

УДК 533.951

О ВЛИЯНИИ ТУРБУЛЕНТНОГО НАГРЕВА ИОНОВ НА ФИЛАМЕНТАЦИЮ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

К. Ю. Вагин, В. П. Силин, С. А. Урюпин

Дано гидродинамическое описание влияния турбулентного нагрева ионов на филаментацию высокочастотного излучения в неизотермической плазме. Установлен характерный размер филамента и показано, что турбулентный нагрев ионов приводит к существенному увеличению коэффициента усиления филамента.

Эффективная частота столкновений электронов в плазме с ионно-звуковой турбулентностью (ИЗТ) существенно больше, чем в ламинарной плазме, что, в частности, является причиной ограничения электронного переноса тепла. Вследствие этого имеет место относительное увеличение возмущений плотности электронов из-за обратного тормозного поглощения излучения и их охлаждения электронным потоком тепла. Тем самым, в турбулентной плазме проще реализуются условия, в которых такие параметрические неустойчивости, как филаментация [1, 2] и вынужденное рассеяние Мандельштама–Бриллюэна [1, 3], обусловлены тепловой нелинейностью плазмы. При этом филаментация лазерного излучения в турбулентной плазме [1, 2] возникает при плотностях потока меньших, чем в ламинарной плазме (см., например, [4 – 7]). Другой важной особенностью плазмы с ИЗТ является аномальный турбулентный нагрев ионов, который порождает весьма большие относительные возмущения температуры ионов, сравнимые с относительными возмущениями плотности и температуры электронов. В этой связи возникает необходимость в последовательном учете нагрева ионов при рассмотрении параметрических неустойчивостей [3]. Цель настоящего сообщения – дать описание влияния турбулентного нагрева ионов на явление филаментации.

Основу дальнейшего рассмотрения составляет система гидродинамических уравнений для плотности и температуры электронов, и температуры ионов, описывающих

квазистационарное состояние плазмы с ИЗТ. Базируясь на этих уравнениях, найдено возмущение плотности электронов, порождаемое возмущением поля электромагнитной волны. Используя такое возмущение плотности и укороченные уравнения для филаментационных возмущений поля, получено выражение для коэффициента пространственного усиления филамента. Найдены зависимости характерного размера наиболее эффективно усиливающегося филамента и максимального коэффициента пространственного усиления филамента от угла между волновым вектором филаментационных возмущений и направлением анизотропии ИЗТ. Показано, что турбулентный нагрев ионов облегчает развитие филаментационной параметрической неустойчивости.

В основу дальнейшего рассмотрения положим систему гидродинамических уравнений, описывающих квазистационарное состояние неподвижной плазмы с ИЗТ в высокочастотном электромагнитном поле

$$\nabla p = -\frac{n}{16\pi n_c} \nabla |\mathbf{E}|^2, \quad (1)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{q} = \nu_{ei} \frac{n}{8\pi n_c} |\mathbf{E}|^2 - \frac{3}{2} \nu_T n \kappa T, \quad (2)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{q}_i = \frac{3}{2} \nu_T n \kappa T. \quad (3)$$

Здесь $p = n\kappa(T + T_i/Z)$ – давление, κ – постоянная Больцмана, Z – кратность ионизации ионов, n – плотность электронов, T и T_i – температуры электронов и ионов, $n_c = m\omega_0^2/4\pi e^2$ – критическая плотность электронов для излучения с частотой ω_0 , e и m – заряд и масса электрона, \mathbf{E} – напряженность высокочастотного поля,

$$\nu_{ei} = \frac{4\sqrt{2\pi} Z \Lambda e^4 n}{3\sqrt{m} (\kappa T)^{3/2}} \quad (4)$$

– частота электрон-ионных столкновений, Λ – электронный кулоновский логарифм, ν_T – турбулентная частота релаксации температуры, \mathbf{q} и \mathbf{q}_i – тепловые потоки электронов и ионов. Уравнения (1) – (3) записаны в условиях, когда в плазме отсутствует электрический ток. Ограничимся рассмотрением уравнений (1) – (3) в условиях, когда тепловой поток электронов и порождаемый им уровень турбулентных шумов велики настолько, что

$$R = \frac{3}{2} n \kappa |\nabla T| \gg R_{NL} = \frac{1}{6\pi} m n v_s \omega_{Li} \frac{Z T}{T_i}, \quad (5)$$

