УДК 530.145

ДВА ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДА В ГОРЯЧЕЙ КВАРК-ГЛЮОННОЙ МАТЕРИИ

О. К. Калашников

Показана возможность двух фазовых переходов в горячей кварк-глюонной материи, разделенных фазой несвязанных тяжелых кварков. Параметры модели фиксированы с учетом известных данных по киральному фазовому переходу. Модель предсказывает другой фазовый переход (переход деконфайнмента), отделяющий новую фазу тяжелых несвязанных кварков от адронной материи.

Введение. В настоящее время для многих приложений и будущих экспериментов очень важно установить надежную фазовую диаграмму (μ, T)-эволюции кварк-глюонной материи и количественно оценить ее параметры. Однако сегодня это вряд ли возможно, так как свойства многих (по крайней мере двух) фаз не исследованы в деталях. Хорошо исследованной можно считать только высокотемпературную фазу кварк-глюонной плазмы (QGP-фазу), которая, благодаря малой константе связи, изучается надежными методами теории возмущений. Является доказанным существование (хотя и плохо изученной) фазы адронной материи (H-фазы), в которой кварки и глюоны прочно связаны и не существуют в свободном состоянии. Но промежуточная фаза тяжелых несвязанных кварков (Q-фаза), которая также имеет право на существование, сегодня практически не изучена вовсе, хотя такие попытки неоднократно предпринимались (впервые в работе [1] и затем в других статьях). Сегодня интерес к этой проблеме снова ожил благодаря работе [2], в которой промежуточная фаза кварк-глюонной материи исследовалась в модели мешков.

Цель данной работы – показать возможность существования Q-фазы, проводя расчеты непосредственно с квантовым лагранжианом кварк-глюонной материи с помощью стандартной техники температурных функций Грина. Параметры модели фиксированы с учетом известных данных по киральному фазовому переходу. В результате модель предсказывает другой фазовый переход (переход деконфайнмента), отделяющий новую фазу тяжелых несвязанных кварков от адронной материи. Этот переход происходит при более низких температурах и, по всей видимости, хорошо отделен от кирального фазового перехода во всей области изменения параметров μ, T.

Обозначения и формализм. Квантовый лагранжиан кварк-глюонной материи в ковариантной α-калибровке имеет вид

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}G^{a2}_{\mu\nu} + N_f\bar{\psi}[\gamma_\mu(\partial_\mu - \frac{1}{2}ig\lambda^a V^a_\mu) + m]\psi - \\ - \mu N_f\bar{\psi}\gamma_4\psi + \frac{1}{2\alpha}(\partial_\mu V^a_\mu)^2 + \bar{C}^a(\partial_\mu\delta^{ab} + gf^{abc}V^c_\mu)\partial_\mu C^b, \tag{1}$$

где нами использована евклидова метрика с $\gamma^2_\mu = 1$ и общепринятые обозначения.

Давление кварк-глюонной материи вычисляется непертурбативными методами, используя (1) и стандартное определение Z [3]

$$p = -\Omega = T\ln Z, \tag{2}$$

причем предполагается, что для кварк-глюонной материи условие $p = 0$ достаточно точно (т.е. количественно правильно) локализует кривые фазовых переходов на плоскости (μ, T) (фазовая диаграмма, которая уже неоднократно обсуждалась в ряде работ [4, 5]). В данной работе непертурбативное выражение для Ω получаем с помощью двухпетлевого приближения [6]

$$\frac{\Omega^{(2)}}{V} = -\frac{\pi^2(N^2-1)}{45}T^4 + \frac{g^2(N^2-1)N}{144}T^4 - \frac{NN_f}{3\pi^2}\int\limits_0^\infty \frac{d\mathbf{p}}{E_\mathbf{p}}\mathbf{p}^4 n_\mathbf{p} + \\ + \frac{N_f(N^2-1)g^2T^2}{24\pi^2}\int\limits_0^\infty \frac{d\mathbf{p}}{E_\mathbf{p}}\mathbf{p}^2 n_\mathbf{p} + \frac{N_f(N^2-1)g^2}{32\pi^4}\int\limits_0^\infty \frac{d\mathbf{p}d\mathbf{q}}{E_\mathbf{p}E_\mathbf{q}}\mathbf{p}^2\mathbf{q}^2 \times \\ \times \left[\left(2 + \frac{m^2}{\mathbf{pq}}\ln\frac{E_\mathbf{p}E_\mathbf{q} - m^2 - \mathbf{pq}}{E_\mathbf{p}E_\mathbf{q} - m^2 + \mathbf{pq}}\right)(n^-_\mathbf{p}n^-_\mathbf{q} + n^+_\mathbf{p}n^+_\mathbf{q}) + \right. \\ \left. + (n^-_\mathbf{p}n^+_\mathbf{q} + n^+_\mathbf{p}n^-_\mathbf{q})\left(2 + \frac{m^2}{\mathbf{pq}}\ln\frac{E_\mathbf{p}E_\mathbf{q} + m^2 + \mathbf{pq}}{E_\mathbf{p}E_\mathbf{q} + m^2 - \mathbf{pq}}\right)\right], \tag{3}$$

