УДК 533.951

О ПОДАВЛЕНИИ ВЛИЯНИЯ ЭФФЕКТИВНОГО НЕЛОКАЛЬНОГО ТЕПЛОПЕРЕНОСА НА НЕЛИНЕЙНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВОЛН В СЛАБОСТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ ПЛАЗМЕ

К. Н. Овчинников, В. П. Силин, С. А. Урюпин

Установлено, что столкновительный вклад в нелинейное взаимодействие волн в слабостолкновительной плазме оказывается несущественным при сравнительно слабой интенсивности поля накачки. Показано, что это реализуется в условиях, когда скорость осцилляций электронов в электромагнитном поле накачки превышает тепловую скорость электрона, поделенную на большую для слабостолкновительной плазмы величину, корень четвертой степени произведения электрон-ионной длины свободного пробега тепловых электронов на волновой вектор, характеризующий взаимодействие волн.

Ранее говорили о бесстолкновительной плазме тогда, когда длина свободного пробега $l_{ei}(V_T) = V_T/\nu_{ei}$ велика по сравнению с характерным масштабом неоднородности L рассматриваемых в плазме процессов

$$l_{ei}(V_T) \gg L. \tag{1}$$

Здесь

$$\nu_{ei} = 4\sqrt{2\pi} Z e^4 n \Lambda / 3 m^2 V_T^3 \tag{2}$$

– частота столкновений теплового электрона с ионами, e и m –заряд и масса электрона, n – плотность числа электронов, $V_T = \sqrt{\kappa_B T/m}$ – тепловая скорость электронов, κ_B – постоянная Больцмана, Z – кратность ионизации ионов, Λ – кулоновский логарифм.

В последние годы стало ясно, что и в условиях (1) столкновения электронов могут играть существенную роль тогда, когда в тех или иных плазменных процессах существенную роль играют достаточно медленные электроны. О такой ситуации будем говорить как о слабостолкновительной плазме. Возможность влияния столкновений на медленные электроны в условиях (1) связана с тем, что длина свободного пробега электрона со скоростью V прямо пропорциональна четвертой степени его скорости

$$l_{ei}(V) \approx (V/V_T)^4 l_{ei}(V_T). \tag{3}$$

Поэтому условие $L > l_{ei}(V)$ выполняется для электронов со скоростями

$$V < V_T[L/l_{ei}(V_T)]^{1/4} = V_* \ll V_T, \tag{4}$$

а такие электроны оказываются сильностолкновительными. Все это позволяет понимать под слабостолкновительной плазмой такую плазму, в которой основную массу электронного распределения по скоростям в соответствии с неравенством (1) можно считать бесстолкновительной, а малую часть подтепловых электронов надо считать сильностолкновительной. При этом в случае слабостолкновительной плазмы именно подтепловые электроны определяют протекающие в ней физические явления.

Первому этапу теории слабостолкновительной плазмы были посвящены работы [1 – 7], в которых были сформулированы как численный [1 – 4], так и аналитический подходы [5 – 7] к описанию роли подтепловых сильностолкновительных электронов. При этом в работе [7] было проведено четкое разделение распределения электронов на область медленных столкновительных частиц и на область основного распределения бесстолкновительных электронов.

Результаты работ [1 – 7] существенны для теории параметрических неустойчивостей плазмы, взаимодействующей с электромагнитным полем вида

$$(1/2)\mathbf{E}(\mathbf{r},t)\exp(-i\omega t) + \text{к.с.}. \tag{5}$$

В частности, работы [1 – 7] позволили определить нелинейное возмущение δn плотности числа электронов пространственно неоднородным полем $E_i E_j^* \to \exp(i\mathbf{kr})E_i E_j^*$. Такое возмущение является ключевым для теории параметрических неустойчивостей и описывается выражением

$$\delta n/n = -(e^2|\mathbf{E}|^2/4m^2\omega^2 V_T^2)[1 + 1.73 Z^{5/7}(kl_{ei})^{-4/7}]. \tag{6}$$

