УДК 537.538

# НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА КВАЗИКЛАССИЧЕСКОГО СПИНА В НЕСТАЦИОНАРНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

А. К. Звездин

*Рассмотрена квантовая динамика анизотропной спиновой системы с большим спином в магнитном поле, напряженность которого увеличивается (уменьшается) пропорционально времени. Такое поле индуцирует вихревое статическое электрическое поле в пространстве, нарушает аксиальную симметрию системы и индуцирует новые когерентные квантовые эффекты: образование зонного энергетического спектра с непрерывными спиновыми состояниями, квазиблоховские осцилляции и межзонный зенеровский туннельный эффект. Эти квантовые эффекты проявляются, в частности, в виде скачков намагниченности и пиков восприимчивости в рассматриваемой спиновой системе.*

В последние годы интерес к проблематике, связанной с динамикой спиновых систем, получил значительный импульс (см. [1 – 6] и цитируемую там литературу). Во многом это связано с недавними открытиями макроскопического квантового туннелирования намагниченности [1 – 5], молекулярной бистабильности и квантового гистерезиса, нового типа магнитных осцилляций, связанных с фазой Берри. Эти мезоскопические эффекты обнаружены в так называемых "системах с гигантским спином" – в магнитных нанокластерах $Mn_{12}$, $Fe_8$, в которых спин основного состояния равен 10. Можно ожидать, что некоторые проявления мезоскопических спиновых эффектов могут быть обнаружены у редкоземельных ионов с большим угловым моментом ($Dy^{3+}$, $Tb^{3+}$, $Ho^{3+}$, $Er^{3+}$, $Gd^{3+}$). Большое внимание привлекают также вопросы, связанные с макроскопической квантовой когерентностью, квантовыми измерениями в спиновых системах и механизмами разрушения квантовых корреляций за счет взаимодействия с окружением и особенно при переходе от квантовых объектов к макрообъектам. Нужно сказать, что условие наблюдения этих когерентных эффектов является более жестким, чем для вышеперечисленных, поэтому представляется актуальным поиск и изучение новых путей и ситуаций, в которых проявляются эффекты квантовой когерентности. Эта проблематика представляет и практический интерес для магнитной наноэлектроники (спинтроники) и квантовой информатики. В спинтронике одна из наиболее привлекательных идей – использовать нанокластер с гигантским спином как бистабильный элемент для молекулярной памяти будущих поколений. Эти же нанокластеры интересуют специалистов по квантовым компьютерам, как перспективные реализации $q$-битов [7 – 10].

Цель настоящей работы – исследовать квантовую динамику анизотропной квантовой системы с большим спином, находящейся в магнитном поле, которое линейно возрастает (спадает) во времени. Такое поле создает вращающий момент, действующий на спин и индуцирующий его прецессию и таким образом выявляет новые черты в динамике спиновой системы. Настоящая работа развивает идеи, ранее рассмотренные автором применительно к антиферромагнитным кластерам [11], металлическим кольцам и кольцевым молекулам [12].

Рассмотрим квантовую систему (ион, молекулу, кластер и т.п.), находящуюся под действием нарастающего (или спадающего) с постоянной скоростью магнитного поля. Представим гамильтониан системы в виде

$$\mathcal{H} = g\mu_B \vec{J}\vec{B}(t) + V_{CF}, \tag{1}$$

где $V_{CF}$ – оператор кристаллического поля. Предполагается, что $J >> 1$, поэтому ниже будет использовано квазиклассическое приближение для описания квантовой динамики рассматриваемой системы.

Представим кристаллическое поле в виде

$$V_{CF} = V^0_{CF} + V'_{CF},$$

*где*

$V^0_{CF}$ – кристаллическое поле с симметрией типа "легкая плоскость", а $V'_{CF}$ – создает анизотропию в плоскости. При этом $|V'_{CF}| << |V^0_{CF}|$. Пусть ось $z$ декартовой системы координат перпендикулярна "легкой плоскости". Предположим, что в ней содержится ось второго порядка, которая выбирается за ось $x$[1].

