Посвящается памяти Анри Амвросьевича Рухадзе

УДК 539

О ПРОБЛЕМЕ ЭНЕРГИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В СРЕДЕ С ВРЕМЕННОЙ И ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ДИСПЕРСИЕЙ В УСЛОВИЯХ ПОГЛОЩЕНИЯ

А. Г. Загородний[1], С. А. Тригер[2,3]

Обсуждается проблема расчета энергии электромагнитного поля вне области прозрачности. Показано, что вклад заряженных частиц в энергию электромагнитных возмущений в общем случае можно описать в терминах билинейной комбинации диэлектрической поляризуемости среды. Найден явный вид такого вклада. Полученные соотношения используются для обобщения закона Планка на случай поглощающей среды.

Ключевые слова: спектральная плотность излучения, диэлектрическая проницаемость, пространственная и временная дисперсия.

Введение. Как известно, плотность энергии электромагнитной волны в среде с пространственной и временной дисперсией может быть последовательно определена только в области прозрачности [1–3]. В то же время в цитированных работах нет общих соотношений для энергии электромагнитного поля при наличии поглощения.

Хотя идея описания энергии электромагнитного поля в общем случае была сформулирована много лет назад [4–7], эта задача требует дальнейшего рассмотрения. В энергию электромагнитного возмущения следует включить как “чистую” электромагнитную энергию, так и кинетическую энергию носителей заряда, получаемую за счет их движения в электромагнитное поле.

Целью настоящей работы является получение общего соотношения для энергии электромагнитного возмущения в среде вне области ее прозрачности с учетом временной и пространственной дисперсии. Полученные соотношения применяются для расче-

[1] Институт теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова НАН Украины, 03680 Украина, Киев, ул. Метрологическая, 14-б; e-mail: azagorodny@bitp.kiev.ua.

[2] Объединенный институт высоких температур РАН, 125412 Россия, Москва.

[3] ИОФ РАН, 199119 Россия, Москва, ул. Вавилова, 38; e-mail: satron@mail.ru.

та энергии поля флуктуаций и обобщения формулы Планка для случая непрозрачной среды.

Энергии электромагнитного поля в среде с временной и пространственной дисперсией. Начнем с уравнений Максвелла для электромагнитного поля в среде в форме [2, 3, 8]

$$\mathrm{rot}\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r},t)}{\partial t}, \qquad \mathrm{div}\mathbf{B}(\mathbf{r},t) = 0,$$

$$\mathrm{rot}\mathbf{B}(\mathbf{r},t) = \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{D}(\mathbf{r},t)}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}\mathbf{J}^e(\mathbf{r},t), \quad \mathrm{div}\mathbf{D}(\mathbf{r},t) = 4\pi\rho^e(\mathbf{r},t), \tag{1}$$

где $\mathbf{J}^e(\mathbf{r},t)$ и $\rho^e(\mathbf{r},t)$ – внешние источники, если они присутствуют. Полный отклик среды на электромагнитное поле можно выразить через тензор диэлектрической проницаемости $\varepsilon_{ij}(\mathbf{r},\mathbf{r}';t-t')$ или тензор проводимости $\sigma_{ij}(\mathbf{r},\mathbf{r}';t-t')$ [9]

$$D_i(\mathbf{r},t) = \int\limits_{-\infty}^{t} dt' \int d\mathbf{r}' \varepsilon_{ij}(\mathbf{r},\mathbf{r}';t-t')E_j(\mathbf{r}',t')$$

и

$$J_i(\mathbf{r},t) = \int\limits_{-\infty}^{t} dt' \int d\mathbf{r}' \sigma_{ij}(\mathbf{r},\mathbf{r}';t-t')E_j(\mathbf{r}',t'), \tag{2}$$

где $J_i(\mathbf{r},t)$ – полный индуцированный ток, а тензоры $\varepsilon_{ij}(\mathbf{r},\mathbf{r}';t-t')$ и $\sigma_{ij}(\mathbf{r},\mathbf{r}';t-t')$ связаны между собой

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{r},\mathbf{r}';t-t') = \delta_{ij}\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\delta(t-t') + \int\limits_{t'}^{t} dt''\sigma_{ij}(\mathbf{r},\mathbf{r}';t''-t'). \tag{3}$$