Подчеркнем, что множитель перед квадратной скобкой правой части (6) считается много меньшим единицы, то есть осцилляторная энергия электронов мала по сравнению с их тепловой энергией. Первое слагаемое в квадратной скобке (6) (единица) отвечает влиянию пондеромоторной силы, а второе столкновительное слагаемое может превышать первое при условии достаточно высокой кратности ионизации ионов

$$Z > (kl_{ei})^{4/5}.$$

Работы [1 – 7] трактовали воздействие электромагнитного поля на плазму как слабое возмущение электронного распределения по скоростям, приводящее к квадратичному по напряженности поля выражению для возмущения электронной плотности. В работах [8 – 10] была установлена новая плазменная нелинейность, проявляющаяся в том, что при малых скоростях электронов при выполнении условия

$$V < V_* < V_T(\sqrt{\pi/8}ZV_{E0}^2/V_T^2)^{1/3} \equiv V_L, \tag{7}$$

благодаря обратному тормозному поглощению греющего плазму поля ($\mathbf{E} \to \mathbf{E}_0$) это поле видоизменяет распределение электронов по скоростям (см. также ниже). В формуле (7) $\mathbf{V}_{E0} = (|e|\mathbf{E}_0/m\omega)$ – амплитуда скорости осцилляций электрона в греющем плазму поле излучения. Результат работ [8 – 10] в соответствии с условием (7), в частности, дает для нелинейного возмущения пространственно неоднородной электронной плотности

$$\frac{\delta n}{n} = -\frac{\delta V_E^2}{4V_T^2}\left[1 + \frac{44}{Z(kl_{ei})^{8/5}}\left(\frac{V_T}{V_{E0}}\right)^{12/5}\right], \tag{8}$$

где $\delta V_E^2/4V_T^2$ отвечает множителю перед квадратной скобкой правой части формулы (6). При этом δV_E^2 отвечает билинейной комбинации напряженности греющего электрического поля $\mathbf{E}_0$ и поля возмущения $\delta\mathbf{E}$, описывающего нарастающее при параметрических неустойчивостях поле. Формула (8) заменяет формулу (6) при сравнительно небольших интенсивностях греющего излучения, когда

$$1 \gg (V_{E0}^2/V_T^2) > 20 \times Z^{-10/7}(kl_{ei})^{-6/7}. \tag{9}$$

При этом возникает уменьшение столкновительного вклада, то есть можно говорить об определенном подавлении столкновительного вклада (6), который обычно связывается с нелокальным эффективным электронным теплопереносом. В то же время согласно (8) столкновительная нелинейность все еще может оказаться важнее пондеромоторной при

$$(44/Z)^{5/6}(kl_{ie})^{-4/3} > V_{E0}^2/V_T^2. \tag{10}$$

Это условие совместно с условием (9) может реализоваться при

$$1 \ll kl_{ei} < Z^{5/4}. \tag{11}$$

В настоящем сообщении мы покажем, что при сравнительно слабом поле накачки греющего излучения, когда

$$1 \gg (V_{E0}/V_T)^2 > (V_*/V_T)^2 = (kl_{ei})^{-1/2}, \tag{12}$$

влиянием столкновений на нелинейное возмущение плотности можно полностью пренебречь. В условиях (12) скорость осцилляций электрона в греющем плазму поле накачки превышает скорость столкновительных электронов. В таком пределе в соответствии с работами [11 – 13] для медленно изменяющейся во времени функции распределения электронов

$$\langle f(\mathbf{V}, \mathbf{r}, t)\rangle = \langle f_{oc}(\mathbf{u} = \mathbf{V} - \mathbf{u}_E(t), \mathbf{r}, t)\rangle = F(\mathbf{u}, \mathbf{r}, t),$$

усредненной по быстрому времени осцилляций поля накачки, имеем следующее кинетическое уравнение

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \mathbf{u}\frac{\partial F}{\partial \mathbf{r}} - \frac{e^2}{4m^2\omega^2}\frac{\partial |\mathbf{E}|^2}{\partial \mathbf{r}}\frac{\partial F}{\partial \mathbf{u}} = J_{ee}[F,F] + A\frac{\partial}{\partial u_k}\langle D_{kj}(\mathbf{u}_E(t))\rangle\frac{\partial F}{\partial u_j}. \tag{13}$$