Пусть магнитное поле есть $\vec{B} = (0, 0, B_z)$, где $B_z$ зависит от времени. Представим $B(t)$ в виде $B(t) = B_1 t/\tau$, где $B_1$ и $\tau$ – характеристики процесса возрастания поля. Согласно известной аналогии, назовем величину $j_m = \dot{B}_1/4\pi\tau$ "магнитным током".

Для описания динамики спина будем использовать когерентные квантовые состояния $|\theta, \varphi\rangle$ [13, 14], где $\theta$ и $\varphi$ – полярный или азимутальный угол углового момента количества движения. Они отсчитываются от осей $z$ и $x$, соответственно.

Лагранжиан системы представим в виде

$$\mathcal{L} = -\frac{M}{\gamma}(\cos\theta - 1)\dot{\varphi} - E, \tag{2}$$

$$E = -K_1 \sin^2\theta + K_2 \sin^2\theta \sin^2\varphi - MB(t)\cos\theta,$$

$$|K_2| << |K_1|, \ K_1 > 0, \ B \| z. \tag{3}$$

Этот Лагранжиан может быть выведен при помощи стандартной техники когерентных квантовых состояний [14]. Все слагаемые в (2) и (3) имеют очевидный физический смысл: первое и второе в (2) – так называемый член Весса–Зумино, возникающий из-за неортогональности когерентных состояний при $t$ и $t + \Delta t$, и полная энергия $E$, первое и второе в (3) – энергия анизотропии (кристаллическое поле), функциональная зависимость которой от углов $\theta$ и $\varphi$ выбрана в простейшем, но достаточном для выяснения принципиальной стороны дела, виде, последнее в (3) – энергия Зеемана. Уравнения Эйлера–Лагранжа для лагранжиана (2) эквивалентны уравнениям Ландау–Лифшица (без затухания).

Статистическая сумма квантовой системы может быть представлена в виде функционального интеграла в эвклидовом пространстве ($\tau = it$)

[1] Обобщение на ситуации, в которых анизотропия в плоскости характеризуется другими элементами симметрии, например, $4_z$, $3_z$, $6_z$, не представляет принципиальных трудностей.

$$\mathcal{Z} = \int D\cos\theta \int D\varphi e^{\frac{1}{\hbar}\int_0^{\hbar\beta} d\tau \mathcal{L}(\theta,\varphi)}, \tag{4}$$

где $\beta = \frac{1}{T}$, $\theta = \theta(\tau)$, $\varphi = \varphi(\tau)$. Так как $|K_2| << |K_1|$, можно предположить, что в не очень сильных магнитных полях $\theta - \pi/2 << 1$. Тогда, интегрируя выражение для статистической суммы (4) по $\theta$, получим[2]

$$\mathcal{Z} = \int D\varphi e^{\frac{1}{\hbar}\int_0^{\hbar\beta} d\tau \mathcal{L}_{eff}(\varphi)}, \tag{5}$$

где

$$\mathcal{L}_{eff} = -\frac{I\dot{\varphi}^2}{2} - U_A(\varphi) - \gamma I + iB(t)\dot{\varphi}, \tag{6}$$

где $I = \frac{M^2}{2K_1\gamma^2}$ – момент инерции системы, $U_A = K_2\sin^2\varphi$.

Последнее слагаемое в (6) представляет собой вклад энергии зеемановского взаимодействия электрона с магнитным полем $\vec{B}(t)$.

