega t - i\mathbf{k}\mathbf{r}) d\mathbf{r}, \quad (12)$$

$$[-i(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}) - \mathbf{D}] F_1(\mathbf{k}, \mathbf{v}', \mathbf{v}) = \delta(\mathbf{v} - \mathbf{v}'). \quad (13)$$

Окончательно подстановка (10) в (4) даёт уравнение непосредственно для вектора $\mathbf{L}_j(\mathbf{k})$:

$$\mathbf{L}_j(\mathbf{k}) = \mathbf{L}_1(\mathbf{k}, \mathbf{v}_0) + \int \int \int \mathbf{L}_1(\mathbf{k}, \mathbf{v}') S_{\text{ex}}(\mathbf{k}, \mathbf{v}') d\mathbf{v}', \quad (14)$$

$$\mathbf{L}_1(\mathbf{k}, \mathbf{v}') = \int \int \int \mathbf{v} F_1(\mathbf{k}, \mathbf{v}', \mathbf{v}) d\mathbf{v}. \quad (15)$$

Формула (14) имеет простой физический смысл. Первый член даёт вектор-потенциал поля излучения начального электрона. Второй член есть сумма вектор-потенциалов $\mathbf{L}_1(\mathbf{k}, \mathbf{v}')$ электронов ОИ с начальными скоростями \mathbf{v}' , причем относительная фаза этих полей определяется форм-факторами (12) распределений каскадных электронов и γ -квантов. Для вычисления линейной по ОИ-реакциям поправки к функциям распределения в интегральный член уравнения (10) или (14) следует подставить функции распределения $f_{e,p,\gamma}(t, \mathbf{r}, \mathbf{v})$ стандартной КТ. Если $E_0 \leq E_c$, то второй член в (14) даст малую поправку к полю излучения первичного электрона с энергией E_0 с учетом как многократного рассеяния, так и тормозных и ионизационных потерь. В рассматриваемом здесь случае каскада с $E_0 \gg E_c$ первым членом в (14) можно пренебречь, так как $|\mathbf{L}_1| \leq \ln(E_0/E_c)$, а второй член порядка $(0.2 - 0.3)(E_0/E_c)$.

3. Длинноволновое когерентное излучение каскада. Характерные значения k для когерентного излучения каскада определяются пространственно-временными размерами L_1 и L_{cas} распределений f_1 и $f_{e,\gamma}$ (т.е. отдельного электрона ОИ и всего каскада): $k \leq \min\{1/L_1, 1/L_{\text{cas}}\}$. Поскольку $L_1 \approx 1$ и $L_{\text{cas}} \approx \sqrt{\ln(E_0/E_c)}$, то при $k \ll 1/L_{\text{cas}}$

можно положить $k = 0$ в (12) и (13). Обозначив $F_{\text{ex}}(\mathbf{v}) = F_{\text{ex}}(k \rightarrow 0, \mathbf{v})$ и т.д., запишем длинноволновой предел формулы (14) в виде (опустив первый член):

$$\mathbf{L}_{\text{ex}} = \int \int \int \mathbf{L}_1(\mathbf{v}') S_{\text{ex}}(\mathbf{v}') d\mathbf{v}'. \quad (16)$$

Вектор $\mathbf{L}_1(\mathbf{v}')$ направлен вдоль \mathbf{v}' , причем $|\mathbf{L}_1(\mathbf{v}')| = R(E')$, где $R(E') = \int_0^{E'} F_1(E', E) dE$ – пробег электрона, а функция $F_1(E', E)$ удовлетворяет уравнению (13) при $\mathbf{k} = 0$, проинтегрированному по θ :

$$\left[\mathbf{W}_b + \beta \frac{\partial}{\partial E} \right] F_1(E', E) = -\delta(E' - E). \quad (17)$$

Уравнение (17) можно решить тем же методом, каким находится равновесный спектр электронов в КТ [10]. Впрочем, в данном случае требуется лишь пробег $R(E)$, для которого ниже будет использоваться экспериментальное значение.

