

УДК 536.48

ОДНОМЕРНЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ГИНЗБУРГА–ЛАНДАУ ДЛЯ СВЕРХПРОВОДЯЩЕГО ЦИЛИНДРА В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Г. Ф. Жарков, В. Г. Жарков, А. Ю. Цветков

Найдены самосогласованные решения системы нелинейных уравнений Гинзбурга–Ландау для сверхпроводников I-рода, отвечающие состояниям с разным числом m вихрей внутри бесконечно длинного цилиндра, помещенного во внешнее аксиальное магнитное поле H . Найдены критические значения поля $h_c(m)$, при которых сверхпроводящее состояние разрушается фазовым переходом первого рода, т.е. скачком в нормальное состояние. Определено значение радиуса цилиндра R , при котором фазовый переход первого рода (характерный для сверхпроводников I-рода) сменяется фазовым переходом второго рода.

При изучении поведения сверхпроводников в магнитном поле широко используется макроскопическая теория сверхпроводимости Гинзбурга–Ландау [1]. В наших работах [2 – 4] с помощью численных методов находились одномерные решения нелинейных уравнений Гинзбурга–Ландау для сверхпроводящего цилиндра во внешнем аксиальном магнитном поле H . Было обнаружено, что цилиндр, сделанный из сверхпроводника II-рода, с ростом поля H может скачком перейти в особое "краевое" состояние, в котором параметр порядка ψ сильно подавлен (практически до нуля) вблизи поверхности цилиндра, однако сверхпроводимость сохраняется вблизи центра образца, где ψ конечно. При дальнейшем увеличении поля параметр порядка плавно уменьшается и сверхпроводник окончательно переходит в нормальное состояние фазовым переходом второго рода. (В цилиндрах большого радиуса краевое состояние в сверхпроводниках II-рода становится неустойчивым и разбивается на отдельные вихри.)

В настоящей работе исследованы одномерные решения в случае сверхпроводников I-рода (с достаточно малыми значениями параметра Г-Л κ). Показано, что с ростом поля переход сверхпроводника в нормальное состояние происходит скачком, без предварительного образования краевого состояния, характерного для сверхпроводников II-рода. Найдено, что в сверхпроводящих цилиндрах I-рода могут существовать вихри, причем разрушение сверхпроводимости магнитным полем происходит фазовым переходом первого рода (скачком), если радиус цилиндра достаточно велик. Если же радиус цилиндра R достаточно мал, то сверхпроводимость разрушается фазовым переходом второго рода. (В данной статье частично использованы результаты нашей неопубликованной работы [3].)

При проведении расчетов использованы уравнения для параметра порядка ψ и магнитного поля b , приведенные в безразмерном виде, например, в [4] (там же введены необходимые обозначения). Результаты проведенного нами исследования представлены ниже в виде ряда графиков, иллюстрирующих разные аспекты изучаемой многопараметрической задачи.

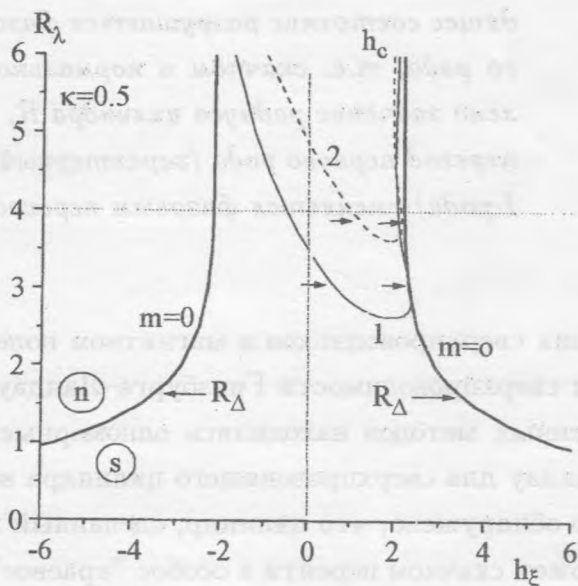


Рис. 1. (а) – Фазовые кривые $h_c(t)$ для сверхпроводника I-рода ($\kappa = 0.5$) в состояниях с $t = 0, 1, 2$ (t – число вихрей на оси цилиндра). Буквы s- и n- отмечают области существования сверхпроводящих и нормальных состояний. Стрелкой и буквой R_Δ обозначены точки, где фазовые переходы первого и второго рода становятся неотличимыми друг от друга (см. текст).