Лагранжиан (6) можно представить в виде (в реальном времени)

$$\mathcal{L} = \frac{I(\dot{\varphi} - \gamma B)^2}{2} - K_2\sin^2\varphi - \frac{\gamma^2 I B^2}{2}, \tag{7}$$

который удобен для проведения адекватного калибровочного преобразования и для рассмотрения аналогий с другими квантовыми системами (переход Джозефсона [15, 16], мезоскопическое проводящее кольцо, или кольцевая молекула [12, 17], антиферромагнитный нанокластер [11]). Легко видеть, что с точностью до полной производной по времени лагранжиан (7) может быть преобразован к виду (см. также [18, 19])

$$\mathcal{L} = \frac{I\dot{\varphi}^2}{2} + \frac{K_2}{2}\cos 2\varphi + \gamma I\dot{B}\varphi. \tag{8}$$

---

[2]Процедура вычисления сводится к следующему. Нетрудно видеть, что точка $\theta = \pi/2$ является точкой экстремума функционала эвклидова действия $S_E = \int_0^{\hbar\beta} d\tau\mathcal{L}(\theta,\varphi)$ (при $B = 0$). Из условия стационарности действия (метод перевала) $\delta S_E = 0$ следует (при $B \neq 0$)

$$\frac{\pi}{2} - \theta_M \approx \frac{M}{2K_1}\left(B(t) - \frac{i}{\gamma}\dot{\varphi}\right). \tag{4'}$$

Подставляя (4′) в (4), раскладывая $S_E$ по $\Delta\theta = (\theta - \theta_M)$ с точностью до второго порядка и вычисляя, если необходимо, гауссовский интеграл по $\Delta\theta$, получим (5) и (6). В (5) гауссовский интеграл, дающий несущественный в данном случае предэкспоненциальный множитель, для упрощения формул опущен.

Следует специально отметить, что переменная $\varphi$ определена здесь не на множестве $S^1$ $(0 \le \varphi < 2\pi)$, как это принимается обычно в теории углового момента, а на множестве $\mathcal{P}$ вещественных чисел $(\varphi \in R^1)$. Последнее в данной задаче представляет собой тривиальное расслоение пространства $S^1$ $(0 \le \varphi < 2\pi)$, которое играет роль базы этого расслоенного пространства $\mathcal{P}$. Это замечание представляется важным в данном контексте, так как наличие поля $B_z(t)$ нарушает симметрию относительно преобразования $\varphi \to \varphi + 2\pi n$, где $n$ – целое число, поэтому обычно используемое в подобных задачах пространство $S^1$ должно быть расширено до $\mathcal{P}$. Нарушение аксиальной симметрии очевидно, так как изменяющееся во времени поле $B_z(t)$ генерирует, в силу уравнения Максвелла $-\frac{1}{c}\dot{\vec{B}} = rot\vec{E}$, аксиальное электрическое поле $\vec{E}_\varphi$.

Системы с потенциальной энергией типа "стиральной доски" $U(x) = U_0(x) + cx$, где $U_0(x)$ – периодическая функция $x$, $c$ – константа, а именно таковой является потенциальная энергия в (6), ранее уже исследовались. В качестве примеров можно указать движение электрона в кристалле в постоянном электрическом поле [20, 21] или динамику перехода Джозефсона при протекании через него постоянного электрического тока [15, 16]. Поэтому можно ожидать проявления в динамике спинового момента некоторых свойств, аналогичных свойствам приведенных выше систем. Такими характерными свойствами являются образование зонного энергетического спектра, блоховские осцилляции [20, 21] и межзонный зенеровский туннельный эффект [22 – 24]. Рассмотрим это подробнее.