Здесь J_{ee} – электрон-электронный интеграл столкновений, $\mathbf{u}_E(t)$ – скорость осцилляций электрона в электрическом поле воздействующего на плазму излучения, $A = 2\pi e^2 e_i^2 n_i \Lambda/m^2$, а

$$D_{kj}(\mathbf{u}_E(t)) = \frac{\mathbf{u}_E^2\delta_{kj} - u_{E,k}u_{E,j}}{|\mathbf{u}_E|^3}. \tag{14}$$

Для упрощения рассмотрения влияния плазменной нелинейности, отвечающей выражению (14), примем, что греющее излучение имеет круговую поляризацию

$$E_X = E_0\cos(\omega t - \varphi),\ E_Y = -E_0\sin(\omega t - \varphi),\ E_Z = 0.$$

Тогда в обычном для описания воздействия греющего излучения дипольном приближении для подтепловых частиц с $u < V_{E0}$ получаем следующее кинетическое уравнение

$$\frac{\partial F_0}{\partial t} = \nu_{ee}(V_T)\frac{\partial}{\partial \mathbf{u}}\left(V_T^2\frac{\partial F_0}{\partial \mathbf{u}} + \mathbf{u}F_0\right) + \frac{A}{V_{E0}}\left(\frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial u_X^2} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial u_Y^2} + \frac{\partial^2}{\partial u_Z^2}\right)F_0. \quad (15)$$

Следуя работам [1 – 10], можно считать изменение V_T медленным, а поэтому использовать стационарный предел уравнения (15). Для получения интересующих нас оценок и демонстрации связи такого рассмотрения с результатами предшествующих работ, во-первых, заменим последний дифференциальный оператор лапласианом в пространстве $\mathbf{u}$, во-вторых, для описания перехода в область скоростей электронов больших V_{E0} добавим в правую часть обычный нагревный вклад, обусловленный электрон-ионным интегралом столкновений в слабом греющем поле [8 – 10]. При этом из двух таких вкладов существенным является меньший. Тогда для симметричной части электронной функции распределения можно записать следующее уравнение:

$$0 = \frac{d}{du}\left\{u^3\left[\frac{1}{u}\frac{dF_{s0}(u)}{du} + \frac{F_{s0}(u)}{V_T^2}\right] + \frac{dF_{s0}(u)}{du}\min\left[\frac{V_L^3}{u}, \beta u^2\right]\right\}, \quad (16)$$

где $\beta = (\sqrt{\pi/8}ZV_T/V_{E0}) \gg 1$ отвечает аппроксимации последнего дифференциального оператора уравнения (15), а слагаемое, содержащее V_L^3, отвечает использованной в работах [8 – 10] аппроксимации вклада электрон-ионного интеграла столкновений в нагревный процесс плазмы. Уравнение (16) позволяет записать симметричную часть функции распределения греющихся электронов в следующем интерполяционном виде

$$F_{s0}(u) = \frac{n}{(2\pi)^{3/2}V_T^3}\exp\left\{-\frac{1}{V_T^2}\int_0^u dV\frac{V(V^3+V_{E0}^3)}{V^3+V_L^3}\right\}. \quad (17)$$

Эта формула при тепловых и подтепловых скоростях, когда $V \gg V_L > V_{E0}$, дает обычное распределение Максвелла. При подтепловых скоростях, но больших V_{E0} ($V_T \gg V > V_{E0}$), формула (17) дает распределение работ [8 – 10]. Наконец, для интересующих нас в этом сообщении малых скоростей

$$V < V_{E0} \quad (18)$$

из формулы (17) имеем

$$F_{s0}(u) \approx \frac{n}{(2\pi)^{3/2}V_T^3}\left\{1 - \frac{u^2}{2V_T^2}\sqrt{\frac{8}{\pi}}\frac{V_{E0}}{ZV_T}\right\}. \quad (19)$$

Эта формула описывает эффект нелинейного перераспределения электронов в области фазового пространства малых подтепловых скоростей за счет тем более эффективного нагрева электронов при обратном тормозном поглощении греющего излучения, чем меньше электронная скорость. В этом смысле подобно распределению работ [8 – 10] формула (19) отвечает одному и тому же эффекту, хотя и описывается иной аналитической закономерностью.