На рис. 1 сплошной жирной линией h_c показана критическая фазовая кривая (в координатах $R_\lambda = R/\lambda$, h_ξ , где $h_\xi = H/H_\xi$, $H_\xi = \phi_0/(2\pi\xi^2)$, $\phi_0 = hc/2e$ – квант потока, ξ – длина когерентности) для сверхпроводника I-рода (с $\kappa = 0.5$), внутри которой (в s -области) существуют решения задачи [2 – 4] (с $\psi \neq 0$), отвечающие безвихревому мейсснеровскому состоянию ($m = 0$, где m – число вихрей внутри сверхпроводника). Вне этой кривой (в n -области) существуют только решения, отвечающие нормальному состоянию ($\psi \equiv 0$). Стрелкой и буквой R_Δ показано критическое значение радиуса R_λ : если изображающая точка (R_λ, h_ξ) пересекает фазовую кривую h_c выше точки R_Δ , то сверхпроводящее состояние разрушается полем путем фазового перехода первого рода (скачком в n -состояние, $\psi \equiv 0$). Если же кривая h_c пересекается ниже точки R_Δ , то сверхпроводимость разрушается путем фазового перехода второго рода (постепенно, $\psi(h_\xi) \rightarrow 0$). В отличие от аналогичных кривых для сверхпроводников II-рода ([4], рис. 1 и 2), в сверхпроводниках I-рода отсутствуют краевые состояния. [Критическое значение параметра κ , разделяющее сверхпроводники I- и II-рода, является сложной функцией от радиуса цилиндра, $\kappa_c(R_\lambda)$, которая не совпадает с простым значением $\kappa_c = 1/\sqrt{2}$, справедливым в случае контакта двух полубесконечных систем, см. подробнее [5]].

На рис. 1 приведены также критические кривые $h_c(m)$ для сверхпроводящих состояний с числом вихрей на оси цилиндра $m = 1, 2$. Эти кривые асимметричны относительно оси $h_\xi = 0$. Стрелками и буквой R_Δ на кривых отмечены точки, где амплитуда скачка обращается в ноль и фазовые переходы первого рода становятся неотличимыми от фазовых переходов второго рода. [Заметим, что значения поля $h_c(m, \kappa, R_\lambda)$, лежащие на рис. 1 выше точек R_Δ , нельзя найти с помощью линеаризованной теории [6], поскольку в этих точках амплитуда скачка конечна.]

На рис. 2 показаны в зависимости от поля: максимальное значение параметра порядка (ψ_{max}), значение параметра порядка на поверхности цилиндра (ψ_R), намагниченность ($-4\pi M_\lambda$), нормированная разность свободных энергий (Δg , [4]), для цилиндра с $R_\lambda = 5$; $\kappa = 0.5$ ($m = 0$ и $m = 1$). Видно, что разрушение сверхпроводимости полем происходит скачком I-рода, без образования краевого состояния, характерного для сверхпроводников II-рода [2 – 4]. На кривых (d) и (h) для $\Delta g(h_\xi)$ имеются участки с $\Delta g > 0$, где сверхпроводящее s -состояние (с $m = 0$ или $m = 1$) оказывается энергетически менее выгодным, чем нормальное n -состояние (с $\psi \equiv 0$), но, тем не менее, s -состояние может существовать как метастабильное "перегретое" (при $h_\xi > 0$) или "переохлажденное" (при $h_\xi < 0$) состояние (см. также [7]). Буквы eq на кривых (d) и (h) отвечают точке равновесного перехода между состояниями $m = 0$ и $m = 1$. Буква n обозначает