Обобщенный импульс, соответствующий координате $\varphi$, равен $p_\varphi = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\varphi}} = J\dot{\varphi} = I(\dot{\varphi} - \gamma B)$. Тогда, гамильтониан системы $\mathcal{H} = p_\varphi \dot{\varphi} - \mathcal{L}$ можно представить в виде

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2I}(P_\varphi - \gamma I B)^2 + U_A(\varphi), \tag{9}$$

где $P_\varphi = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial \varphi}$. Калибровочное преобразование $\Psi_1(\varphi) \to \Psi(\varphi) e^{\theta(\varphi,t)}$, где $\theta = \frac{i}{\hbar} I \gamma B \varphi$ (индекс "1" функции $\Psi$ опускается), переводит уравнение Шредингера к виду

$$i\hbar\dot{\Psi}\left[\frac{\hat{p}_\varphi^2}{2I} + U_a(\varphi) - I\gamma\dot{B}\varphi\right]\Psi. \tag{10}$$

Рассмотрим сначала задачу на собственные значения гамильтониана (9) при $B = 0$. Собственными состояниями гамильтониана (9) являются функции Блоха

$$\Psi_s(\varphi + 2\pi) = e^{i\pi m}\Psi_s(\varphi), \tag{11}$$

где $m$ – произвольное вещественное число, $s$ – номер энергетической полосы. Параметр $m$ естественно назвать квазиспином, (ср. с квазиимпульсом для зонного электрона). По аналогии с термином "зарядовые состояния", используемом для характеристики подобных состояний в теории эффекта Джозефсона, можно определить (11) как "непрерывные спиновые состояния". Известно, что проекция спинового момента на выделенное направление квантуется. В рассматриваемой ситуации "квазиспин" является произвольным вещественным числом ($m \in R^1$)[3]. Различие между этими двумя типами состояний может быть пояснено следующим образом. Квантованные спиновые состояния заданы в пространстве $S^1$ ($0 \leq \varphi < 2\pi$), при этом квантование спинового момента естественно связано с симметрией квантовой задачи относительно поворота системы координат на $2\pi$ вокруг оси $z$, другими словами, с граничными условиями $\Psi(\varphi + 2\pi) = \Psi(\varphi)$. Отсутствие же этой симметрии в динамической группе симметрии лагранжиана (2) отменяет квантование спинового момента[4]. Вместо этого в расслоенном пространстве $\mathcal{P}$ ($\infty < \varphi < \infty$) реализуются "непрерывные орбитальные состояния", т.е. функции Блоха (11).

Пусть $U_A(\varphi) = -(1/2)K_2 \cos 2\varphi$, где $K_2$ – константа. Тогда уравнение Шредингера для гамильтониана (9) сводится к уравнению Матье, из теории которого следует, что энергетический спектр гамильтониана (9) имеет зонную структуру, т.е. собственные значения (9) $E_n(m)$ суть функции, определенные в соответствующих зонах Бриллюэна. При $K_2 \approx 0$ зонная структура соответствует приближению свободных электронов

$$E_s(m) = \frac{\hbar^2 m^2}{2I} \tag{12}$$

с запрещенными зонами на границах зон Бриллюэна: $m_B = s$ ($s = ... - 2, -1, 0, 1, 2, ...$), которые являются узкими в меру отличия величины $K_2$ от 0.

На границе зоны Бриллюэна, например, вблизи $m_B = -1$, волновая функция может быть представлена в виде

$$\Psi(\varphi) = u(\varphi)e^{-iEt}, \tag{13}$$

---

[3]Волновые функции (11) и спектр (12) формально близки к таковым из [17]. Однако, вместо координаты $\varphi$ в [17] фигурирует поток магнитного поля $\Phi$, а вместо квазиспина $m$ величина $2\Phi/\Phi_0$, где $\Phi_0 = \frac{2\pi\hbar}{e}$ – квант магнитного потока.

[4]Для того, чтобы обеспечить эрмитовость оператора $P_\varphi$ можно использовать, как известно, "периодические" граничные условия на бесконечности (т.е. в данном случае для достаточно больших значений угловой переменной $N2\pi$, а затем устремить $N$ к бесконечности). Тогда естественно, что $P_\varphi$ квантуется на кольце с длиной окружности равной $L = 2\pi N$; при отображении этого большого кольца на $S^1$ величина кванта становится порядка $2\pi/L$ и при $N \to \infty$ обращается в 0. Это и означает снятие квантования орбитального момента в $S^1$.