где v_s – скорость звука, ω_{Li} – ленгмюровская частота ионов. При этом для турбулентной частоты ν_T и электронного потока тепла \mathbf{q} имеют место соотношения

$$\nu_T = 1.3 \frac{v_s}{L_T}, \quad (6)$$

$$\mathbf{q} = -\mathbf{n} \cdot \mathbf{q}, \quad q = \frac{128}{3\pi} \beta n \kappa T v_s \sqrt{\frac{R}{R_{NL}}}, \quad (7)$$

где $\mathbf{n} = \nabla T / |\nabla T|$, $L_T = |\nabla \ln T|^{-1}$ – характерный масштаб неоднородности температуры, $\beta = 0.25$. Наконец, будем считать, что рассеяние ионов в основном определяется их столкновениями между собой. Тогда, для теплового потока ионов справедливо соотношение Фика

$$\mathbf{q}_i = -\lambda_i \nabla T_i, \quad (8)$$

и обычное выражение для коэффициента теплопроводности

$$\lambda_i = 3.91 \frac{n \kappa^2 T_i}{Z m_i \nu_{ii}}, \quad (9)$$

где m_i – масса ионов, ν_{ii} – частота ион-ионных столкновений

$$\nu_{ii} = \frac{4}{3} \frac{\sqrt{\pi} Z^3 \Lambda_i e^4 n}{\sqrt{m_i} (\kappa T_i)^{3/2}}, \quad (10)$$

Λ_i – кулоновский логарифм для ионов.

Воспользуемся уравнениями (1) – (3) для отыскания возмущения плотности электронов, порождаемых возмущением квадрата модуля амплитуды поля

$$\delta E^2 \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) + \text{к.с.} \quad (11)$$

Примем, что все гидродинамические величины имеют такую же зависимость от волнового вектора возмущений \mathbf{k} и изменяются на масштабах много меньших характерного масштаба неоднородности плазмы L . При $kL \gg 1$ из (1) – (10) приближенно получаем систему уравнений для возмущений δn , δT и δT_i

$$-T \frac{\delta n}{n} = \delta T + \frac{\delta T_i}{Z} + \frac{\delta E^2}{16\pi \kappa n_c}, \quad (12)$$

$$\frac{1}{2} k^2 L_T q \frac{\delta T}{T} (1 + \sin^2 \theta) - \frac{3}{4} i q k \cos \theta \left(\frac{\delta n}{n} + \frac{2}{3} \frac{\delta T_i}{T_i} \right) = \nu_{ei} \frac{n}{8\pi n_c} \delta E^2, \quad (13)$$

$$\frac{k^2 \kappa T_i}{m_i \nu_{ii}} \delta T_i = \frac{1}{2} i k v_s Z \delta T \cos \theta, \quad (14)$$

где θ – угол между векторами \mathbf{k} и \mathbf{n} . Из (12) – (14) сразу находим возмущение плотности электронов, порождаемое возмущением поля δE^2

$$\frac{\delta n}{n} = -\frac{e^2 \delta E^2}{4m\omega_0^2 \kappa T} \left\{ 1 + \frac{\sqrt{2\pi}}{24\beta} \frac{1}{k^2 l_{ei}} \frac{1 + i \frac{\nu_{ii}}{2k v_s} \frac{ZT}{T_i} \cos \theta}{1 + \sin^2 \theta + \frac{\nu_{ii}}{2k v_s} \left(\frac{ZT}{T_i}\right)^2 \frac{\cos^2 \theta}{k L_T}} \right\}. \quad (15)$$

В (15) использованы обозначения для длин свободного пробега тепловых электронов в ламинарной $l_{ei} = v_t / \nu_{ei}$ и турбулентной плазме $l_T = v_T / \nu_t$, где

$$\nu_t = \sqrt{\frac{9\pi}{8}} \frac{\sqrt{RR_{NL}}}{nmv_s}. \quad (16)$$

Первое слагаемое – единица в фигурных скобках (15) – связано с пондеромоторным воздействием высокочастотного поля. Второе слагаемое, содержащее длины свободного пробега электрона, описывает возмущение плотности, возникающее при нагреве электронов из-за столкновительного поглощения поля и их охлаждения потоком тепла в турбулентной плазме. Напомним, что использование представлений о локальном переносе тепла оправдано при $Zk^2 l_{ei} \ll 1$. Наличие такого неравенства позволяет в дальнейшем говорить о тепловом механизме филаментации и пренебречь единицей в фигурных скобках формулы (15).