Для описания взаимодействия электромагнитных полей со средой дополним уравнения (1), (2) кинетическим уравнением для частиц плазмы

$$\left\{\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + \frac{e_\alpha}{m_\alpha}\mathbf{F}^{\mathrm{ext}} + \frac{e_\alpha}{m_\alpha}\left[\mathbf{E}(\mathbf{r},t) + \frac{\mathbf{v}}{c}\times\mathbf{B}(\mathbf{r},t)\right]\frac{\partial}{\partial \mathbf{v}}\right\}\cdot f_\alpha(\mathbf{r},\mathbf{v},t) = I, \tag{4}$$

где $f_\alpha(\mathbf{r},\mathbf{v},t)$ – функция распределения частиц сорта α, I – интеграл столкновений, $\mathbf{F}^{\mathrm{ext}}$ – внешнее поле.

Уравнение (4) справедливо в случае классической плазмоподобной среды. Однако возможно обобщение описания на квантовую плазму и плазменно-молекулярные системы [8, 10]. Для формулировки общего подхода необходимо знать только общую связь между индуцированными макроскопическими токами $\mathbf{J}(\mathbf{r},t)$ и самосогласованным электрическим полем $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$, задаваемую уравнением (2).

Как известно, энергия квазимонохроматического поля $W(\omega)$ в случае слабо поглощающей однородной среды описывается формулой Бриллюэна [7]

$$W^{\text{Brill.}} = \frac{1}{16\pi}\left\{\frac{\partial}{\partial\omega}[\omega\varepsilon_{ij}(\omega)]E_{\mathbf{k},i}E^*_{\mathbf{k},j} + B_{\mathbf{k},i}B^*_{\mathbf{k},j}\right\}. \tag{5}$$

Для описания сильно поглощающей среды получим уравнение для энергетического баланса, которое учитывает энергию частиц явно. Умножая кинетическое уравнение (4) на $n_\alpha m_\alpha v^2$ (n_α – плотность частиц сорта α) и интегрируя по скорости $\mathbf{v}$, получаем уравнения баланса [4, 5]

$$\frac{\partial}{\partial t}\left\{\frac{1}{8\pi}\left(\mathbf{E}^2(\mathbf{r},t)+\mathbf{B}^2(\mathbf{r},t)\right) + \sum_\alpha\int d\mathbf{v}\frac{n_\alpha m_\alpha v^2}{2}f_\alpha(X,t)\right\}+$$

$$+\frac{\partial}{\partial\mathbf{r}}\left\{\frac{c}{4\pi}\left[\mathbf{E}(\mathbf{r},t)\times\mathbf{B}(\mathbf{r},t)\right] + \sum_\alpha\int d\mathbf{v}\,\mathbf{v}\frac{n_\alpha m_\alpha v^2}{2}f_\alpha(X,t)\right\} + \mathbf{J}^e(\mathbf{r},t)\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = 0. \tag{6}$$

В (6) присутствуют члены, ответственные за энергию частиц и энергетический поток, поэтому для нахождения энергии в непрозрачной среде достаточно знать функцию распределения.

В нулевом приближении по газодинамическому параметру ($l/L \ll 1$, где l – длина свободного пробега, а L – характерный размер системы) решение кинетического уравнения (4) можно записать в виде локального максвелловского распределения [9]

$$f_\alpha(X,t) = \frac{n_\alpha(\mathbf{r},t)}{n_\alpha}\left(\frac{m_\alpha}{2\pi T_\alpha(\mathbf{r},t)}\right)^{3/2}\exp\left[-\frac{m_\alpha(\mathbf{v}-\mathbf{u}_\alpha(\mathbf{r},t))}{2T_\alpha(\mathbf{r},t)}\right], \tag{7}$$

где

$$n_\alpha(\mathbf{r},t) = n_\alpha\int d\mathbf{v}f_\alpha(X,t), \quad u_\alpha(\mathbf{r},t) = \frac{n_\alpha\int\mathbf{v}d\mathbf{v}f_\alpha(X,t)}{n_\alpha(\mathbf{r},t)},$$

$$T_\alpha(\mathbf{r},t) = \frac{n_\alpha m_\alpha\int d\mathbf{v}(\mathbf{v}-\mathbf{u}_\alpha(\mathbf{r},t))^2 f_\alpha(X,t)}{6n_\alpha(\mathbf{r},t)}. \tag{8}$$