Далее, интересуясь нелинейностью плазмы применительно к проблематике параметрических неустойчивостей, будем считать, что помимо греющего плазму поля имеется также поле возмущения $\delta\mathbf{E}$, которому отвечает возмущение скорости осцилляций электрона $\delta\mathbf{u}_E(t)$.

Теперь, считая частоту поля возмущения слабо отличающейся от частоты поля накачки, для возмущения электронной функции распределения δF, возникшего из-за нагрева электронов, можно записать следующее уравнение

$$\frac{\partial\delta F}{\delta t}+\mathbf{u}\frac{\partial\delta F}{\partial\mathbf{r}}=\frac{A}{V_{E0}}\left(\frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial u_X^2}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial u_Y^2}+\frac{\partial^2}{\partial u_Z^2}\right)\delta F+U. \tag{20}$$

Здесь учтено неравенство

$$ZV_T\gg V_{E0}>u, \tag{21}$$

что позволяет пренебречь электрон-электронным интегралом столкновений, а также использованы обозначения

$$U=\frac{4e^2e_i^2n_i\Lambda n_e}{\pi Zm^2V_T^6V_{E0}}\delta u_E, \tag{22}$$

$$\delta u_E=\delta u_{EY}^c+\delta u_{EX}^s,$$

$$\delta\mathbf{u}_E^s=\langle\delta\mathbf{u}(t)\sin(\omega t-\varphi)\rangle,\ \delta\mathbf{u}_E^c=\langle\delta\mathbf{u}(t)\cos(\omega t-\varphi)\rangle. \tag{23}$$

В формулах (23) усреднение проводится по быстрому времени осцилляций поля накачки.

Имея в виду линейность уравнения (20), примем, что $\delta\mathbf{u}_E^s$ и $\delta\mathbf{u}_E^c$ пропорциональны $\exp(i\mathbf{kr})$. Тогда, подобно [1 – 10], для стационарного случая имеем:

$$i\mathbf{ku}\delta F=\frac{A}{V_{E0}}\left(\frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial u_X^2}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial u_Y^2}+\frac{\partial^2}{\partial u_Z^2}\right)\delta F+U. \tag{24}$$

Для наших оценок ограничимся случаем $\mathbf{k} = (0, 0, k)$, когда δF оказывается зависящей лишь от u_Z. Соответственно этому

$$\delta n_c \approx u_{max}^2 \int\limits_0^{u_{max}} du_Z \delta F(u_Z), \tag{25}$$

где u_{max} – мксимальное значение скорости, при которой пригодно уравнение (24). В соответствии с изложенным выше

$$u_{max} \leq V_E. \tag{26}$$

При этом, обозначая

$$u_Z = u_0 \xi, \ \ \delta F(u_Z) = C\Psi(\xi), \tag{27}$$

где

$$u_0 = V_T \left(\sqrt{\frac{9\pi}{8}} \frac{V_T}{k l_{ei} V_{E0}} \right)^{1/3}, \ C = \frac{2 n u_0^2 \delta u_E}{Z \pi^2 V_T^6}, \tag{28}$$

имеем для определения $\Psi(\xi)$ следующее уравнение

$$i\xi\Psi = \frac{d^2\Psi}{d\xi^2} + 1. \tag{29}$$

Заметим, что в силу неравенств (12)

$$u_0 < V_T (k l_{ei})^{-1/4} = V_* < V_{E0}. \tag{30}$$

Формулы (27) и (28) позволяют представить (25) в виде

$$\frac{\delta n_c}{n} \approx \frac{3}{\pi\sqrt{2\pi}} \frac{u_{max}^2 \delta u_E}{V_T^2 V_{E0} Z k l_{ei}} \int\limits_0^{(u_{max}/u_0)} d\xi \Psi(\xi). \tag{31}$$

Принимая далее $u_{max} \approx V_{E0}$, имеем

$$\frac{\delta n_c}{n} \leq \frac{V_{E0} \delta u_E}{4 V_T^2 Z k l_{ei}}. \tag{32}$$

Последняя оценка позволяет видеть, что столкновительный вклад оказывается в $Zkl_{ei} \gg 1$ раз меньше пондеромоторного вклада в нелинейное возмущение плотности.