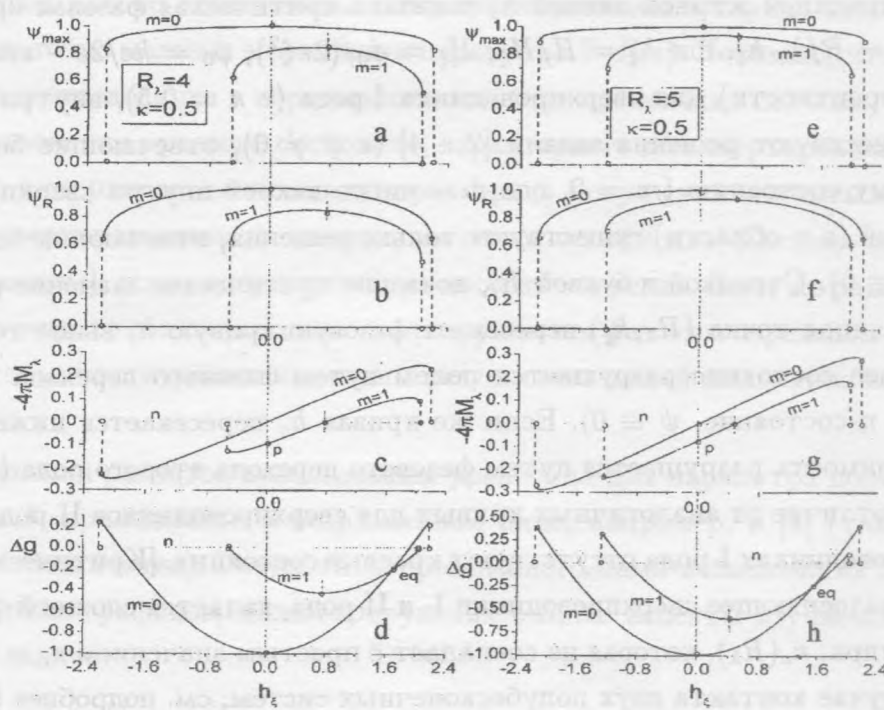


Рис. 2. (a) – максимальное значение параметра порядка (ψ_{max}), (b) – значение параметра порядка на поверхности цилиндра (ψ_R), (c) – намагниченность ($-4\pi M_\lambda$) и (d) – свободная энергия (Δg , [4]) в состояниях $m = 0$ и $m = 1$ (для $R_\lambda = R/\lambda = 4$, $\kappa = 0.5$) как функции поля $h_\xi = H/H_\xi$ [$H_\xi = \phi_0/(2\pi\xi^2)$, $H_\lambda = \phi_0/(2\pi\lambda^2)$, $M_\lambda = M/H_\lambda$]. (e)–(h): те же величины в случае $R_\lambda = 5$, $\kappa = 0.5$.

нормальное состояние ($\psi \equiv 0$).

В точке p на рис. 2(c, g) метастабильный вихрь ($m = 1$) в отсутствие поля ($h_\xi = 0$) удерживается внутри сверхпроводника силой "поверхностного" пиннинга (за счет взаимодействия вихря с поверхностью цилиндра). Заметим, что в точке p намагниченность системы положительна, $M(h_\lambda) > 0$, что отвечает парамагнетизму, обусловленному наличием вихря ($m = 1$). [Вообще говоря, в состоянии $m = 1$ намагниченность можно представить в виде $\mathbf{M} = \chi\mathbf{H}$, где магнитная восприимчивость χ состоит из двух частей [8], $\chi_{dia} + \chi_{para}$, причем χ_{dia} и χ_{para} имеют противоположные знаки. Действительно, намагниченность системы, $\mathbf{M} = (\bar{\mathbf{B}} - \mathbf{H})/4\pi$ ($\bar{\mathbf{B}}$ – среднее магнитное поле в образце), можно записать в эквивалентном виде через магнитный момент токов: $\mathbf{M} = (1/2c) \int [\mathbf{j}_r] dv$. В случае $m = 1$ полный ток состоит из двух компонент, $\mathbf{j} = \mathbf{j}_{dia} + \mathbf{j}_{para}$, где токи \mathbf{j}_{dia} (экранирующие внешнее поле H) и токи \mathbf{j}_{para} (экранирующие поле вихря) противо-

ложно направлены (по и против часовой стрелки). Это и приводит к появлению двух составляющих полной восприимчивости, χ_{dia} и χ_{para} .]