где $u(\varphi) = A_1 e^{im\varphi} + A_2 e^{i(m+2)\varphi}$. Уравнение Шредингера для гамильтониана (9) может быть записано как (уравнение Матье)

$$u'' + (\mu^2 - 2b^2 \cos 2\tilde{\varphi})u = 0,$$

$$\text{где } \mu^2 = \frac{2IE}{\hbar^2},\ b^2 = \frac{IK_2}{2\hbar^2}. \tag{14}$$

Здесь использована новая переменная $\tilde{\varphi} = \varphi + \pi/2$. Знак "$\sim$" будет далее опущен. Подставляя (13) в (14), получим

$$(\mu^2 - m^2)A_1 - b^2 A_2 = 0,$$

$$-b^2 A_1 + (\mu^2 - (m+2)^2)A_2 = 0, \tag{15}$$

откуда следует

$$\mu^2 = \left( \frac{m^2 + (m+2)^2}{2} \pm \sqrt{\frac{(m^2 - (m+2)^2)^2}{4} + b^4} \right). \tag{16}$$

В частности, из выражения (16) очевидно, что при $m_B = -1$ ширина запрещенной зоны (т.е. лежащей между разрешенными зонами с $s = 0$ и $s = 1$) равна

$$\Delta E_{10} = \frac{2\hbar^2 b^2}{I} = K_2. \tag{17}$$

Ширины нулевой, первой и третьей разрешенной зоны: $E_0 \approx \frac{2\hbar^2}{I}$, $E_1 \approx \frac{6\hbar^2}{I}$ и $E_2 \approx \frac{10\hbar^2}{I}$, соответственно, в то время как запрещенные зоны быстро уменьшаются (при $K_2 << K_1$), переходя к более высоким полосам энергии. Так

$$\Delta E_{21} \approx \frac{\hbar^2}{I}\left(\frac{IK_2}{2\hbar^2}\right)^2,$$

$$\Delta E_{32} \approx \frac{\hbar^2}{16I}\left(\frac{IK_2}{2\hbar^2}\right)^2, \tag{18}$$

$$\Delta E_{43} \approx \frac{\hbar^2}{576I}\left(\frac{IK_2}{2\hbar^2}\right)^2 \text{ и т.д.}$$

Уравнения (10), (14), (16), (17) достаточно точно определяют энергетический спектр в пределах двух зон Бриллюэна.

Перейдем к рассмотрению эффектов поля $B_z(t)$, которое, как отмечено выше, можно рассматривать в уравнениях (7), (8) как классическое калибровочное поле. Последнее слагаемое $\gamma I\dot{B}\varphi$ в уравнении (8) играет такую же роль, как энергия $eF \cdot x$ ($F$ характеризует электрическое поле, а $x$ является координатой электрона) в хорошо известной задаче о динамике блоховского электрона в электрическом поле. Уравнение (6), таким образом, изоморфно уравнению, описывающему динамику блоховского электрона в электрическом поле.

Рассмотрим динамику момента $p_\varphi$ для случая, когда магнитное поле изменяется адиабатически медленно:

$$|I\gamma\dot{B}| << K_2. \tag{19}$$

Чтобы описать динамику спина под влиянием "магнитного тока" $j_m = \dot{B}/4\pi$, рассмотрим волновой пакет, составленный из блоховских функций (11). Пусть $\bar{m}$ и $\bar{\varphi}$ означают средние значения квазиспина и координату центра пакета, а значения $\Delta m$, $\Delta\varphi$ ($\Delta m \cdot \Delta\varphi \sim 1$) определяют соответствующие неопределенности. Под влиянием "магнитного тока" $j_m$ сформированный при $t = 0$ волновой пакет смещается к границе (например, правой, т.е. $m_B = 1$) зоны Бриллюэна, отражается от нее, его групповая скорость изменяет знак, затем распространяется до левой границы зоны Бриллюэна ($m_B = -1$), отражается от нее и т.д. При этом происходит периодическое изменение дисперсии $\Delta m$ и ширины пакета $\Delta\varphi$. Этот процесс называют блоховскими осцилляциями. Математически он описывается следующими уравнениями для средних значений $\bar{m}$ и $\bar{\varphi}$:

$$\dot{\bar{m}} = \frac{I\gamma B_1}{\hbar\tau},$$

$$\dot{\bar{\varphi}} = \frac{1}{\hbar}\frac{\partial E_s(\bar{m})}{\partial\bar{m}}. \tag{20}$$

В этом (адиабатическом) процессе система остается в состоянии с заданным $s$ и наблюдаемые физические величины, например, магнитный момент кольца, являются осциллирующими функциями времени с частотой

$$f_{Bloch} = \frac{I\gamma B_1}{\hbar\tau}. \tag{21}$$

Если внешнее магнитное поле имеет, кроме линейного вклада, еще гармоническую составляющую, т.е.

$$B = B_1 t/\tau + b\sin 2\pi f t, \tag{22}$$

тогда возможны резонансы на частоте $f = f_{Bloch}$ и $f = rf_{Bloch}$, где $r$ – рациональное число (резонансы Штарка).

При возрастании "магнитного тока"

$$|\gamma I\dot{B}| \gtrsim K \tag{23}$$

возникает туннельный эффект Зинера между соседними зонами. В частности, вероятность туннельного перехода в единицу времени между зонами с $s = 0$ и $s = 1$ равна

$$g_{01} = f_{Bloch}e^{-\beta}, \tag{24}$$

где $\beta = \frac{\pi K_2^2 \tau}{\hbar^2 \gamma B_1}$, $\gamma = \frac{e}{mc}$.

Рассмотрим на качественном уровне поведение среднего магнитного момента рассматриваемой спиновой системы. Проекция магнитного момента на ось $z$ равна

$$M_z = M\cos\theta \approx M\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \frac{M^2}{2K_1}\left(B_z - \frac{\dot{\varphi}}{\gamma}\right). \tag{25}$$

Усредняя (25) с соответствующей волновой функцией, получим

$$\langle M_z \rangle = \chi_\perp \left(B_z - \frac{\langle\dot{\varphi}\rangle}{\gamma}\right), \tag{26}$$

где $\chi_\perp = \frac{M^2}{2K_1}$.

Рассмотрим сначала два предельных случая: а) $K_2 = 0$, при этом $g_{n,n\pm1} = 1$ и б) $g_{01} = 0$. Первый можно определить как свободную прецессию, а второй – как случай блоховских осцилляций.

При $K_2 = 0$ уравнения (20) дают

$$\langle\dot{\varphi}\rangle = \gamma(B(t) + c), \tag{27}$$

где $c$ – константа, определяемая начальными условиями. Подставляя (27) в (26), получим

$$\langle M \rangle = M_0, \tag{28}$$

где $M_0 \equiv -\chi_\perp c$ – магнитный момент системы при $T = 0$. Таким образом, отличительным свойством случая свободной прецессии является то, что ускоренная прецессия спина под влиянием растущего (спадающего) магнитного поля экранирует вклад парамагнитной восприимчивости иона $(\chi_\perp B_z)$, так что средний магнитный момент не зависит от величины поля.

В случае блоховских осцилляций картина существенно меняется. В этом случае зависимость $\langle M_z \rangle$ от $B_z$ представляет собой сумму "обычной" линейной $(\chi_\perp B_z)$ и периодической кривой с периодом, равным

$$\Delta B = B_1(\tau f_{Bloch})^{-1} = \hbar/\gamma I. \tag{29}$$

При $K_2 << K_1$ эта периодическая функция весьма близка к пилообразной с амплитудой $\Delta\dot{\varphi} \approx 2I/\hbar$:

$$\gamma^{-1}\langle\varphi\rangle = \begin{cases} B, & 0 \le B \le b, \\ B - 2b, & b \le B < 3b, \\ B - 4b, & 3b \le B \le 5b \\ \text{и т.д.,} & \end{cases} \tag{30}$$

где $b \equiv \frac{\hbar}{\gamma I}$.