Зная возмущение плотности электронов, перейдем к рассмотрению явления филаментации. С этой целью представим поле электромагнитной волны в виде

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{e}[E_0 + (\delta E_{+1}(\mathbf{r})e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} + \delta E_{-1}(\mathbf{r})e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}})]e^{i\mathbf{k}_0\mathbf{r}}, \quad (17)$$

где \mathbf{e} – единичный вектор поляризации волны накачки, \mathbf{k}_0 – волновой вектор волны, $\mathbf{k}_0\mathbf{e} = 0$. Для простоты примем $\mathbf{k}_0\mathbf{k} = 0$, $\mathbf{k}\mathbf{e} = 0$. При этом δE^2 имеет вид

$$\delta E^2 = E_0^* \delta E_{+1} + E_0 \delta E_{-1}^*. \quad (18)$$

Как обычно, для филаментационных возмущений электромагнитного поля имеем систему укороченных уравнений вида

$$\left(2i\mathbf{k}_0 \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} - k^2 \right) \delta E_{+1}(\mathbf{r}) = \frac{\omega_0^2}{c^2} \frac{\delta n}{n_c} E_0, \quad (19)$$

$$\left(-2i\mathbf{k}_0 \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} - k^2 \right) \delta E_{-1}^*(\mathbf{r}) = \frac{\omega_0^2}{c^2} \frac{\delta n}{n_c} E_0^*. \quad (20)$$

Принимая, что характерная длина изменения филамента в направлении распространения волны много меньше L , решение уравнений (19) – (20) ищем в виде $\delta E_{+1}(\mathbf{r}) \sim \delta E_{-1}^*(\mathbf{r}) \sim \exp[(i\Delta + G)\mathbf{k}_0\mathbf{r}/k_0]$. Тогда для коэффициента усиления филамента G и поправки Δ к волновому числу k_0 находим

$$\Delta = \frac{k^2}{G} \text{Im}N, \quad (21)$$

$$G^2 = k^2 \left[\text{Re}N - \frac{k^2}{8k_0^2} \right] + k^2 \sqrt{\left[\text{Re}N - \frac{k^2}{8k_0^2} \right]^2 + [\text{Im}N]^2}. \quad (22)$$

Здесь функция N имеет вид

$$N = \frac{\sqrt{2\pi}}{384\beta} \frac{1}{k^2 l_i l_{ei}} \left(\frac{v_E \omega_{Le}}{v_T k_0 c} \right)^2 \times \\ \times \left[1 + \frac{i}{2kl_{ii}} \left(\frac{ZT}{T_i} \right)^{1/2} \cos \theta \right] \left[1 + \sin^2 \theta + \frac{1}{2k^2 L_T l_{ii}} \left(\frac{ZT}{T_i} \right)^{3/2} \cos^2 \theta \right]^{-1}, \quad (23)$$

$v_E = |eE_0|/m\omega_0$ – амплитуда скорости осцилляций электрона в высокочастотном поле, $v_T = \sqrt{\kappa T/m}$ – тепловая скорость электронов, ω_{Le} – ленгмюровская частота электронов, $l_{ii} = v_{Ti}/\nu_{ii}$ – длина свободного пробега ионов с тепловой скоростью v_{Ti} .

Прежде всего, отметим, что при значениях углов θ , удовлетворяющих неравенству

$$|\cos \theta| \ll 2kl_{ii}(T_i/ZT)^{1/2}, \quad (24)$$

в (22) можно полностью пренебречь мнимой частью N . При этом в наиболее интересном и легко реализуемом случае, когда $L_T \gg l_{ii}(ZT/T_i)^{1/2} \approx l_{ei}(T_i/ZT)^{3/2}$, коэффициент усиления (22), (23) переходит в полученный ранее в рамках подхода, не учитывающего турбулентный нагрев ионов [2].