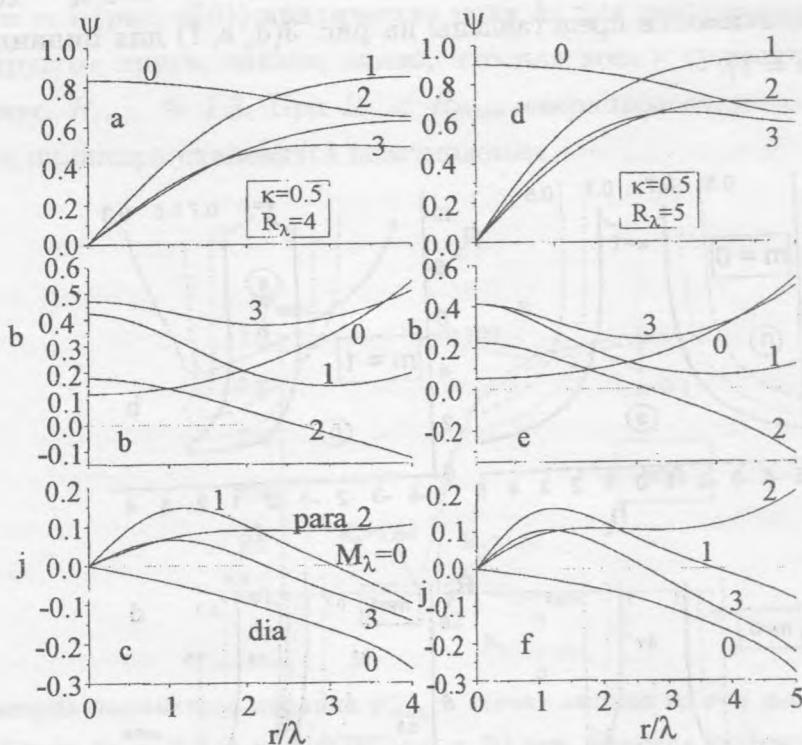


Рис. 3. Зависимость решений (ψ, b, j) от координаты r/λ для сверхпроводника I-рода ($\kappa = 0.5, R_\lambda = 4$ и $R_\lambda = 5$) в состояниях $m = 0$ и $m = 1$. В случае $R_\lambda = 4$ кривым 0-3 отвечают поля: кривые 0 - ($m = 0$) $h_\lambda = 0.5458$; 1 - ($m = 1$) $h_\lambda = 0.195$ ($M_\lambda = 0$); 2 - ($m = 1$) $h_\lambda = -0.1293$; 3 - ($m = 1$) $h_\lambda = 0.5086$. В случае $R_\lambda = 5$ кривым 0-3 отвечают поля: 0 - ($m = 0$) $h_\lambda = 0.5412$; 1 - ($m = 1$) $h_\lambda = 0.118$ ($M_\lambda = 0$); 2 - ($m = 1$) $h_\lambda = -0.3140$; 3 - ($m = 1$) $h_\lambda = 0.4998$.

На рис. 3 (a, b, c) приведены значения параметра порядка ψ , магнитного поля $b = V/H_\lambda$ и тока j как функции радиальной координаты r/λ для цилиндра с $R_\lambda = 4$, $\kappa = 0.5$ и $m = 0, 1$ при значениях внешнего поля $h_\xi = H/H_\xi$, лежащих вплотную около критических кривых $h_c(m, \kappa, R_\lambda)$ на рис. 1. При увеличении $|h_\xi|$ на $1 \cdot 10^{-4}$ происходит скачок в нормальное состояние с $\psi \equiv 0$. Видно, что при переходах между сверхпроводящими состояниями, отвечающими кривым 0-3, и n -состоянием, краевые состояния [2 - 4] не образуются. Из кривых 1-3 на рис. 3(c) видно наличие двух разнонаправленных компонент тока, $j > 0$ и $j < 0$, приводящих к появлению двух составляющих магнит-

ной восприимчивости разного знака. В мейсснеровском состоянии ($m = 0$, кривая 0) ток чисто диамагнитен, а в состоянии, отвечающем кривой 2 – чисто парамагнитен. В состоянии 1 на рис. 3(с) магнитный момент $M = \chi H = 0$, поскольку $\chi = \chi_{dia} + \chi_{para} = 0$.