В этом приближении можно представить полную плотность энергии W в виде

$$W = W_F + W_K + W_T = \frac{1}{8\pi}\left(\mathbf{E}^2(\mathbf{r},t)+\mathbf{B}^2(\mathbf{r},t)\right)+$$

$$+\sum_\alpha\left(\frac{3}{2}n_\alpha(\mathbf{r},t)T_\alpha(\mathbf{r},t)+\frac{m_\alpha n_\alpha(\mathbf{r},t)\mathbf{u}_\alpha^2(\mathbf{r},t)}{2}\right), \tag{9}$$

где энергия, относящаяся к полю W_F, тепловая энергия W_T и потоковая энергия W_K равны соответственно

$$W_F=\frac{1}{8\pi}\left(\mathbf{E}^2(\mathbf{r},t)+\mathbf{B}^2(\mathbf{r},t)\right), W_T=\sum_\alpha\frac{3}{2}n_\alpha(\mathbf{r},t)T_\alpha(\mathbf{r},t),$$

$$W_K=\sum_\alpha n_\alpha(\mathbf{r},t)\frac{m_\alpha u_\alpha^2(\mathbf{r},t)}{2}\simeq\sum_\alpha\frac{m_\alpha}{2e_\alpha^2 n_\alpha}J_\alpha^2(\mathbf{r},t). \tag{10}$$

Здесь $J_\alpha(\mathbf{r},t)$ равняется сумме парциальных вкладов частиц сорта α в индуцированный ток $J(\mathbf{r},t)=\sum_\alpha J_\alpha(\mathbf{r},t)$. В последнем равенстве (10) мы ограничились вторым порядком теории возмущений. Интересующая нас энергия, связанная с электромагнитным полем, представляется суммой W_F и W_K.

Нужно отметить, что уравнение (10) показывает, что кинетическая энергия, приобретаемая частицами под действием электромагнитного поля, может быть непосредственно выражена через усредненную индуцированную скорость. Этот подход использовал В. Гинзбург для оценки плотности энергии частиц в случае холодной плазмы. Однако, как видно, уравнение (10) не требует такого ограничения.

Обобщение результатов, полученных в [5–7], может быть получено с использованием соотношения между индуцированным током и электрическим полем (3), которое дает

$$W_K=\sum_\alpha\frac{m_\alpha}{2e_\alpha^2 n_\alpha}\int\limits_{-\infty}^{t}dt'\int d\mathbf{r}'\sigma_{ij}^{(\alpha)}(\mathbf{r},\mathbf{r}';t,t')\times$$

$$\times\int\limits_{-\infty}^{t}dt''\int d\mathbf{r}''\sigma_{ij}^{(\alpha)}(\mathbf{r},\mathbf{r}'';t,t'')E_j(\mathbf{r}',t')E_k(\mathbf{r}'',t''). \tag{11}$$

Переходя к фурье-образам в (11) и вводя обобщенную поляризуемость $\chi_{ij}^{(\alpha)}(\mathbf{k},\omega)\equiv 4\pi i\sigma_{ij}^{(\alpha)}(\mathbf{k},\omega)/\omega$, перепишем эффективную энергию электромагнитного возмущения в плазмоподобной среде $W_F^{\text{eff}}\equiv W_F+W_K$ в виде

$$W_F^{\text{eff}}=\frac{1}{8\pi}\int\frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3}\int\frac{d\mathbf{k}'}{(2\pi)^3}\int\frac{d\omega}{2\pi}\int\frac{d\omega'}{2\pi}\exp[i(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\mathbf{r}-i(\omega-\omega')t]\times$$

$$\times\left\{\frac{k_i k_j'}{\mathbf{k}\mathbf{k}'}+\left(1+\frac{c^2}{\omega\omega'}\mathbf{k}\ \mathbf{k}'\right)\left(\delta_{ij}-\frac{k_i k_j'}{\mathbf{k}\ \mathbf{k}'}\right)+\right.$$

$$\left.+\sum_{\alpha=e,i}\frac{\omega\omega'}{\omega_{p\alpha}^2}\chi_{ki}^{(\alpha)}(\mathbf{k},\omega)\chi_{\mathbf{k}j}^{(\alpha)*}(\mathbf{k}',\omega')\right\}E_{i\mathbf{k}\omega}E^*_{j\mathbf{k}'\omega'}\ , \tag{12}$$

где $\omega_{p\alpha}^2 = 4\pi e_\alpha^2 n_\alpha/m_\alpha$. Это общее соотношение для энергии электромагнитного возмущения в плазменной среде.