Поскольку вектор \mathbf{L}_{ex} направлен вдоль оси каскада, то из (16) следует, что

$$L_{\text{ex}} = L_{\text{ex}Z} = \int \int \int R(E') \cos \theta_v S_{\text{ex}}(\mathbf{v}') d\mathbf{v}', \quad (18)$$

где θ_v – угол вылета электрона ОИ относительно оси каскада. В ОИ-реакциях угол вылета $\theta_{C,\delta}$ комптон- или δ -электрона относительно каскадной частицы выражается через энергию E этой частицы и энергию E' электрона ОИ. Проинтегрировав (18) по углам каскадных частиц и по азимуту вылета электронов ОИ, получаем окончательную формулу для пробега ОИ:

$$\begin{aligned} L_{\text{ex}}(> E_{\min}) &= \int_{E_{\min}}^{E_0} dE' F_{\gamma}(E') (1 - \bar{\theta}_{\gamma}^2/2) \int_0^{E_C} W_C(E', E) \cos \theta_C R(E) dE + \\ &+ \int_{E_{\min}}^{E_0} dE' F_e(E') (1 - \bar{\theta}_e^2/2) \left[\int_0^{E_M} W_M(E', E) \cos \theta_M R(E) dE + \right. \\ &\left. + \int_0^{E_B} W_B(E', E) \cos \theta_B R(E) dE + W_a(E') R(E') \right], \end{aligned} \quad (19)$$

$E_C = E' - m/2, E_M = E'/2, E_B = E'$.

Здесь $\bar{\theta}_{\gamma,e}^2(E') = \int \theta^2 d\theta F_{\gamma,e}(\theta, E') / F_{\gamma,e}(E')$, $F_{\gamma,e}(E) = \int d\theta F_{\gamma,e}(\theta, E)$ – дифференциальный пробег электронов (или квантов) в каскаде с энергией E_0 [9] (или же “равновесный

спектр” [10]). Эти функции известны из стандартной КТ [10]. Поскольку в стандартной КТ опускаются все поправки $O(m/E')$, то же самое следует сделать в функциях $W_{C,M,B,a}$ и $\cos\theta_{C,\delta}$; при этом $\cos\theta_C \approx \cos\theta_\delta \approx 1/\sqrt{1+2m/E}$. Таким образом, каскадные γ -кванты и электроны считаются ультрарелятивистскими, но кинетическая энергия электронов ОИ может быть порядка 1 МэВ.

4. Вычисление пробега ОИ каскада. Для вычисления интеграла (19) нужно задать пробег электронов $R(E)$, равновесные спектры каскадных частиц $F_\gamma(E_0, E)$, $F_e(E_0, E)$, удельные числа столкновений $W_C(E', E)$, $W_M(E', E)$, $W_B(E', E)$, $W_a(E)$ и угловые дисперсии $\bar{\theta}_e^2$, $\bar{\theta}_\gamma^2$.

Пробег электронов с учетом тормозных потерь обычно задается в виде $R(E) \approx \ln(a + bE)$ с некоторыми константами a и b . Поскольку при 1 МэВ $\ll E \ll E_c$, пробег пропорционален энергии, $R(E) \approx E/\beta$, можно положить $R(E) \approx \ln(1 + E/\beta)$. При малых энергиях, $E \leq 1$ МэВ, ионизационные потери резко возрастают, а пробег быстро стремится к нулю. Согласно [10], пробег электрона с кинетической энергией $E \leq 0.3$ МэВ становится пренебрежимо мал. В соответствии с этим положим

$$R(E) \approx \ln \left(1 + \frac{E - 0.3(\text{MeV})}{\beta} \right). \quad (20)$$

Равновесные спектры частиц в каскаде с полной энергией E_0 (в приближении В) приведены, например, в [10]:

$$\begin{aligned} F_\gamma(E_0, E) &= L_{tot} \frac{9}{7} \frac{2.29}{\beta} \varphi(\epsilon_0, \epsilon); \quad \epsilon = \frac{2.29E}{\beta}; \quad mc^2 \ll E \leq E_0; \\ F_e(E_0, E) &= L_{tot} \frac{2.29}{2\beta} f(\epsilon_0, \epsilon); \quad L_{tot} = \frac{E_0}{\beta}; \end{aligned} \quad (21)$$

$$\varphi(\epsilon_0, \epsilon) = \exp(\epsilon) \int_{\epsilon}^{\epsilon_0} \exp(-x) dx / x^2; \quad f(\epsilon_0, \epsilon) = -(\epsilon + 1)\varphi(\epsilon_0, \epsilon) + 1/\epsilon.$$

Удельные числа столкновений при релятивистских энергиях $E' \gg mc^2$:

$$W_C(E', E) = N_0 w_C(E', E), \quad w_C(E', E) = \frac{\beta}{E'^2(1-x)} [1 + (1-x)^2],$$

$$x = \frac{E}{E'}, \quad E' \geq E + \frac{mc^2}{2}; \quad (22)$$

$$W_a(E') = N_0 w_a(E'), \quad w_a(E') = \frac{\beta}{E'} \left[\ln \left(\frac{2E'}{mc^2} \right) - 1 \right]; \quad (23)$$

$$W_M(E', E) = N_0 w_M(E', E), \quad w_M(E', E) = \frac{2\beta}{E^2} \left(\frac{1}{1-x} - x \right)^2, \quad x \leq \frac{1}{2}; \quad (24)$$

$$W_B(E', E) = N_0 w_B(E', E), \quad w_B(E', E) = \frac{2\beta}{E^2} (1 - 2x + 3x^2 - 2x^3 + x^4); \quad x \leq 1. \quad (25)$$

