

УДК 533.6.011

## О РАЗВИТИИ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ВБЛИЗИ КОНТАКТНОЙ ГРАНИЦЫ ДВУХ РАВНОПЛОТНЫХ ГАЗОВ ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ УДАРНОЙ ВОЛНЫ

И. Г. Лебо, В. В. Никишкин<sup>1</sup>, В. Б. Розанов, В. Ф. Тишкин<sup>1</sup>

*С помощью программы "НАТ" исследуется развитие неустойчивости вблизи контактной границы двух первоначально равноплотных газов с различными показателями адиабаты. Показано, что в этом случае развитие неустойчивости имеет ряд особенностей по сравнению с классической неустойчивостью Рихтмайера - Мешкова.*

При прохождении ударной волны через контактную поверхность двух разноплотных газов развивается неустойчивость Рихтмайера - Мешкова [1, 2]. При этом первоначально малые возмущения нарастают, согласно формуле Рихтмайера, пропорционально начальной амплитуде возмущения после прохождения ударной волны ( $a_0$ ), волновому числу ( $k = 2\pi/\lambda$ , где  $\lambda$  - длина волны возмущения) и скорости потока за фронтом ударной волны ( $U_0$ )

$$\frac{da}{dt} = a_0 k \mathbf{A} U_0. \quad (1)$$

Здесь  $a$  - текущее значение амплитуды,  $\mathbf{A} = (\rho_2 - \rho_1)/(\rho_2 + \rho_1)$  - число Атвуда для двух газов с плотностями  $\rho_1$  и  $\rho_2$ . Строго формула получена для импульсного ускорения контактной поверхности между двумя несжимаемыми жидкостями для случая, когда ударная волна падает из легкого газа в тяжелый. В работе [2] было показано, что неустойчивость развивается и в случае перехода ударной волны из тяжелого газа в легкий. Для исследования развития неустойчивости проводятся эксперименты на ударных

<sup>1</sup>Институт математического моделирования РАН.

трубах (см., например, [3]), а также используются сложные численные расчеты. В настоящей работе с помощью двумерных и трехмерных численных расчетов исследуется развитие неустойчивости для случая контакта двух газов, имеющих до прихода ударной волны равные плотности, но разные показатели адиабаты. Расчеты выполнены с помощью программы "НАТ" [4].

Программа "НАТ" позволяет численно решать систему уравнений бездиссипативной газовой динамики в эйлеровых декартовых координатах. В векторном виде эта система уравнений имеет вид

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{U})}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}(\mathbf{U})}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{H}(\mathbf{U})}{\partial z} = 0, \quad (2)$$

где

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho(\epsilon + \frac{\mathbf{V}^2}{2}) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F}(\mathbf{U}) = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ \rho u(\epsilon + \frac{\mathbf{V}^2}{2}) + pu \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{G}(\mathbf{U}) = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ \rho vw \\ \rho v(\epsilon + \frac{\mathbf{V}^2}{2}) + pv \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H}(\mathbf{U}) = \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho uw \\ \rho vw \\ \rho w^2 + p \\ \rho w(\epsilon + \frac{\mathbf{V}^2}{2}) + pw \end{pmatrix}$$

Система уравнений (2) дополнена уравнением состояния  $p = (\gamma - 1)\rho\epsilon$ . Здесь  $\rho$  – плотность;  $u, v, w$  – компоненты вектора скорости  $\mathbf{V}$ ;  $\epsilon$  – удельная энергия на единицу объема;  $p$  – давление;  $\gamma$  – постоянная адиабаты. Сравнение результатов расчетов с данными экспериментов на ударных трубах [3] показали, что в случае длинноволновых возмущений (например,  $\lambda = 3,6$  см и начальная амплитуда 1 см) имеется согласие по скорости роста амплитуды не хуже 3–5%. Ниже представлены результаты расчетов для случая контакта двух газов: аргон ( $Ar$ , начальная плотность  $\rho_0 = 8,289 \cdot 10^{-3}$  г/см<sup>3</sup>, показатель адиабаты  $\gamma = 5/3$ ) и углекислый газ ( $CO_2$ ,  $\rho_0 = 8,289 \cdot 10^{-3}$  г/см<sup>3</sup> и  $\gamma = 1,25$ ). В расчетах полагалось, что показатель адиабаты не меняется за фронтом ударной волны. Задавалось движение невозмущенного газа со скоростью  $7 \cdot 10^4$  см/с, что равносильно смещению осей координат вместе с потоком.