В случае монохроматического поля $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)=\frac{1}{2}\{\mathbf{E}(\mathbf{r})\ \exp[-i\omega t]+\mathbf{E}^*(\mathbf{r})\exp[i\omega t]\}$ после усреднения по периоду колебаний $T = 2\pi$ и объему системы V, уравнение (12) сводится к

$$\overline{W}\equiv\overline{W}_F^{\mathrm{eff}}=\frac{1}{16\pi V}\int\frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3}\times$$

$$\times\left\{\left(\delta_{ij}-\frac{k_i k_j}{k^2}\right)\left(1+\frac{c^2k^2}{\omega^2}\right)+\frac{k_i k_j}{k^2}+\sum_{\alpha=e,i}\frac{\omega^2}{\omega_{p\alpha}^2}\chi_{ki}^{(\alpha)}(\mathbf{k},\omega)\chi_{kj}^{(\alpha)*}(\mathbf{k},\omega)\right\}\overline{E_{\mathbf{k}i}E^*_{\mathbf{k}j}}. \tag{13}$$

Рассмотрим теперь случай формального пренебрежения пространственной дисперсией, положив $\chi_{ij}^{(\alpha)}(\mathbf{k},\omega)=\chi_{ij}^{(\alpha)}(\omega)$. При этом уравнение (13) представляется суммой $\overline{W}\equiv\overline{W}_E+\overline{W}_B$, где

$$\overline{W}_E=\frac{1}{16\pi}\left\{\delta_{ij}+\sum_{e,i}\frac{\omega^2}{\omega_{p\alpha}^2}\chi_{ki}^{(\alpha)}(\omega)\chi_{kj}^{(\alpha)*}(\omega)\right\}\overline{E_iE_j^*},$$

$$\overline{W}_B=\frac{1}{16\pi}\overline{|\mathbf{B}|}^2,\qquad \overline{|\mathbf{B}|}^2=\frac{1}{V}\int d\mathbf{r}|\mathbf{B}(\mathbf{r})|^2,\qquad \overline{E_iE_j^*}=\frac{1}{V}\int d\mathbf{r}E_i(\mathbf{r})E_j^*(\mathbf{r}). \tag{14}$$

Используя (13), (14) и выражение для восприимчивости $\chi_{ij}^{(e)}(\omega)=-\delta_{ij}\ \omega_{pe}^2/[\omega(\omega+i\nu_e)]$ с эффективной частотой столкновений ν_e, легко восстановить результаты, полученные в работах [6, 7], для плотности энергии электромагнитного поля при наличии столкновительного затухания

$$\overline{W}_E=\frac{1}{16\pi}\left[1+\frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2+\nu_e}\right]\overline{|\mathbf{E}|^2}. \tag{15}$$

Заметим, что уравнения (14) и (15) согласуются в случае не диссипативной системы ($\nu = 0$) с известным соотношением (см. первый член в $W^{\mathrm{Bril.}}$ (5)).

Легко показать, что уравнение (13) можно применить и к описанию плотности энергии флуктуаций. Выполняя статистическое усреднение в уравнении (13), получаем

$$\langle W\rangle=\frac{1}{8\pi}\int\frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3}\int\frac{d\omega}{2\pi}\times$$

$$\times \left\{ \frac{k_i k_j}{k^2} + \left(1 + \frac{c^2 k^2}{\omega^2}\right) \left(\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2}\right) + \sum_{\alpha=e,i} \frac{\omega^2}{\omega_{p\alpha}^2} \chi_{ki}^{(\alpha)}(\mathbf{k},\omega) \chi_{kj}^{(\alpha)*}(\mathbf{k},\omega) \right\} \langle \delta E_i \delta E_j \rangle_{\mathbf{k}\omega}. \quad (16)$$

При выводе уравнения (16) принято во внимание, что $\langle \delta E_{i\mathbf{k}\omega} \delta E^*_{j\mathbf{k}'\omega'} \rangle = (2\pi)^4 \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}')\delta(\omega - \omega')\langle \delta E_i \delta E_j \rangle_{\mathbf{k}\omega}$, где

$$\langle \delta E_i \delta E_j \rangle_{\mathbf{k}\omega} = \int d\mathbf{R} \exp[-i\mathbf{k}\ \mathbf{R}] \int d\tau \exp[i\omega\tau] \langle \delta E_i(\mathbf{r},t) \delta E_j(\mathbf{r}',t') \rangle_{\mathbf{k}\omega},$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}', \qquad \tau = t - t'. \quad (17)$$