Нетрудно убедиться, что отказ от ограничения частным случаем $\mathbf{k} = (0, 0, k)$ не меняет оценку (32).

Таким образом показано, что при сравнительно небольшой энергии осцилляций электрона в поле накачки, когда выполнено условие

$$\frac{e^2|\mathbf{E}_0|^2}{m\omega^2} > \frac{\kappa_B T}{(kl_{ei})^{1/2}}, \tag{33}$$

в слабостолкновительной плазме, то есть при

$$kl_{ei} \gg 1, \tag{34}$$

нелинейное возмущение плотности плзамы, определяющее развитие параметрических неустойчивостей, дается теорией, полностью пренебрегающей столкновениями. Иными словами можно говорить о чисто бесстолкновительной пондеромоторной нелинейности при выполнении условий (33) и (34).

Возмущение плотности медленных электронов с $u \leq V_E$ позволяет записать оценку для возмущения их температуры

$$\frac{\delta T_c}{T} \approx -\frac{\delta n_c}{n} \approx \frac{V_{E0}\delta u_E}{4ZV_T^2 kl_{ei}}. \tag{35}$$

С другой стороны, возмущение температуры тепловых электронов с $V \approx V_T \gg V_{E0}$ составляет [9, 10]

$$\frac{\delta T_T}{T} \approx -\frac{V_{E0}\delta u_E}{4V_T^2 kl_{ei}} \tag{36}$$

и превосходит (35) в $Z \gg 1$ раз. Далее, используя условие баланса тепла

$$i\mathbf{k}\mathbf{q} \approx nmV_{E0}\delta u_E \nu_{ei} \tag{37}$$

и связь теплового потока с возмущением температуры

$$\mathbf{q} = -i\mathbf{k}\chi\delta T \approx -i\mathbf{k}\chi\delta T_T, \tag{38}$$

из (36) – (38) получаем оценку для коэффициента эффективной теплопроводности

$$\chi \approx nV_T\kappa_B/k. \tag{39}$$

Теплопроводность (39) отвечает бесстолкновительному переносу тепла. Тем самым в условиях (33) можно говорить о подавлении полем ограничения теплового потока.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных иследований (проект 99–02–18075) и при Государственной поддержке ведущих научных школ.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Epperlein E. M. Phys. Rev. Lett., **65**, 2145 (1990).

[2] Epperlein E. M. and Short R. W. Phys. Fluids, **B4**, 4190 (1992).

[3] Short R. W. and Epperlein E. M. Phys. Rev. Lett., **68**, 3307 (1992).

[4] Berger R. L., Lasinski B. F., Kaiser T. B., Williams E. A., and Langdon A. B. Phys. Fluids, **B5**, 2243 (1993).

[5] Максимов А. В., Силин В. П. ЖЭТФ, **103**, 73 (1993).

[6] Максимов А. В., Силин В. П. ЖЭТФ, **105**, 1242 (1994).

[7] Силин В. П. ЖЭТФ, **106**, 1398 (1994).

[8] Maximov A. V., Ovchinnikov K. N., Silin V. P., and Uryupin S. A. Physics Letters, **A237**, 64 (1997).

[9] Максимов А. В., Овчинников К. Н., Силин В. П., Урюпин С. А. ЖЭТФ, **113**, 1299 (1998).

[10] Максимов А. В., Овчинников К. Н., Силин В. П., Урюпин С. А. ДАН, **358**, 618 (1998).

[11] Силин В. П. ЖЭТФ, **47**, 2254 (1964).

[12] Силин В. П. Введение в кинетическую теорию газов. М., Изд-во ФИАН, Москва, 1998 г.

[13] Силин В. П. ЖЭТФ, **111**, 478 (1997).

Поступила в редакцию 28 декабря 1999 г.