УДК 538.569

ПОПЕРЕЧНЫЕ НУЛЬ-ЗВУКОВЫЕ ВОЛНЫ В ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ ФЕРМИ-ЖИДКОСТИ

А. Ю. Романов, В. П. Силин, С. А. Урюпин

Исследованы спектры поперечных нуль-звуковых волн в двухкомпонентной вырожденной ферми-жидкости. Установлены диапазоны существования двух и одной волн в зависимости от величины параметров жидкостного взаимодействия.

В 1956 году Л. Д. Ландау для систем нейтральных сильно взаимодействующих частиц предложил [1] продуктивный теоретический подход, описывающий их различные свойства. Область применимости теории ферми-жидкости значительно расширилась благодаря работам В. П. Силина, который применил идеи теории ферми-жидкости к электронам нормального металла [2, 3] (см., также [4, 5]). Учет межэлектронного взаимодействия приводит к связи нуль-звуковых волн с электромагнитными [6]. Когда нуль-звук связан с продольным электромагнитным полем, будем говорить о продольном нуль-звуке, а, когда он связан с поперечным электромагнитным полем – о поперечном нуль-звуке. В [7] указано на возможность распространения нуль-звука в направлениях симметрии металла. В [8] теория Ландау была обобщена на случай двух сортов квазичастиц в применении к ядру. Применительно к металлам, уравнения двухкомпонентной электронной ферми-жидкости использованы в [9] для изучения продольных нуль-звуковых волн и в [10] – для изучения рассеяния электромагнитных волн. В [11] измерена скорость нуль-звуковых волн в галлии, в электронном спектре которого наиболее существенную роль играют носители 6-й дырочной и 7-й электронной зон. Отметим также, что двухкомпонентной системой является нитрид урана, проводимость которого определяется электронами d и f оболочек [12]. Поперечные нуль-звуковые волны в однокомпонентной вырожденной ферми-жидкости изучены в работе [3]. В настоящем сообщении исследуются спектры поперечных нуль-звуковых волн в двухкомпонентной ферми-жидкости. Установлено, что наличие двух сортов квазичастиц приводит к возможности существования двух поперечных нуль-звуковых волн, скорости которых существенно зависят от величин констант ферми-жидкостного взаимодействия. Такие волны существуют при достаточно большом взаимодействии между частицами одного сорта и более слабом взаимодействии с частицами другого сорта. Установлены условия, в которых возможно распространение лишь одной поперечной нуль-звуковой волны.

Квазичастицы в двухкомпонентной ферми-жидкости будем описывать функцией распределения $f_\alpha(\vec{p},\vec{r},t)$, где $\alpha = d, f$ – индекс сорта частицы, $\vec{p}$ – квазиимпульс. Энергия квазичастиц $\epsilon_\alpha(\vec{p},\vec{r},t)$ является функционалом функции распределения. Когда функция распределения отклоняется на малую величину $\delta f_\alpha(\vec{p},\vec{r},t)$ от равновесной функции распределения $f_{0\alpha}(\vec{p})$, тогда

$$f_\alpha(\vec{p},\vec{r},t) = f_{0\alpha}(\vec{p}) + \delta f_\alpha(\vec{p},\vec{r},t). \tag{1}$$

Распределению $f_\alpha(\vec{p},\vec{r},t)$ соответствует энергия квазичастиц

$$\epsilon_\alpha(\vec{p},\vec{r},t) = \epsilon_{0\alpha}(\vec{p}) + \delta\epsilon_\alpha(\vec{p},\vec{r},t), \tag{2}$$

где $\epsilon_{0\alpha} = \epsilon_{0\alpha}(\vec{p})$ – энергия, отвечающая равновесному распределению, а изменение энергии квазичастиц описывается соотношением

$$\delta\epsilon_\alpha(\vec{p},\vec{r},t) = \sum_{\beta=d,f}\int F^{\alpha\beta}(\vec{p},\vec{p}^{\,\prime})\delta f_\beta(\vec{p}^{\,\prime},\vec{r},t)d\vec{p}^{\,\prime}, \tag{3}$$