Здесь $N_0 = gmc^2/\beta$, а g – безразмерный множитель [10]:

$$g = \left(\frac{137\pi}{4} \right) \frac{\sum_i n_i Z_i}{\sum_i n_i Z_i (Z_i + 1) \ln(191 Z_i^{-1/3})},$$

где n_i и Z_i – плотность атомов и заряд ядра i -го элемента данного вещества.

Угловые дисперсии. Согласно [10],

$$\bar{\theta}_e^2(E) = \frac{2.29 E_s^2}{\beta^2} G_e(\epsilon), \quad G_e(\epsilon) = \frac{1}{f(\epsilon_0, \epsilon)} \int_{\epsilon}^{\epsilon_0} \frac{d\epsilon' f(\epsilon_0, \epsilon') f(\epsilon', \epsilon)}{\epsilon'}. \quad (26)$$

Совершенно аналогично, используя изложенный в [10] метод, получим

$$\bar{\theta}_{\gamma}^2(E) = \frac{2.29 E_s^2}{\beta^2} G_{\gamma}(\epsilon), \quad G_{\gamma}(\epsilon) = \frac{1}{\varphi(\epsilon_0, \epsilon)} \int_{\epsilon}^{\epsilon_0} \frac{d\epsilon' f(\epsilon_0, \epsilon') \varphi(\epsilon', \epsilon)}{\epsilon'}. \quad (27)$$

Поскольку пробег ОИ пропорционален энергии каскада, удобно представить результаты вычислений в виде относительного пробега ОИ, $\eta_C(> E_{\min}) = L_{\text{ex,C}}(> E_{\min})/L_{\text{tot}}$, и т.д.:

$$\begin{aligned} \eta_C(> E_{\min}) &= N_0 S_C; \quad S_C = \frac{9}{7} \int_{\epsilon_{\min}}^{\epsilon_0} \varphi(\epsilon_0, \epsilon') [1 - \bar{\theta}_{\gamma}^2(E')/2] d\epsilon' \int_0^{E_{\max}} w_C(E', E) R(E) \cos \theta_C dE, \\ \eta_a(> E_{\min}) &= N_0 S_a; \quad S_a = \frac{1}{2} \int_{\epsilon_{\min}}^{\epsilon_0} f(\epsilon_0, \epsilon') [1 - \bar{\theta}_e^2(E')/2] d\epsilon' w_a(E') R(E'), \end{aligned} \quad (28)$$

$$\eta_{M(B)}(> E_{\min}) = N_0 S_{M(B)};$$

$$S_{M(B)} = \frac{1}{2} \int_{\epsilon_{\min}}^{\epsilon_0} f(\epsilon_0, \epsilon') [1 - \bar{\theta}_e^2(E')/2] d\epsilon' \int_0^{E_{\max}} w_{M(B)}(E', E) R(E) \cos \theta_B dE.$$

Таблица

| Параметр Вещество | ρ , $\text{г}/\text{см}^3$ | $L_{\text{рад}}$, $\text{г}/\text{см}^2$ | β , МэВ | N_0 | η |
|----------------------|------------------------------------|--|---------------------------|-------|--------|
| Воздух | 0.001 | 34.2 | 72 | 0.018 | 0.194 |
| Лёд | 0.92 | 36.1 | 71 | 0.022 | 0.231 |
| Лунный грунт | 1.8 | 22.6 | 38 | 0.023 | 0.170 |