В первой серии расчетов ударная волна падала из газа  $CO_2$  в  $Ar$ . Были выполнены расчеты в двумерной (координаты  $x, z$ ) и трехмерной (координаты  $x, y, z$ ) геометриях. Падающая ударная волна распространялась вдоль оси  $OZ$ . В двумерной геометрии начальное возмущение контактной границы имело вид  $A(x, z) = 0,5 \cos(kx) + Z_c$ , где  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $Z_c$  – положение невозмущенной контактной границы. В трехмерной геометрии начальное возмущение задавалось в виде  $A(x, y, z) = \cos(k_{3d}x)(k_{3d}y) + Z_c$ , где  $k_{3d} = \pi/\lambda$ . Поперечный размер области счета в двумерной и трехмерной геометриях равнялся  $\lambda/2$ . Таким образом, полные начальные амплитуды (расстояние от пика до впадины возмущения) в обоих случаях равнялись 1 см. Граничные условия имели вид  $u = 0$  при  $x(y) = 0$  и  $x(y) = \lambda/2$  (условие симметрии). Расчеты были сделаны для случаев  $\lambda = 3,6$  и 2,4 см. Число Маха (отношение скорости ударной волны к скорости звука) в падающей ударной волне равнялось 3,5. Во втором варианте ударная волна падала из аргона в углекислый газ.

На рис. 1а показаны зависимости полных амплитуд от времени для вариантов 1 и 2 при начальной длине волны  $\lambda = 3,6$  см (двумерная геометрия). На рис. 1б показаны изолинии плотности вблизи контактной границы в момент времени 600 мкс для вариантов 1 (слева) и 2 (справа). В первом варианте после прохождения ударной волны газ  $CO_2$  сжался сильнее, чем аргон (в бесконечно сильной ударной волне сжатие газа равно  $(\gamma + 1)/(\gamma - 1)$  [5]), поэтому качественно неустойчивость ведет себя как в случае перехода ударной волны из тяжелого газа в легкий – то есть происходит изменение "фазы" возмущения и скорость роста оказывается несколько меньше, чем в варианте 1. При уменьшении длины волны возмущения ( $\lambda = 2,4$  см) поведение возмущений качественно такое же, как и в случае  $\lambda = 3,6$  см, однако на поздней стадии развития неустойчивости скорость роста возмущений в обоих вариантах приблизительно одинакова. При этом происходит интенсивное разрушение контактной границы и образование мелкомасштабных возмущений.

В следующей серии расчетов изучалось развитие трехмерных возмущений и результаты сравнивались с данными, полученными в двумерной геометрии. На рис. 2а показаны зависимости роста амплитуд возмущений от времени в двумерной и трехмерной геометриях для  $\lambda = 3,6$  и 2,4 см и при падении ударной волны с  $M = 3,5$  из аргона в  $CO_2$ . На рис. 2б показаны изолинии плотности вблизи контактной границы для случаев двумерных и трехмерных начальных возмущений с  $\lambda = 2,4$  см. Видно, что скорости роста возмущений с одинаковой длиной волны в двумерном и трехмерном случаях приблизительно одинаковы.