где $F^{\alpha\beta}(\vec{p},\vec{p}^{\,\prime})$ – функция взаимодействия квазичастиц. Фурье-компонента малой добавки к функции распределения $\delta f_\alpha = \delta f_\alpha(\vec{p},k,\omega)$ удовлетворяет кинетическому уравнению [2]:

$$-i\omega\delta f_\alpha + i\vec{k}\vec{v}_\alpha\left(\delta f_\alpha - \frac{\partial f_{0\alpha}}{\partial\epsilon_{0\alpha}}\delta\epsilon_\alpha\right) = -e_\alpha(\vec{E}\vec{v}_\alpha)\frac{\partial f_{0\alpha}}{\partial\epsilon_{0\alpha}}. \tag{4}$$

Здесь $f_{0\alpha} = f_{0\alpha}(\vec{p})$, $\delta\epsilon_\alpha = \delta\epsilon_\alpha(\vec{p},k,\omega)$, $\vec{v}_\alpha = \partial\epsilon_{0\alpha}(\vec{p})/\partial\vec{p}_\alpha$, e_α – заряд квазичастицы α-сорта, $\vec{E}$ – напряженность электрического поля. В уравнении (4) опущен интеграл столкновений, поскольку обычно длина волны нуль-звуковых колебаний значительно меньше длины свободного пробега электрона. Поправка δf_α определяет фурье-компоненту неравновесной плотности тока

$$\delta\vec{j} = \sum_{\alpha=d,f} e_\alpha\int d\vec{p}_\alpha\vec{v}_\alpha\left(\delta f_\alpha - \frac{\partial f_{0\alpha}}{\partial\epsilon_{0\alpha}}\delta\epsilon_\alpha\right), \tag{5}$$

которая входит в волновое уравнение

$$(\omega^2 - k^2c^2)\vec{E} = -4\pi i\omega\delta\vec{j}, \tag{6}$$

где c – скорость света. В случае изотропной поверхности Ферми функция взаимодействия квазичастиц $F^{\alpha\beta}(\vec{p},\vec{p}')$ является функцией угла Θ между $\vec{p}$ и $\vec{p}'$ и может быть разложена в ряд по полиномам Лежандра $P_n(\cos\Theta)$,

$$Z_\beta F^{\alpha\beta}(\vec{p},\vec{p}') = \sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)A_n^{\alpha\beta}P_n(\cos\Theta),\ Z_\beta = \int d\vec{p}_\beta\left(-\frac{\partial f_{0\beta}}{\partial\epsilon_{0\beta}}\right) = \frac{3N_\alpha}{v_{F\alpha}p_{F\alpha}} \tag{7}$$

– плотность состояний, N_α – плотность числа частиц, $v_{F\alpha}$ и $p_{F\alpha}$ – скорость и импульс Ферми. Совокупность безразмерных коэффициентов $A_n^{\alpha\beta}$ представляет собой набор феноменологических параметров, описывающих свойства изотропной ферми-жидкости взаимодействующих электронов.

Используем кинетическое уравнение (4) для вырожденной электронной ферми-жидкости, считая, что она занимает бесконечное пространство и электрическое поле $\vec{E}$ направлено вдоль оси x, $\vec{E} = (E,0,0)$. Получим дисперсионные соотношения для звуковых волн с частотой ω и волновым вектором $\vec{k} = (0,0,k)$, направленным вдоль оси z. Переходя к сферическим координатам, решение кинетического уравнения (4) представим в виде

$$\delta f_\alpha = -\frac{\partial f_{0\alpha}}{\partial\epsilon_{0\alpha}}\Phi_\alpha(\theta)\cos\varphi. \tag{8}$$

Тогда для функций $\Phi_\alpha(\theta)$ имеем систему связанных линейных интегральных уравнений вида

$$-i\omega\Phi_\alpha(\theta) + ikv_{F\alpha}\cos\theta\left\{\Phi_\alpha(\theta) + \frac{3}{4}\sin\theta\sum_{\beta=d,f}A_1^{\alpha\beta}\int_0^\pi d\theta'\sin^2\theta'\Phi_\beta(\theta')\right\} = \tag{9}$$

$$= e_\alpha E v_{F\alpha}\sin\theta,\ \alpha = d,f.$$

Согласно (9), возмущения вида (8) зависят только от коэффициентов $A_1^{\alpha\beta}$ при полиномах Лежандра первой степени. В соответствии с определением (5) неравновесная плотность тока связана с функциями $\Phi_\alpha(\theta)$ соотношением

$$\delta\vec{j} = (\delta j,0,0),\ \delta j = \sum_{\alpha=d,f}e_\alpha v_{F\alpha}Z_\alpha\left\{\Phi_\alpha + \sum_{\beta=d,f}A_1^{\alpha\beta}\Phi_\beta\right\}, \tag{10}$$