В общем случае, зависимость $M_z(B_z)$ содержит характерные черты обоих предельных процессов. Волновую функцию процесса $|\Psi\rangle$ следует рассматривать как суперпозицию двух амплитуд: $|\Psi\rangle = c_1|a\rangle + c_2|b\rangle$, где $|a\rangle$, $|b\rangle$ – волновые функции процессов (а) и (б). Действительно, как было показано выше, (см. (16)), при $K_2/K_1 << 1$ ширина запрещенной зоны $\Delta E_{21}$ много меньше $\Delta E_{10}$, $\Delta E_{32} << \Delta E_{21}$ и т.д. Поэтому в первом приближении можно положить $P_{12} = P_{23} = P_{34} = ... = 1$, т.е. пренебречь блоховскими осцилляциями в первой возбужденной и следующих зонах. Это означает, что прецессию во всех зонах, кроме основной, можно рассматривать, как свободную. В целом, прецессию под влиянием поля $B_z(t)$ можно представить себе следующим образом: сформированный при $t = 0$ волновой пакет, несколько расплываясь, достигает края зоны Бриллюэна, частично отражается с вероятностью $1 - P_{01}$ и частично туннелирует (с вероятностью $P_{01}$) в следующую зону, в которой прецессирует свободно. Математически этот процесс можно описать при помощи следующего кинетического уравнения:

$$\frac{dP_2}{dt} = g_{01}P_1, \tag{31}$$

где $P_{1(2)}$ – вероятности нахождения спина в 1(2) зонах и $P_1 + P_2 = 1$, $g_{01}$ определяется уравнением (24).

Интегрируя (31) с граничным условием $P_2(0) = 0$, получим

$$P_2 = 1 - e^{-tg_{01}}. \tag{32}$$

Используя эти соображения и уравнения (24), (30), можно представить зависимость $M_z(B)$ в виде

$$\chi_\perp^{-1} M_z = \begin{cases} 0, & 0 \le B < b, \\ 2b(1-p), & b \le B \le 3b, \\ 4b(1-p)^2, & 3b \le B \le 5b, \\ 6b(1-p)^3, & 5b \le B \le 7b \\ \text{и т.д.}, & \end{cases} \tag{33}$$

где $p = e^{\beta}$, $\beta$ определяется в (24). Нетрудно убедиться, что величины скачков магнитного момента $\Delta M_z$ уменьшаются при возрастании номера скачка. Так, при $B = b$ $(\Delta M_z)_{10} = \chi_\perp 2b(1-p)$; при $B = 3b$ $(\Delta M_z)_{21} = \chi_\perp 2b(1-p)(1-2p)$; при $B = 5b$ $(\Delta M_z)_{32} = \chi_\perp 2b(1-p)^2(1-3p)$ и т.д. Это означает, что кривая $M_z(B)$ стремится с ростом $B$ к насыщению.

Все вышеприведенное рассмотрение относится к случаю нулевой температуры $T = 0\,K$. Очевидно, тепловые флуктуации (при $T \neq 0\,K$) и диссипация (т.е. взаимодействие с диссипативным окружением) разрушают обсуждаемые квантовые когерентные эффекты. Учет конечной температуры и диссипации заслуживают отдельного рассмотрения. Здесь же мы ограничимся лишь указанием пределов применимости "$T = 0\,K$"-теории: $T << K_1$ и $T_2 >> b\tau/B_1$, где $T_2$ – время спиновой редаксации в системе. При $K_1 \approx 1\,см^{-1}$ (что представляется реалистичным, например, для случая, когда основное состояние представляет собой триплет, возникающий из расщепления кристаллическим полем основного мультиплета спин-системы) и $B_1/\tau \approx 10^4\,Э/c$, получим $T << 2\,K$, $T_2 >> 0.04\,c$. Эти ограничения выглядят достаточно выполнимыми для современных низкотемпературных экспериментов.