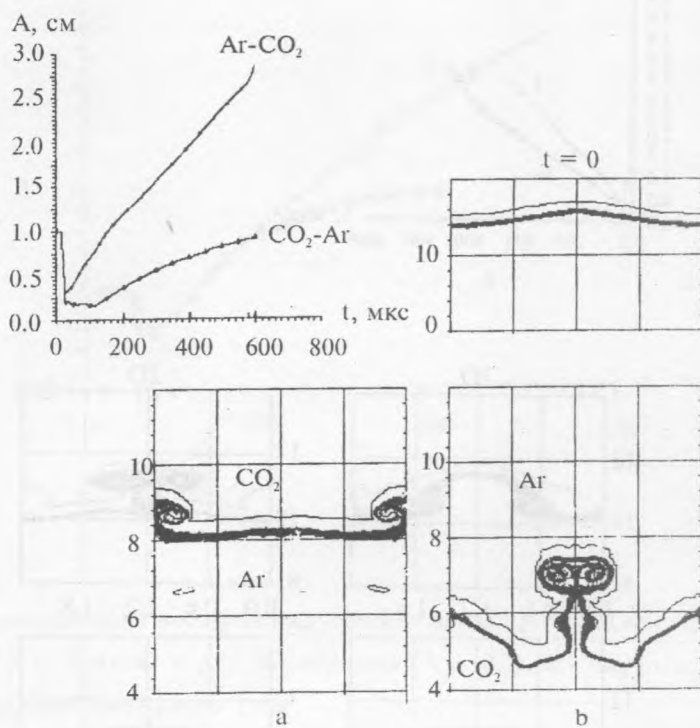
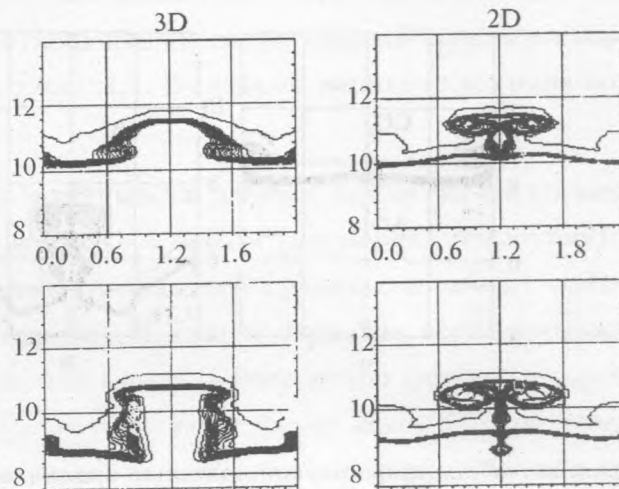
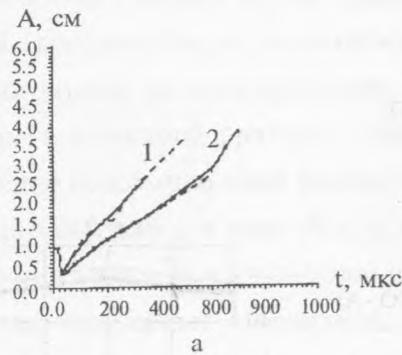


Рис. 1. Зависимости амплитуд возмущений контактных границ от времени для падения ударной волны из  $\text{CO}_2$  в аргон (а) и из аргона в  $\text{CO}_2$  (б) при начальной длине волны 2,4 см и амплитуде 1 см и изолинии концентрации вблизи контактной границы в момент времени 600 мкс (внизу).

Заметим, что в этом случае характер развития двумерных и трехмерных возмущений отличается от случая двух разноплотных газов с одинаковыми показателями адиабаты. На рис. 3 показаны зависимости амплитуд возмущений от времени для случаев контакта двух разноплотных газов (аргон-ксенон, начальное давление 0,5 атм, число Маха 3,5, число Атвуда равно 0,54) для двумерного и трехмерного возмущений с длинами волн соответственно  $\lambda_{2D} = 2,4 \text{ см}$ ,  $\lambda_{3D} = 3,6 \text{ см}$ . Видно, что в этом случае на линейной стадии трехмерные и двумерные возмущения с длинами волн  $\lambda_{3D} = 3,6 \text{ см}$  и  $\lambda_{2D} = 2,4 \text{ см}$  развиваются с близкими скоростями. Затем двумерное возмущение разрушается быстрее, что приводит к замедлению их роста.

Действительно, как предсказывает формула Рихтмайера, на линейной стадии ско-



б

Рис. 2. а) Рост амплитуд возмущений контактных границ для случаев двумерных (штриховые линии) и трехмерных (сплошные линии) возмущений при длинах волн 2,4 (1) и 3,6 (2) см и начальных амплитудах 1 см. б) Изолинии концентраций двух газов вблизи контактной границы для случаев двумерных и трехмерных возмущений в моменты времени 150 мкс (вверху) и 300 мкс (внизу).  $\lambda = 2,4$  см.