где Φ_α имеет вид:

$$\Phi_\alpha = \frac{1}{4}\int d\theta\sin^2\theta\Phi_\alpha(\theta). \tag{11}$$

Из (9) имеем систему двух уравнений для определения Φ_d и Φ_f:

$$\Phi_\alpha\left[1+A_1^{\alpha\alpha}+\frac{3}{2}s_\alpha G(s_\alpha)A_1^{\alpha\alpha}\right]+\Phi_\beta A_1^{\alpha\beta}\left[1+\frac{3}{2}s_\alpha G(s_\alpha)\right]=-\frac{i}{2k}e_\alpha EG(s_\alpha), \tag{12}$$

$$\alpha=d,f,\ \beta\neq\alpha,$$

где использованы обозначения:

$$s_\alpha=\frac{\omega}{kv_{F\alpha}},\ G(s_\alpha)=-s_\alpha+s_\alpha(1-s_\alpha^2)\int\limits_0^1\frac{dx}{x^2-s_\alpha^2}. \tag{13}$$

Из (12) находим связь Φ_α с полем E. Подставив Φ_α в соотношение (10), получаем плотность тока, которая входит в правую часть волнового уравнения (6). В итоге приходим к линейному однородному уравнению для поля E, нетривиальные решения которого существуют, если имеет место следующее дисперсионное уравнение:

$$\begin{gathered}D(\omega^2-k^2c^2)+\frac{3}{2}\sum_{a\neq\beta}\omega^2 s_\alpha\times\\ \times\left\{(1+A_1^{\alpha\alpha})\left[G_\alpha(1+R_\beta A_1^{\beta\beta})-\frac{e_\beta}{e_\alpha}G_\beta A_1^{\alpha\beta}R_\alpha\right]+\right.\\ \left.+A_1^{\alpha\beta}\left[\frac{e_\beta}{e_\alpha}G_\beta(1+R_\alpha A_1^{\alpha\alpha})-G_\alpha A_1^{\beta\alpha}R_\beta\right]\right\}=0.\end{gathered} \tag{14}$$

Здесь $\omega_\alpha^2=4\pi e_\alpha^2N_\alpha v_{F\alpha}/p_{F\alpha}$, $G_\alpha=G(s_\alpha)$, $R_\alpha=1+3s_\alpha G_\alpha/2$, D – детерминант системы уравнений (12),

$$D=[1+A_1^{dd}R_d][1+A_1^{ff}R_f]-A_1^{df}A_1^{fd}R_fR_d. \tag{15}$$

В пределе $N_\beta\to 0$ уравнение (14) переходит в дисперсионное уравнение для однокомпонентной ферми-жидкости [3].

Подобно работе [3], остановимся на изучении сравнительно коротковолновых решений уравнения (14), когда выполнены неравенства $kc\gg\omega$, ω_α. В таком пределе дисперсионное уравнение (14) сводится к условию обращения в ноль детерминанта D (15), которое определяет скорости нуль-звуковых волн s_α. С целью выявления качественных следствий уравнения $D=0$, рассмотрим простейший случай, когда фазовые скорости волн значительно превосходят фермиевские скорости частиц. При $s_\alpha\gg 1$, используя разложение $R_\alpha\approx -1/5s_\alpha^2-3/35s_\alpha^4$, находим

$$s_d^2=\frac{1}{10}\left\{A_1^{dd}+A_1^{ff}u^{-2}\pm\sqrt{(A_1^{dd}+A_1^{ff}u^{-2})^2-4Au^{-2}}\right\}, \tag{16}$$

где $u = v_{Fd}/v_{Ff}$, $A \equiv A_1^{dd}A_1^{ff} - A_1^{df}A_1^{fd}$. При переходе к однокомпонентной жидкости $N_f \to 0, (u \to 0)$ решение со знаком минус перед корнем в (16) пропадает. Поскольку (16) получено при $s_d \gg 1$, то решения возможны при сравнительно больших константах, когда $A_1^{dd} + A_1^{\beta\beta}u^{-2} \gg 1$. Два решения возможны, если

$$(A_1^{dd} + A_1^{ff}u^{-2})^2 \gg (A_1^{dd} + A_1^{ff}u^{-2})^2 - 4Au^{-2}. \qquad (17)$$