В случае равновесной системы $\langle \delta E_i \delta E_j \rangle_{\mathbf{k},\omega}$ задается флуктуационно-диссипационной теоремой [2, 3]

$$\langle \delta E_i \delta E_j \rangle_{\mathbf{k}\omega} = \frac{4\pi i}{\omega} \theta(\omega) \left\{ \Lambda_{ij}^{-1}(\mathbf{k},\omega) - \Lambda_{ji}^{-1*}(\mathbf{k},\omega) \right\}, \quad (18)$$

где

$$\theta \equiv \frac{\hbar\omega}{2} \coth \frac{\hbar\omega}{2T}, \qquad \Lambda_{ij}(\mathbf{k},\omega) = \varepsilon_{ij}(\mathbf{k},\omega) - \frac{k^2 c^2}{\omega^2} \left(\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2}\right). \quad (19)$$

Дальнейшее упрощение (18), (19) связано с изотропией системы, когда

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{k},\omega) = \varepsilon_T(|\ \mathbf{k}\ |,\omega) \left(\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2}\right) + \varepsilon_L(|\ \mathbf{k}\ |,\omega) \frac{k_i k_j}{k^2}, \quad (20)$$

где $\varepsilon_T(|\ \mathbf{k}\ |,\ \omega)$ и $\varepsilon_L(|\ \mathbf{k}\ |,\omega)$ являются соответственно поперечной и продольной частями тензора диэлектрической проницаемости.

Подстановка (20) в (18) и (16) дает

$$\langle W \rangle = \int_0^\infty \langle W \rangle_\omega d\omega. \quad (21)$$

Для общего случая непрозрачной плазменной среды получаем

$$\langle W \rangle_\omega = \frac{\theta(\omega)}{2\pi^3 \omega} \int_0^\infty dk\, k^2 \left\{ \frac{\mathrm{Im}\varepsilon_L(k,\omega)}{|\varepsilon_L(k,\omega)|^2} \cdot \left[1 + \sum_{\alpha=e,i} \frac{\omega^2 + \omega_{0\alpha}^2}{\omega_{p\alpha}^2} |\chi_L^{(\alpha)}(\mathbf{k},\omega)|^2 \right] + \right.$$
$$\left. + \frac{2\mathrm{Im}\varepsilon_T(k,\omega)}{|\varepsilon_T(k,\omega) - (k^2c^2)/(\omega^2)|^2} \cdot \left[1 + \frac{k^2 c^2}{\omega^2} + \sum_{\alpha=e,i} \frac{\omega^2 + \omega_{0\alpha}^2}{\omega_{p\alpha}^2} |\chi_T^{(\alpha)}(\mathbf{k},\omega)|^2 \right] \right\}. \quad (22)$$

В случае пренебрежения диссипацией можно использовать аппроксимацию

$$\frac{\mathrm{Im}\varepsilon_T(k,\omega)}{|\varepsilon_T(k,\omega) - (k^2c^2)/(\omega^2)|^2} \simeq \pi\delta \left(\mathrm{Re}\varepsilon_T(k,\omega) - \frac{k^2c^2}{\omega^2} \right). \quad (23)$$

Для холодной плазмы при $\omega \gg \nu$ поперечная диэлектрическая проницаемость $\varepsilon_T(k = 0, \omega) = \varepsilon(\omega) \simeq 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$ и

$$\langle W_T \rangle_\omega = \frac{\omega^2 \theta(\omega)}{2\pi^2 c^3} \sqrt{\varepsilon(\omega)} \left(1 + \varepsilon(\omega) + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \right) = \frac{\omega^2 \theta(\omega)}{\pi^2 c^3} \sqrt{\varepsilon(\omega)}. \tag{24}$$

Этот результат согласуется с возникающим в известном подходе для плотности энергии в прозрачной среде [11]. Если мы перепишем (24) в виде

$$\langle W_T \rangle_\omega = \frac{\hbar \omega^3}{\pi^2 c^3} \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{\exp[\hbar\omega/T] - 1} \right\} \sqrt{\varepsilon(\omega)}, \tag{25}$$

мы можем интерпретировать второй член в сумме (25) как обобщение формулы Планка для прозрачной плазмы. Это обобщение следует из простого рассмотрения поперечных колебаний $\omega = \sqrt{c^2 k^2 + \omega_p^2}$ в плазме в качестве незатухающих бозонных квазичастиц [12].