Аналогичные зависимости представлены на рис. 3(d, e, f) для цилиндра с $R_\lambda = 5$, $\kappa = 0.5$ ($m = 0$ и $m = 1$).

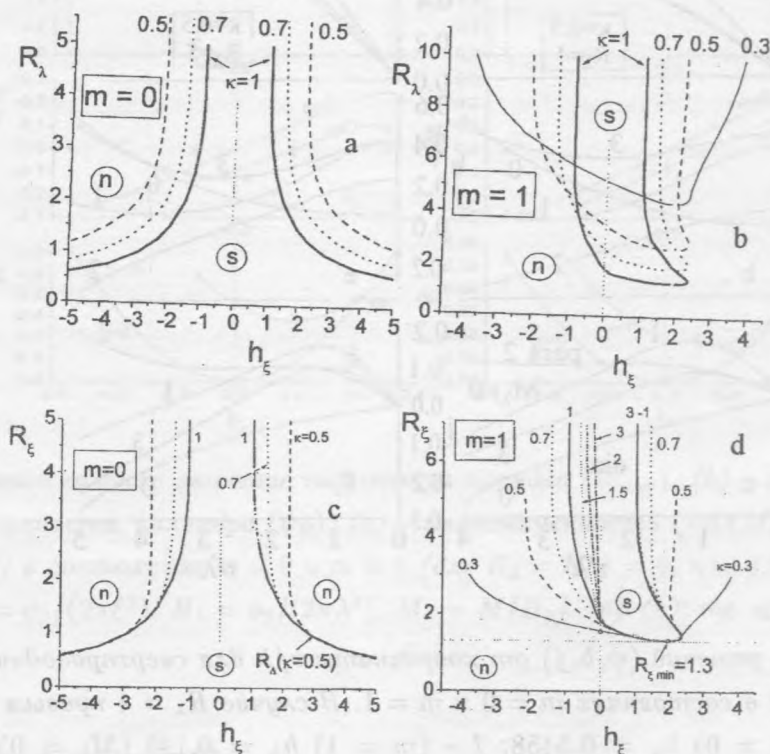


Рис. 4. Критические поля h_c : (a) и (b) – в координатах (R_λ, h_ξ) , (c) и (d) – в координатах (R_ξ, h_ξ) для состояний с $m = 0$ и $m = 1$. Значения κ указаны на рисунке.

Заметим, что при выборе удачной системы координат наглядно выявляются некоторые интересные особенности поведения решений. Так, на рис. 4(a, b) изображены (в координатах (R_λ, h_ξ)) критические поля h_c для сверхпроводников I-рода (с различными значениями $\kappa \leq 1$ [5]) при $m = 0$ и $m = 1$. Аналогичные кривые (в координатах (R_ξ, h_ξ)) изображены на рис. 4(c, d), где показаны также критические поля h_c для сверхпроводников II-рода (с $\kappa \geq 1$ [5]). Заметим, что при $m = 0$ критическим полям h_c для всех сверхпроводников II-рода соответствует единая кривая (жирная линия на рис. 4(a, c)). Эта кривая (при $R_\xi < 1$) описывается законом $R_\xi \approx 2.8/h_\xi$, а при $R_\xi \gg 1$ она име-

ет асимптотику $h_\xi = 1$. Критические поля h_c для сверхпроводников I-рода зависят от κ , однако при достаточно малых радиусах R_ξ критические поля сверхпроводников I- и II-рода совпадают.

В случае $m = 1$ (рис. 4(d)) критические поля h_c для сверхпроводников I- и II-рода отличаются друг от друга, однако, видно, что для всех κ существует единый минимальный радиус, $R_{\xi min} \approx 1.3$. При $R_\xi < R_{\xi min}$ сверхпроводящее состояние с вихрем ($m = 1$) на оси цилиндра становится невозможным.