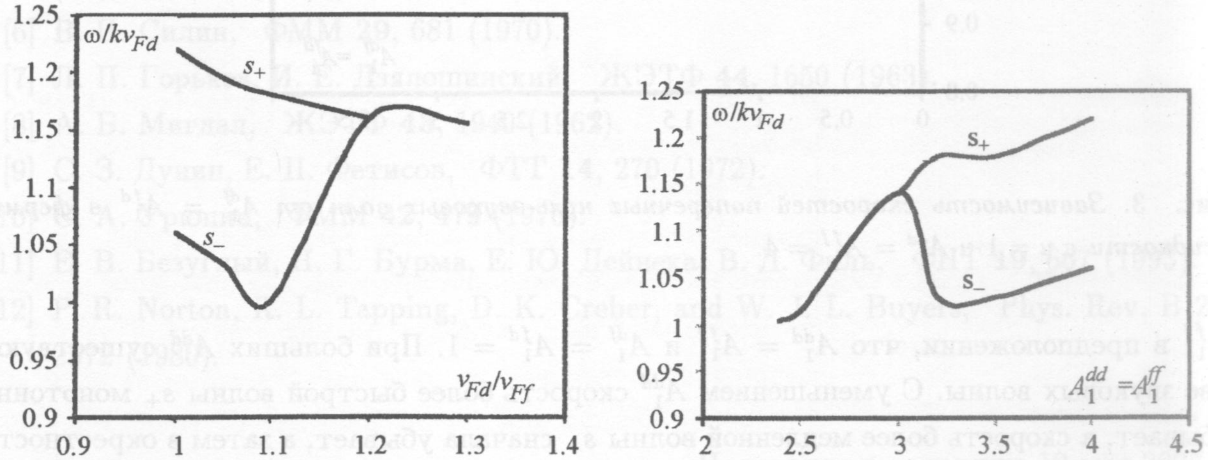

Рис. 1. *Зависимость скоростей поперечных нуль-звуковых волн от отношения скоростей Ферми v_{Fd}/v_{Ff}. Кривые отвечают ферми-жидкости с $A_1^{dd} = A_1^{ff} = 4$ и $A_1^{df} = A_1^{fd} = 1$.*

Рис. 2. *Скорости поперечных нуль-звуковых волн в зависимости от $A_1^{dd} = A_1^{ff}$. Кривые построены для ферми-жидкости с $A_1^{df} = A_1^{fd} = 1$ и $v_{Fd} = v_{Ff}$.*

Простая зависимость вида (16) имеет место при аномально больших значениях параметров $A_1^{\alpha\beta}$. Для сравнительно небольших $A_1^{\alpha\beta}$ уравнение (15) решалось численно. На рис. 1 приведена зависимость корней дисперсионного уравнения (15) от величины отношения скоростей Ферми $u = v_{Fd}/v_{Ff}$. Кривые построены при $A_1^{dd} = A_1^{ff} = 4$ и $A_1^{df} = A_1^{fd} = 1$. Согласно рис. 1, при u, близких к единице, существуют две поперечные нуль-звуковые волны. Скорость одной из них убывает с увеличением u, а скорость второй сначала убывает, а затем возрастает. При $u \approx 1.2$ скорости двух мод становятся равными по величине. При еще больших u существует только одна звуковая волна. Поскольку две волны наиболее ярко различимы при u, близких к единице, то на рис. 2 и 3 приведены результаты численного решения уравнения (15) при $u = 1$. На рис. 2 приведены зависимости скорости звука от величины диагональных компонент A_1^{dd} и