после замены калибровочной константы g на бегущую константу связи, которая является функцией химического потенциала и температуры. В (3) $n_\mathbf{p} = n^+_\mathbf{p} + n^-_\mathbf{p}$ и по определению $n^\pm_\mathbf{p} = [\exp\beta(E_\mathbf{p} \pm \mu) + 1]^{-1}$, где $E_\mathbf{p} = (\mathbf{p}^2 + m^2)^{1/2}$ – энергия свободных кварков. Все другие многопетлевые поправки не учитываются.

Интерполяционная формула для бегущей константы связи определяется простым выражением

$$\frac{g^2(Q^2)}{\pi^2} = \frac{b_1}{a + b_0^2 \ln[1 + 6(1 + N_f/3) b_0 \mathrm{th}[Q^2/b_1] Q^{2b_1/16b_0}]}, \tag{4}$$

которое правильно воспроизводит известную логарифмическую асимптотику $g^2(Q^2)$ в области экстремально больших Q^2 и имеет степенное поведение в противоположном пределе. К сожалению, детали этого поведения пока точно неизвестны и определяются в нашей схеме подгоночными параметрами. Здесь $a = 1$, $b_0 = (11N - 2N_f)/3$ и $b_1 = (34N^2 - 13NN_f + 3N_f/N)/3$ – известные ренормгрупповые коэффициенты, N_f – число "ароматов". При $Q^2 = 0$, согласно (4), $g^2(Q^2)$ стремится к константе, что весьма вероятно, но подтверждено пока только косвенно.

Фазовая диаграмма при $\mu = 0$. Этот предел наиболее простой для исследования, и его параметры наиболее легко поддаются сравнению с решеточными вычислениями. Последнее дает возможность количественно определить параметр Λ_{QCD} и полностью фиксировать модель. Ниже рассматривается только группа $SU(3)$ (здесь $N = 3$).

Киральный фазовый переход и выбор Λ_{QCD}. Мы начинаем с QGP-фазы, где вблизи фазового перехода массы кварков пренебрежимо малы. Мы считаем, что на фазовой кривой $m = 0$ для всех кварков и находим для давления, согласно (2), простое непертурбативное выражение

$$\frac{3p}{T^4} = \frac{8\pi^2}{15}\left[\left(1 + \frac{21N_f}{32}\right) - \frac{15}{4}\left(1 + \frac{5N_F}{12}\right)\frac{g^2(Q_c^2)}{4\pi^2}\right], \tag{5}$$

которое позволяет легко локализовать точку фазового перехода. Результаты численного решения уравнения $p = 0$, с использованием (5), приведены в табл. 1. Здесь $\Lambda_{QCD} = 215\, M\text{э}B$, чтобы воспроизвести $T_c = 260\, M\text{э}B$ при $Q_c^2 = 1,468$ для $N_f = 0$. Для сравнения, см. решеточные вычисления в [7].

Таблица 1

Данные, определяющие киральный фазовый переход в $SU(3)$*-модели*

	$N_f = 2$	$N_f = 3$	$N_f = 4$
Q_c^2	0,750	0,561	0,401
T_c, $M\text{э}B$	186	161	136

Фазовый переход деконфайнмента при $\mu = 0$. После кирального фазового перехода, при дальнейшем понижении температуры, кварки становятся массивными, и уравнение $p = 0$ усложняется

$$\frac{8}{45} + \frac{2N_f\omega_d^4}{\pi^4} I_1(\omega_d) = \frac{g^2(Q_d^2)}{\pi^2} \times$$
$$\times \left\{ \frac{1}{6} + \frac{2N_f}{3} \left(\frac{\omega_d^2}{\pi^2} I_2(\omega_d) + \frac{\omega_d^4}{\pi^4} [3I_2^2(\omega_d) + \frac{3}{4} I_3(\omega_d)] \right) \right\}, \tag{6}$$