Далее остановимся на обсуждении противоположного предельного случая

$$2kl_{ii} \ll \sqrt{\frac{ZT}{T_i}} |\cos \theta|, \quad (25)$$

когда в (22) можно опустить $\text{Re}N$. Тогда коэффициент пространственного усиления филамента (22) принимает вид

$$G^2 = -\frac{k^4}{8k_0^2} + \left\{ \frac{k^8}{64k_0^4} + \frac{k^2 k_0^6}{64} A^2 \cos^2 \theta [k_0^2 \cos^2 \theta + k^2 B(2 - \cos^2 \theta)]^{-2} \right\}^{1/2}, \quad (26)$$

где использованы обозначения

$$A = \frac{\sqrt{2\pi}}{48\beta} \left(\frac{v_E \omega_{Le}}{v_T k_0 c} \right)^2 \frac{L_T}{k_0 l_i l_{ei}} \frac{T_i}{ZT}, \quad (27)$$

$$B = 2k_0^2 L_T l_{ii} \left(\frac{T_i}{ZT} \right)^{3/2}. \quad (28)$$

Для обсуждаемых филаментационных возмущений поля, когда $\mathbf{k}\mathbf{e} = 0$ и $\mathbf{k}\mathbf{k}_0 = 0$, угол θ между векторами \mathbf{k} и \mathbf{n} определяется однозначно, если определена ориентация векторов \mathbf{k}_0 и \mathbf{e} относительно \mathbf{n} . Имея в виду это замечание, рассмотрим коэффициент усиления G (25) как функцию волнового числа k . С этой целью введем безразмерное волновое число $Y = \sqrt{B}k/k_0$ и коэффициент пространственного усиления $F = \sqrt{8BG}/k_0$. Тогда выражение (25) принимает вид

$$F^2 = -y^4 + \{y^8 + D^2 y^2 \cos^2 \theta [\cos^2 \theta + y^2(2 - \cos^2 \theta)]^{-2}\}^{1/2} \quad (29)$$

и содержит зависимость лишь от одного параметра

$$D = AB^{3/2} = \sqrt{8} \frac{I}{I_0} (k_0 L_T)^2 \left(\frac{l_{ii}}{L_T} \right)^{3/2} \left(\frac{T_i}{ZT} \right)^{13/4}, \quad (30)$$

где $I = c|E_0|^2/8\pi$ – плотность потока излучения. Величина I_0 определяет пороговое значение плотности потока излучения $I_{th} = I_0(2 - \cos^2 \theta)$ в турбулентной плазме без учета турбулентного нагрева ионов в том случае, когда порог неустойчивости характеризуется масштабом неоднородности порядка L_T , и имеет вид [2]

$$I_0 = \frac{24\beta}{2\pi} \frac{l_i l_{ei}}{L_T^2} \left(\frac{k_0 c}{\omega_0} \right)^2 c \frac{n_c^2 m v_T^2}{n}. \quad (31)$$

Для определения тех $Y_m = Y_m(\theta, D)$, при которых коэффициент усиления $F_m(\theta, D) \equiv F(Y_m(\theta, D), \theta, D)$ максимален, воспользуемся условием $\partial F/\partial Y|_{Y=Y_m} = 0$. Тогда из (28) находим

$$\begin{aligned} & \{1 + D^2 y_m^{-6} \cos^2 \theta [\cos^2 \theta + y_m^2(2 - \cos^2 \theta)]^{-2}\}^{1/2} = \\ & = 1 + \frac{D^2 y_m^{-6} \cos^2 \theta}{4} [\cos^2 \theta - y_m^2(2 - \cos^2 \theta)] [\cos^2 \theta + y_m^2(2 - \cos^2 \theta)]^{-3}. \end{aligned} \quad (32)$$

Результаты численного решения уравнения (31) и графики функции $F_m(\theta, D)$ представлены на рис. 1 и рис. 2 для нескольких значений параметра D . Представленные на этих рисунках зависимости допускают аналитическое описание в двух предельных случаях.