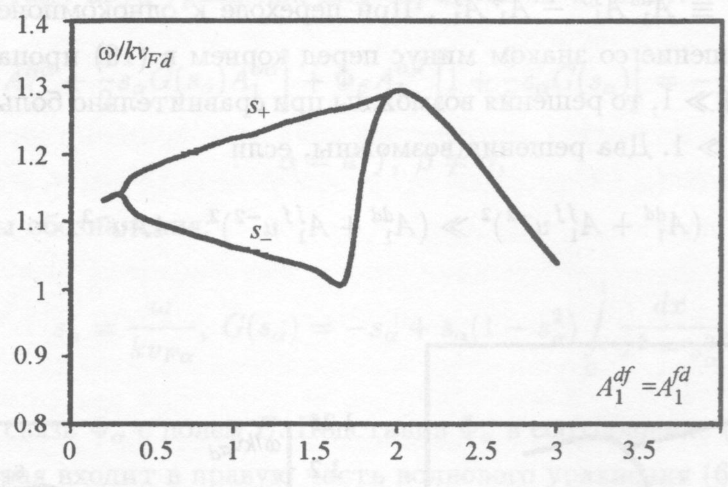

Рис. 3. *Зависимость скоростей поперечных нуль-звуковых волн от* $A_1^{df} = A_1^{fd}$ *в ферми-жидкости с* $u = 1$ *и* $A_1^{dd} = A_1^{ff} = 4$.

A_1^{ff} в предположении, что $A_1^{dd} = A_1^{ff}$ и $A_1^{df} = A_1^{fd} = 1$. При больших A_1^{dd} существуют две звуковых волны. С уменьшением A_1^{dd} скорость более быстрой волны s_+ монотонно убывает, а скорость более медленной волны s_- сначала убывает, а затем в окрестности $A_1^{dd} \approx 3$ резко подрастает и становится равной скорости s_-. При $A_1^{dd} \leq 3$ остается только одна волна, скорость которой уменьшается до скорости Ферми. Такая волна существует лишь в диапазоне $2.4 \leq A_1^{dd} \leq 3$. При A_1^{dd} меньших 2.4 решений нет. Нетривиальные зависимости скоростей звука от величины недиагональных параметров взаимодействия $A_1^{df} = A_1^{fd}$ приведены на рис. 3 для ферми-жидкости с $u = 1$ и $A_1^{dd} = A_1^{ff} = 4$. При слабом взаимодействии квазичастиц разных сортов существует одна волна. С увеличением A_1^{df} при $A_1^{df} \approx 0.3$ происходит расщепление спектра и появляются две волны со скоростями s_+ и s_-. Отличие между скоростями s_+ и s_- сначала с ростом $A_1^{df} = A_1^{fd}$ увеличивается, а затем уменьшается. При $A_1^{df} \approx 1.9$ две ветви смыкаются, и при еще большем взаимодействии квазичастиц разных сортов остается одна волна.

Установленные выше нетривиальные зависимости спектров поперечных нуль-звуковых волн от параметров ферми-жидкостного взаимодействия позволяют рассчитывать на возможность получения детальной информации о сильном взаимодействии электронов по экспериментальному изучению распространения таких волн в металлах, свойства которых определяются квазичастицами двух сортов.

Работа выполнена при финансовой поддержке целевой программы РАН "Сильно коррелированные электронные системы и квантовые критические явления".

ЛИТЕРАТУРА

[1] Л. Д. Ландау, ЖЭТФ **30**, 1058 (1956).

[2] В. П. Силин, ЖЭТФ **33**, 495 (1957).

[3] В. П. Силин, ЖЭТФ **35**, 1243 (1958).

[4] Д. Пайнс, Ф. Нозьер, *Теория квантовых жидкостей* (М., Мир 1967).

[5] А. С. Кондратьев, А. С. Кучма, *Электронная жидкость нормальных металлов* (Л., Изд. ЛГУ, 1980).

[6] В. П. Силин, ФММ **29**, 681 (1970).

[7] Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, ЖЭТФ **44**, 1650 (1963).

[8] А. Б. Мигдал, ЖЭТФ **43**, 1940 (1962).

[9] С. З. Дунин, Е. П. Фетисов, ФТТ **14**, 270 (1972).

[10] С. А. Урюпин, ФММ **42**, 479 (1976).

[11] Е. В. Безуглый, Н. Г. Бурма, Е. Ю. Дейнека, В. Д. Филь, ФНТ **19**, 667 (1993).

[12] P. R. Norton, R. L. Tapping, D. K. Creber, and W. J. L. Buyers, Phys. Rev. B **21**, 2572 (1980).

Поступила в редакцию 19 мая 2008 г.