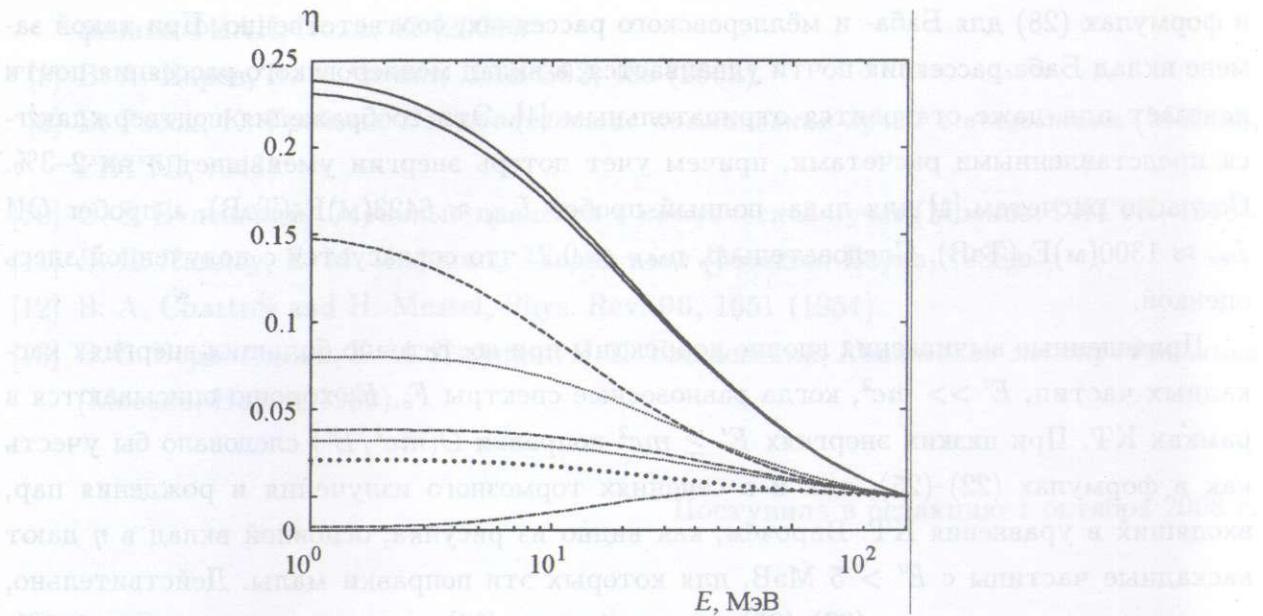


Рис. 1. Вклады отдельных реакций в относительный пробег ОИ $\eta(>E)$ во льду как функции минимальной кинетической энергии E каскадных частиц. Штриховая линия – комптон-эффект, $\eta_{Cmax} \approx 0.148$; верхняя точечная линия – полное Баба-рассеяние, $\eta_{Bmax} \approx 0.080$, нижняя – вклад δ -электронов $\eta_{Bmax}(\delta) \approx 0.032$; нижняя штрих-пунктирная линия – полное Меллер-рассеяние, $\eta_{Mmax} \approx -0.018$, верхняя – вклад δ -электронов $\eta_{Mmax}(\delta) \approx 0.038$; точки – аннигиляция позитронов, $\eta_{a max} \approx 0.021$; нижняя сплошная линия – полный суммарный относительный пробег $\eta_{max} \approx 0.231$, верхняя – если в Баба- и Меллер-рассеянии учитываются только вклады δ -электронов, $\eta_{max}(\delta) \approx 0.239$.

Значения параметров и результаты вычислений относительного пробега ОИ для воздуха, льда и лунного грунта представлены в таблице. Результаты вычислений $\eta_{C,B,M,a}(>E)$ и $\eta(>E)$ для льда показаны на рис. 1.

Сравним полученные оценки с наиболее подробными МК расчетами электронно-фотонных каскадов во льду [4]. При таком сопоставлении нужно учесть, что в [4] иначе трактуется вклад в пробег ОИ за счет рождения δ -электронов. Именно, кроме вклада δ -электронов (24) и (25) там учитывается вклад в пробег ОИ, обязанный уменьшению энергии рассеиваемой частицы, что приводит к изменению её пробега. Учет этого обстоятельства означает замену

$$\cos\theta_\delta R(E) \Rightarrow \cos\theta_\delta R(E) \pm [R(E') - \cos\theta_\delta R(E' - E)]$$

в формулах (28) для Баба- и мёллеровского рассеяния, соответственно. При такой замене вклад Баба-рассеяния почти удваивается, а вклад мёллеровского рассеяния почти исчезает или даже становится отрицательным [4]. Эти соображения подтверждаются представленными расчетами, причем учет потерь энергии уменьшает η на 2–3%. Согласно расчетам [4] для льда, полный пробег $L_{\text{tot}} \approx 6423(\text{м})E_0(\text{ТэВ})$, а пробег ОИ $L_{\text{ex}} \approx 1300(\text{м})E_0(\text{ТэВ})$. Следовательно, $\eta_{\text{МК}} \approx 0.2$, что согласуется с полученной здесь оценкой.