Таким образом, в работе показано, что магнитное поле, растущее (спадающее) пропорционально времени, индуцирует новые когерентные квантовые эффекты в динамике анизотропной спиновой системы. К таковым относятся образование зонного энергетического спектра с непрерывными спиновыми состояниями, квазиблоховские осцилляции и межзонный зенеровский туннельный эффект. Эти квантовые эффекты проявляются в виде скачков намагниченности и пиков восприимчивости в рассматриваемой спиновой системе.

Работа поддержана РФФИ (проект N 99-02-17830), МНТП (проект N 97-1071).

## ЛИТЕРАТУРА

[1] Barbara B., Thomas L., Lionti F., et al. JMMM, **200**; 167 (1999); Barbara B., Günther L. Physics World, **12 (3)**, 35 (1999).

[2] Friedman J., Sarachick M. P., Tejada J., et al. Phys. Rev. Lett., **76**, 3820 (1996); Thomas L., Lionti F., Ballou R., et al. Nature, **383**, 145 (1996).

[3] Sessoli R., Gatteschi D., Caneschi A. and Novak H. A. Nature, **365**, 14 (1993).

[4] Dobrovitskii V. V., Zvezdin A. K. Europhys. Lett., **38 (5)**, 377 (1997); Günther L. ibid, **39**, 1 (1997).

[5] Garg A. Europhys. Lett., **22 (3)**, 205 (1993); Wernsdorfer W., Sessoli R. Science, **284**, 133 (1999).

[6] Zvezdin A. K., Dobrovitskii V. V., Harmon B. N., Katsnelson M. I. Phys. Rev. B, **58 (22)**, 14733 (1998).

[7] Loss D. P. and DiVincenzo D. P. Phys. Rev., **A57**, 120 (1998); cond-mat/9701055.

[8] Добровицкий В. В., Звездин А. К., Попков А. Ф. УФН, **166 (4)**, 439 (1996).

[9] Звездин А. К. Природа, **12**, 11 (2000).

[10] Burkard G., Engel H.-A., Loss D. cond-mat/0004182.

[11] Звездин А. К. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 12, 13 (1999); cond-mat/0004074.

[12] Звездин А. К. Краткие сообщения по физике ФИАН, (2000) (в печати).

[13] Perelomov A. Generalized Coherent States and Their Applications, Springer, 1986.

[14] Fradkin E. Field Theories of Condensed Matter Systems (Addison-Wesley, Redwood City) (1991).

[15] Averin D. V., Zorin A. B., Likharev K. K. Sov. Phys. JETP, **88**, 692 (1985).

[16] Schön G. and Zaikin A. D. Phys. Rep., **198 (5,6)**, 237 (1990).

[17] Eckern U., Schwab P. Adv. Phys., **44**, 387 (1995).

[18] Zvezdin A. K. JETP Lett., **29**, 605 (1979).

[19] Zvezdin A. K., Mukhin A. A. Kratkie Soobsch. Fiz. FIAN, N 12, 10 (1981).

[20] Wannier G. H. Phys. Rev., **117**, 432 (1960).

[21] B l o c h F. Phys. Rev. Lett., **137**, A787 (1965); **166**, 415 (1968).

[22] Z e n e r C. Proc. Roy. Soc., **A145**, 523 (1934).

[23] K e l d y s h L. V. Sov. Phys. JETP, **6**, 763 (1958).

[24] E i l e n b e r g e r G. Z. Phys., **164**, 59 (1961).

Институт общей физики РАН Поступила в редакцию 23 января 2001 г.