однако все интегралы в (6) при $\mu = 0$ зависят от одного безразмерного параметра $\omega = \omega_d = m/T_d$. Эти интегралы имеют вид:

$$I_1(\omega) = \int_0^\infty \frac{x^4 dx}{\sqrt{x^2+1}} \frac{1}{\exp(\omega\sqrt{x^2+1})+1}, \; I_2(\omega) = \int_0^\infty \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^2+1}} \frac{1}{\exp(\omega\sqrt{x^2+1})+1},$$

$$I_3(\omega) = \int_0^\infty \frac{xdx}{\sqrt{x^2+1}} \frac{ydy}{\sqrt{y^2+1}} \ln\frac{(x-y)^2}{(x+y)^2} \times \tag{7}$$
$$\times \frac{1}{\exp(\omega\sqrt{x^2+1})+1} \frac{1}{\exp(\omega\sqrt{y^2+1})+1}$$

и в дальнейшем вычисляются численно для различных значений параметра ω_d. Затем уравнение (6) решается с использованием (7), чтобы определить параметр $Q_d = T_d/\Lambda_{QCD}$. Результаты вычислений приведены в табл. 2. Мы сохранили $\Lambda_{QCD} = 215\, M\text{э}B$, оценивая T_d. Для сравнения см. [2], где обсуждаются подобные результаты.

Таблица 2

Данные, определяющие переход деконфайнмента в $SU(3)$-модели для $\mu = 0$

ω_d	$N_f = 2$			$N_f = 3$		
	Q_d^2	T_d, $M\text{э}B$	m, $M\text{э}B$	Q_d^2	T_d, $M\text{э}B$	m, $M\text{э}B$
0,7	0,702	180	126	0,514	154	108
1,3	0,678	177	230	0,488	150	195
1,9	0,688	178	338	0,490	151	287

Из таблицы 2 видно, что $T_d \sim 177\, M\text{э}B$ (для $N_f = 2$) и $T_d \sim 150\, M\text{э}B$ (для $N_f = 3$), по-видимому, являются наиболее вероятными значениями T_d, определяющими переход деконфайнмента. Но в любом случае $T_d \neq T_c$ (для T_c см. таблицу 1), и этот факт более важен, чем конкретные числа, которые являются модельно-зависимыми. Таким образом, фазовую диаграмму, воспроизводящую два разделенных фазовых перехода, можно считать доказанной. При $\mu = 0$ имеем $\Delta T_{max} = T_c - T_d \sim 10\,МэВ$.

Фазовая диаграмма при T = 0. Здесь мы снова начинаем с выражения (3), упрощая его для случая $T = 0$. Результат имеет вид

$$\frac{\Omega^{(2)}}{V} = -\frac{NN_f\mu^4}{12\pi^2}\left[\sqrt{1-\theta^2}(1-\frac{5}{2}\theta^2) + \frac{3}{2}\theta^4 \ln\frac{1+\sqrt{1-\theta^2}}{\theta}\right] +$$
$$+ g^2\frac{N_f(N^2-1)\mu^4}{64\pi^4}\left\{3\left[\sqrt{1-\theta^2} - \theta^2\ln\frac{1+\sqrt{1-\theta^2}}{\theta}\right]^2 - 2(1-\theta^2)^2\right\}, \tag{8}$$

где $\theta = m/\mu$ – новый параметр, и связь между μ и кварковой плотностью ρ устанавливается обычным выражением: $(N_f\mu^3/3\pi^2)(1-\theta^2)^{3/2}$.

Киральный фазовый переход при $T = 0$. Такой переход происходит в плотной фазе легких кварков, где давление, согласно (8) для $m = 0$, с учетом (4) имеет вид [5]

$$p = -\frac{\Omega}{V} = \frac{N_f\mu^4}{4\pi^2}\left(1 - \frac{g^2(Q^2)}{2\pi^2}\right). \tag{9}$$

Таблица 3

Данные, фиксирующие киральный фазовый переход для $SU(3)$*-модели при* $T = 0$

	$N_f = 2$	$N_f = 3$	$N_f = 4$
Q_c^2	0,533	0,410	0,299
μ_c, $МэВ$	730	640	547

Здесь $Q = \mu/\mu_0$, $\mu_0 = 1\,ГэВ$, чтобы иметь такой же химический потенциал кварков μ_c, как в [2, 8]. Уравнение $p = 0$, следуя (9) и используя (4), решаем численно. Результаты вычислений приведены в табл. 3.