Приведенные вычисления вполне корректны при достаточно больших энергиях каскадных частиц, $E' >> mc^2$, когда равновесные спектры F_e , F_γ хорошо описываются в рамках КТ. При низких энергиях $E' \geq mc^2$ поправки $O(mc^2/E')$ следовало бы учесть как в формулах (22)–(25), так и в сечениях тормозного излучения и рождения пар, входящих в уравнения КТ. Впрочем, как видно из рисунка, основной вклад в η дают каскадные частицы с $E' > 5$ МэВ, для которых эти поправки малы. Действительно, при использовании вместо (22)–(25) точных формул [13] η уменьшается всего на 1–2%.

Итак, из приведённых выше соотношений видно, что поле когерентного излучения каскада определяется вектором $\mathbf{L}_j(\mathbf{k})$, длинноволновой предел которого даёт суммарный пробег частиц ОИ. Относительный пробег ОИ для веществ от воздуха до лунного грунта лежит в пределах 0.17–0.23, а вклады комптон-эффекта, аннигиляции позитронов, Баба- и мёллеровского рассеяния (с учетом потерь энергии) составляют во всех случаях примерно 64, 9, 34 и –7%, соответственно. Эти результаты хорошо согласуются с МК расчетами относительного пробега ОИ [4].

Работа поддержана грантом РФФИ 08-02-00515а.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Г. А. Аскарьян, ЖЭТФ **41**, 616 (1961).
- [2] В. А. Царев, ЭЧАЯ **35**, 187 (2004).
- [3] V. A. Tsarev, Proc. Int. Conf. “P.F. Cherenkov and Modern Physics”, J. Rad. Phys. Chem., **75**, 805 (2006).
- [4] E. Zas, F. Halzen, and T. Stanev, Phys. Rev. **45**, 362 (1992); J. Alvarez-Muniz, E. Marques, R. A. Vazquez, and E. Zas, arXiv: astro-ph/0512337.
- [5] D. A. Suprun, P. W. Gorham and J. L. Rosner, Astropart. Phys. **20**, 157 (2003).
- [6] T. Huege and H. Falcke, Astropart. Phys. **24**, 116 (2005).
- [7] К. М. Пичхадзе, В. Г. Сысоев, В. А. Царев, В. А. Чечин, Краткие сообщения по физике ФИАН, №. 12, 9 (2000); В. А. Царев, В. А. Чечин, Краткие сообщения по

- физике ФИАН, №. 4, 42 (2001).
- [8] В. А. Царев, В. А. Чечин, ДАН 383, 486 (2002).
- [9] Б. Росси, К. Грейзен, *Взаимодействие космических лучей с веществом* (Москва, ГИТТЛ, 1948).
- [10] С. З. Беленький, *Лавинные процессы в космических лучах* (Москва, ГИТТЛ, 1948).
- [11] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория поля* (Москва, Наука, 1988).
- [12] B. A. Chartres and H. Messel, Phys. Rev. 96, 1651 (1954).
- [13] В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Квантовая электродинамика* (Москва, Наука, 1980).

Поступила в редакцию 1 октября 2008 г.

Отметим, что в логике статьи [1], получившей первую по масштабу поддержку вектору \vec{L} ,

каждый ходящий к поиску в [1] метода минимизации входит в это же категорию. Такой же тип анализа обоснований вектора \vec{L} (T1) имеет для отыскания соответствующих компонент вектора и индексации, однако это не может быть сделано в явном виде. Поэтому, предполагая, что вектор \vec{L} имеет вид (1), мы можем с его компонентами заняться аналогично [1] в модели замкнутой системы. Ходящий к поиску вектор \vec{L} включает в себя векторы, которые можно выделить из поиска вектора \vec{L} (РАН) зеркально отображенного вектора \vec{L} (вектора \vec{L} , для которых $L_{\alpha\beta} = L_{\beta\alpha}$), а также вектора, для которых $L_{\alpha\beta} \neq L_{\beta\alpha}$.

При этом, если вектор \vec{L} является зеркально отображенным вектором \vec{L} (или \vec{L}), то вектор \vec{L} является зеркально отображенным вектором \vec{L} (или \vec{L}). Вычисление интеграла (4) в реальном приложении к вектору \vec{L} (см. [1]) показывает, что вектор \vec{L} является зеркально отображенным вектором \vec{L} (или \vec{L}), а вектор \vec{L} является зеркально отображенным вектором \vec{L} (или \vec{L}).

Важная особенность зеркальной симметрии вектора \vec{L} заключается в том, что вектор \vec{L} является зеркально отображенным вектором \vec{L} (или \vec{L}), а вектор \vec{L} является зеркально отображенным вектором \vec{L} (или \vec{L}).