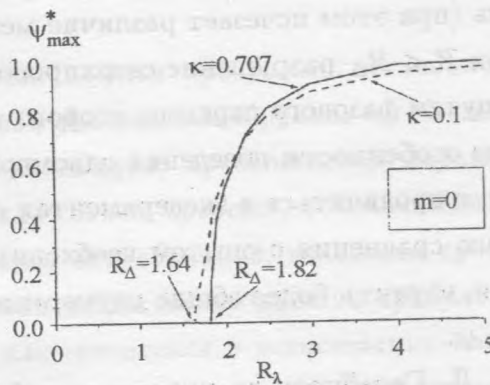


Рис. 5. Амплитуда параметра порядка ψ_{max}^* в точке скачка из s - в n -состояние для сверхпроводников I-рода ($\kappa = 0.1$ и $\kappa = 0.707$; $m = 0$) как функция радиуса R_λ . При $R_\lambda = R_\Delta$ амплитуда скачка $\psi_{max}^* = 0$, поэтому фазовый переход первого рода становится здесь неотличимым от фазового перехода второго рода.

На рис. 4(c) стрелкой и буквой R_Δ показано также значение радиуса $R_\xi = R/\xi$ (для сверхпроводника I-рода с $\kappa = 0.5$), при котором амплитуда скачка из s - в n -состояние обращается в ноль и фазовый переход первого рода становится неотличимым от фазового перехода второго рода. Амплитуда скачка ψ_{max}^* (т.е. максимальное значение параметра порядка в поле, непосредственно предшествующем переходу из s - в n -состояние) изображена на рис. 5 для $\kappa = 0.1$ и $\kappa = 0.707$ (в случае $m = 0$). Видно, что амплитуда скачка быстро убывает с уменьшением радиуса цилиндра, причем минимальное значение радиуса, R_Δ (при котором фазовые переходы первого и второго рода не отличимы друг от друга), зависит от κ . [Если радиус цилиндра R измерять в единицах λ , то $R_\Delta(\kappa = 0.1) = 1.64$, $R_\Delta(\kappa = 0.5) = 1.79$, $R_\Delta(\kappa = 0.707) = 1.82$.]

В данной работе изучены одномерные самосогласованные решения уравнений Гинзбурга–Ландау для цилиндрического сверхпроводника I-рода, находящегося в маг-

нитном поле H . Показано, что внутри сверхпроводника I-рода (при $\kappa < 1$) могут существовать вихри, несущие m квантов потока. В отсутствие внешнего поля ($H = 0$) вихрь удерживается внутри однородного сверхпроводника силой "поверхностного" пиннинга, за счет взаимодействия с поверхностью цилиндра. С ростом поля H сверхпроводящее состояние разрушается фазовым переходом первого рода (скачком в нормальное состояние, $\psi \equiv 0$), без предварительного перехода в "краевое" состояние, которое характерно для сверхпроводников II-рода. Найдено критическое значение поля $H_c(m, \kappa, R)$, при котором происходит скачкообразный переход из s - в n -состояние. При уменьшении радиуса цилиндра R амплитуда скачка уменьшается и при некотором $R = R_\Delta(\kappa)$ величина скачка обращается в ноль (при этом исчезает различие между фазовым переходом первого и второго рода). При $R < R_\Delta$ разрушение сверхпроводимости в цилиндрах I-рода происходит постепенно, путем фазового перехода второго рода.

Вероятно, отмеченные особенности поведения одномерных решений для сверхпроводников I- и II-рода могут проявляться в экспериментах с мезоскопическими образцами, однако для подробного сравнения с опытом необходимо провести дополнительное исследование, в частности, изучить более общие двумерные решения, зависящие от радиуса r и полярного угла φ .

Мы признательны В. Л. Гинзбургу за интерес к работе, обсуждение и полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Гинзбург В. Л., Ландау Л. Д. ЖЭТФ, **10**, 1064 (1950).
- [2] Zharkov G. F., Zharkov V. G., Tsvetkov A. Yu. Phys. Rev. B, **61**, 12293 (2000).
- [3] Zharkov G. F., Zharkov V. G., Tsvetkov A. Yu. cond-mat/0008217 (2000).
- [4] Жарков Г. Ф., Жарков В. Г., Цветков А. Ю. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 11, 35 (2001).
- [5] Zharkov G. F. Phys. Rev. B, **63**, 224513 (2001).
- [6] Saint-James D. Phys. Lett., **15**, 13 (1965).
- [7] Fink H. J., Presson A. G. Phys. Rev., **151**, 219 (1966).
- [8] Zharkov G. F. Phys. Rev. B, **63**, 214502 (2001).

Поступила в редакцию 9 января 2002 г.