В общем случае уранение (22) можно переписать в форме, используемой для модификации формулы Планка, учитывающей присутствие среды

$$\langle W \rangle_\omega = \frac{\hbar \omega^3}{\pi^2 c^3} \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{\exp[\hbar\omega/T] - 1} \right\} S(\omega), \tag{26}$$

где $S(\omega)$ описывает влияние среды

$$S(\omega) = \frac{c^3}{2\pi\omega^3} \int\limits_0^\infty dk\, k^2 \left\{ \frac{\mathrm{Im}\varepsilon_L(k,\omega)}{|\varepsilon_L(k,\omega)|^2} \cdot \left[1 + \sum_{\alpha=e,i} \frac{\omega^2 + \omega_{0\alpha}^2}{\omega_{p\alpha}^2} |\chi_L^{(\alpha)}(k,\omega)|^2 \right] + \right.$$
$$\left. + \frac{2\mathrm{Im}\varepsilon_T(k,\omega)}{|\varepsilon_T(k,\omega) - \frac{k^2c^2}{\omega^2}|^2} \cdot \left[1 + \frac{k^2 c^2}{\omega^2} + \sum_{\alpha=e,i} \frac{\omega^2 + \omega_{0\alpha}^2}{\omega_{p\alpha}^2} |\chi_T^{(\alpha)}(k,\omega)|^2 \right] \right\}. \tag{27}$$

Заключение. Таким образом, в настоящей работе мы получили общие соотношения для плотности энергии электромагнитного возмущения в поглощающей среде. Этот подход основан на неравновесном рассмотрении проблемы и предположении, что функция распределения частиц подчиняется локальному максвелловскому распределению (7). Представление (25) предполагает отделение обобщенных нулевых колебаний (первый член в фигурных скобках), которые оказываются зависящими от температуры и плотности среды через функцию $S(\omega)$ и модификацию формулы Планка (второй член в фигурных скобках (25)).

Недавно был разработан альтернативный, полностью равновесный подход к обобщению на основе квантованного электромагнитного поля [13]. В отличие от настоящей работы, в [13] вычислена только та часть энергии электромагнитного поля при наличии плазменной среды, которая обобщает формулу Планка. Нулевые колебания в этом подходе исключены с самого начала в не зависящем от плотности и температуры виде. Проведенные расчеты обнаружили длинный степенной “хвост ” спектрального распределения при высоких частотах. Подробное сравнение этих двух подходов будет рассмотрено в отдельной публикации.

С. А. Тригер благодарен Российскому фонду фундаментальных исследований за поддержку данной работы (грант № 17-02-00573).

Л И Т Е Р А Т У Р А

[1] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теоретическая физика* Т. VIII; *Электродинамика сплошных сред* (М., Физматлит, 2003).

[2] А. И. Ахиезер, И. А. Ахиезер, Р. В. Пловин и др., *Электродинамика плазмы* (М., Наука, 1974).

[3] А. Г. Ситенко, В. М. Мальнев, *Основы теории плазмы* (Киев, Наукова думка, 1994).

[4] В. Л. Гинзбург, Радиофизика **4**, 75 (1961).

[5] Б. Л. Гершман, В. Л. Гинзбург, Радиофизика **5**, 31 (1962).

[6] В. Л. Гинзбург, *Распространение электромагнитных волн в плазме* (М., Наука, 1962).

[7] Ю. С. Бараш, В. Л. Гинзбург, Успехи физических наук **118**, 523 (1976).

[8] В. П. Силин, А. А. Рухадзе, *Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред* (М., Госатомиздат, 1961).

[9] Yu. L. Klimontovich, H. Wilhelmsson, I. P. Yakimenko, and A. G. Zagorodny, Phys. Rep. **175,** 263 (1989).

[10] Yu. L. Klimontovich, A. Y. Shevchenko, I. P. Yakimenko, and A. G. Zagorodny, Contributions to Plasma Physics **29**, 551 (1989).

[11] Л. М. Левин, С. М. Рытов, *Теория равновесных тепловых флуктуаций в электродинамике* (М., Наука, 1967).

[12] S. A. Trigger, Phys. Lett. A **370**, 365 (2007).

[13] В. Б. Бобров, С. А. Тригер, Теоретическая и математическая физика **187**, 104 (2016).

Поступила в редакцию 2 апреля 2018 г.