росту роста возмущений пропорциональна волновому числу  $k$ . В двумерном случае  $k = 2\pi/\lambda_{2D}$ . В трехмерной геометрии волновое число  $k = (k_x^2 + k_y^2)^{1/2} = (2\pi/\lambda_{3D})\sqrt{2}$  — в том случае, когда длины волн возмущения вдоль оси OX и оси OY равны ( $\lambda_x = \lambda_y = \lambda_{3D}$ ). Таким образом, для того, чтобы волновые числа равнялись в двумерной и трехмерной геометриях, длины волн возмущений должны быть связаны соотношением  $\lambda_{3D} = \sqrt{2}\lambda_{2D}$ . Возмущения с длиной волны 2,4 см (в случае 2D) и 3,6 см (в случае 3D)

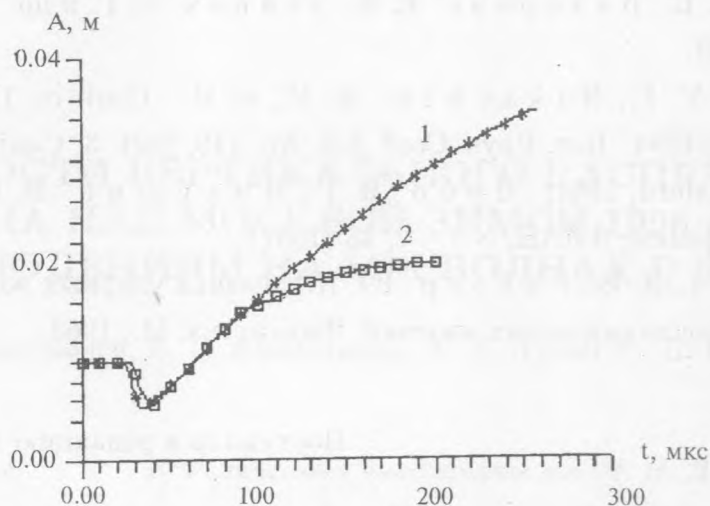


Рис. 3. Зависимость амплитуды возмущения контактной границы аргон-ксенон от времени для (1) трехмерного ( $\lambda = 3,6$  см) и (2) двумерного ( $\lambda = 2,4$  см) случаев. Начальные полные амплитуды в обоих случаях равнялись 1 см.

удовлетворяют этому условию.

В случае двух равноплотных газов с разными показателями адиабаты ситуация иная — двумерные возмущения с тем же волновым числом изначально развиваются быстрее, чем трехмерные (см. рис. 2).

В представленной статье продемонстрирована возможность развития неустойчивости при прохождении ударной волны через контактную границу двух равноплотных газов с различными показателями адиабаты. Указано на особенности развития такой неустойчивости в двумерном и трехмерном случаях.

В заключение авторы благодарят д-ра Ravi Samtaney за полезные обсуждения. Работа выполнена при поддержке МНТЦ (грант N 029-94) и РФФИ (грант 96-01-01295).

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Richtmyer R. D. *Communs. Pure Appl. Math.*, **13**, N 2, 297 (1960).
- [2] Мешков Е. Е. и др. *Известия АН СССР, Механика жидкости и газа*, **5**, 151 (1969).

- [3] Алешин А. Н., Лазарева Е. В., Зайцев С. Г. и др. ДАН СССР, 310, N 5, 1105 (1990).
- [4] Tishkin V. F., Nikishin V. V., et al. Conf. on Laser Interact. with Matter, Oxford, 1994. Inst. Phys. Conf. Ser. No. 140, Sect. 3, Conf. on Laser Interact. with Matter, Oxford, 1994; Лебо И. Г., Никишин В. В. и др. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 1 - 2, 48 (1997).
- [5] Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. Физматгиз, М., 1963.

Поступила в редакцию 10 декабря 1996 г.