Переход деконфайнмента при $T = 0$. Такой переход происходит при понижении плотности кварк-глюонной материи в фазе тяжелых несвязанных кварков. Уравнение $p = 0$, с учетом (8) и (4), приобретает вид

$$\left[\sqrt{1-\theta_d^2}(1-\frac{5}{2}\theta_d^2) + \frac{3}{2}\theta_d^4\ln\frac{1+\sqrt{1-\theta_d^2}}{\theta_d}\right] =$$
$$= \frac{g^2(Q_d^2)}{2\pi^2}\left\{3\left[\sqrt{1-\theta_d^2} - \theta_d^2\ln\frac{1+\sqrt{1-\theta_d^2}}{\theta_d}\right]^2 - 2(1-\theta_d^2)^2\right\}, \tag{10}$$

и его решение находим численно, выбирая подходящие значения параметра θ_d. Дополнительный анализ уравнения (10) показывает, что область изменения параметра θ_d ограничена ($\theta_d < 0,36$), и уравнение (10) решается только для двух его наиболее вероятных значений. Результаты вычислений приведены в табл. 4. Здесь мы сохранили $\mu_0 = 1\,ГэВ$ для оценки μ_d. Для сравнения см. [2], где обсуждается аналогичная фазовая диаграмма.

Таблица 4

Данные, определяющие переход деконфайнмента для $SU(3)$-модели при $T = 0$

θ_d	$N_f = 2$			$N_f = 3$		
	Q_d^2	μ_d, $МэВ$	m_q, $МэВ$	Q_d^2	μ_d, $МэВ$	m_q, $МэВ$
1/6	0,393	627	105	0,300	548	91
1/4	0,272	521	130	0,204	452	113

Найденное ограничение на параметр θ_d означает ограничение при $T = 0$ величины кварковой массы, которая самосогласованным образом генерируется в Q-фазе (здесь $m_q \sim 100 - 120\,МэВ$). Конечно, эта оценка модельно-зависима, однако киральный фазовый переход при $T = 0$ не является ярко выраженным. Подобное ограничение отсутствует при оценке ширины области существования Q-фазы, которая, по сравнению с оценкой при $\mu = 0$, весьма велика (здесь $\Delta\mu \sim 160 - 220\,МэВ$).

Заключение. Предложенная фазовая диаграмма подтверждает существование двух хорошо разделенных фазовых переходов в горячей и плотной кварк-глюонной материи. Непосредственные вычисления выполнялись только на осях фазовой диаграммы, где нами установлено, что промежуточная Q-фаза тяжелых несвязанных кварков имеет ширину $\Delta T \sim 10\,МэВ$ на оси $\mu = 0$ и $\Delta\mu \sim 160 - 220\,МэВ$ на оси $T = 0$. Промежуточная (μ, T)-область не исследовалась, но очевидно, что предложенный вид фазовой диаграммы не изменится. Для устранения существующего произвола в определении кварковой массы необходимо в дальнейшем объединить проделанные вычисления с непертурбативным расчетом кварковой массы с помощью уравнений Дайсона–Швингера [9] и решить все уравнения самосогласованным образом. Также необходимо уточнить выражение (4) для бегущей константы связи, обосновав его независимыми вычислениями. Однако эти и другие более сложные вычисления необходимы для определения количественных характеристик рассматриваемого явления, в то время как на качественном уровне предложенную фазовую диаграмму можно считать твердо установленной.

Исследование поддержано грантом РФФИ N 96–15–96463.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Shuryak E. V., Phys. Lett., **B 107**, 103 (1981).

[2] Chernavskaya O. D. and Feinberg E. L., Proc. of the Workshop on "Hot Dense Matter: Theory and Experiment", Divonne-les-Bains, June 1994, ed. J. Letessier, H. Gutbrod, and J. Rafelski, p. 117, (Plenum Press, 1995).

[3] Фрадкин Е. С. Труды ФИАН, **29**, 7 (1965).

[4] Kalashnikov O. K. and Klimov V. V., Phys. Lett., **B 88**, 328 (1979).

[5] Kalashnikov O. K., Fortschr. der Phys., **32**, 525 (1984).

[6] Toimela T., Intern. Journal of Theor. Phys., **24**, 901 (1985).

[7] Karsch F., Proc. of the Workshop "QCD-20 YEARS LATER" Aachen, June 1992, ed. P. M. Zerwas, and H. A. Kastrup, (World Scientific, 1993); Nucl. Phys., **A 590**, 367c (1995).

[8] Müller B., Nucl. Phys., **A 590**, 3c (1995). Lee T. D. Nucl. Phys., **A 590**, 11c (1995).

[9] Kalashnikov O. K., Z. Phys., **C 39**, 427 (1998).

Поступила в редакцию 23 апреля 1997 г.