Сначала рассмотрим такие условия, когда

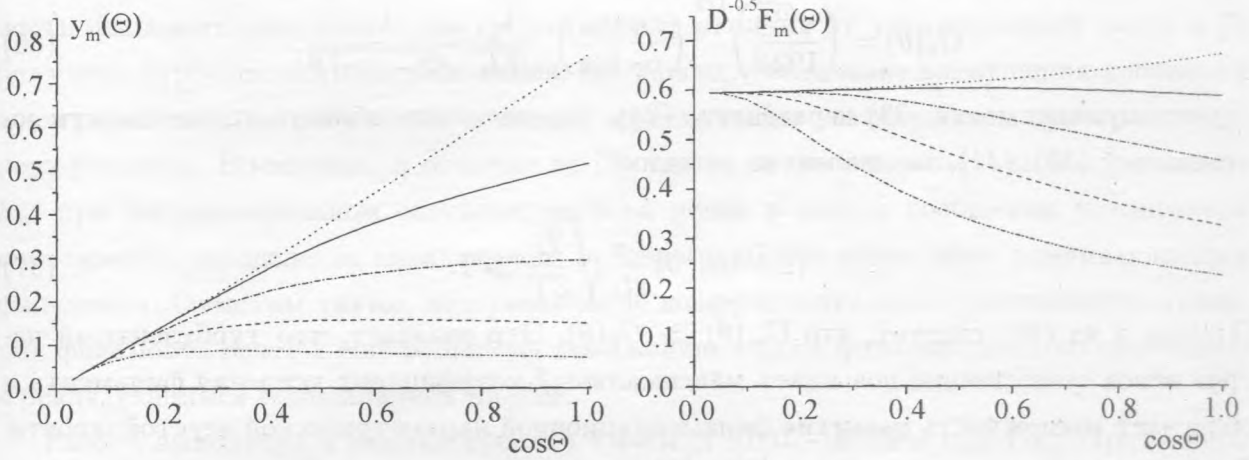


Рис. 1. График зависимости безразмерного волнового числа $y_m(\theta)$ наиболее эффективно усиливающегося филамента как функции угла θ между волновым вектором филамента и осью анизотропии турбулентных шумов. Кривые отвечают следующим значениям параметра D : 1 – 10; 2 – 1; 3 – 0.1; 4 – 0.01; 5 – 0.001.

Рис. 2. График зависимости безразмерного максимального коэффициента пространственного усиления филамента $F_m(\theta)/\sqrt{D}$. Значения параметра D те же, что и на рис. 1.

$$|\cos \theta| \ll D^{1/4}. \tag{33}$$

В этом случае $\Delta = G$, а сам коэффициент G описывается выражением (25), в котором достаточно удерживать лишь слагаемое, содержащее A . Удерживая в (31) лишь содержащее D^2 наибольшее слагаемое, находим волновое число

$$k_m(\theta) = \frac{k_0}{\sqrt{B}} \frac{|\cos \theta|}{\sqrt{2 - \cos^2 \theta}} \equiv \left(\frac{ZT}{T_i}\right)^{3/4} \frac{1}{\sqrt{2L_T l_{ii}}} \frac{|\cos \theta|}{\sqrt{2 - \cos^2 \theta}}, \tag{34}$$

и отвечающий ему коэффициент усиления

$$G_m(\theta) = \frac{k_0}{4} \left[\frac{A^2}{B(2 - \cos^2 \theta)} \right]^{1/4} \equiv \frac{1}{2} G_0(\theta) \left[\frac{L_T}{2l_{ii}} \sqrt{\frac{T_i}{ZT}} (2 - \cos^2 \theta) \right]^{1/4}, \tag{35}$$

где $G_0(\theta)$ – известный максимальный коэффициент усиления в теории, не учитывающей турбулентный нагрев ионов [2]

$$G_0(\theta) = \left(\frac{\sqrt{2\pi}}{192\beta} \right)^{1/2} \left(\frac{v_E \omega_{Le}}{v_T k_0 c} \right) \frac{1}{\sqrt{l_t l_{ei}}} \frac{1}{\sqrt{2 - \cos^2 \theta}}. \quad (36)$$

С учетом зависимости (33) неравенство (24), определяющее область применимости соотношений (33), (34), эквивалентно условию

$$(2 - \cos^2 \theta) \frac{L_T}{2l_{ii}} \sqrt{\frac{T_i}{ZT}} \gg 1. \quad (37)$$

Отсюда и из (34) следует, что $G_m(\theta) \gg G_0(\theta)$. Это означает, что турбулентный нагрев ионов существенно повышает максимальный коэффициент усиления филамента и облегчает возможность развития филаментационной параметрической неустойчивости. Приведенные выше зависимости (33), (34) описывают те участки кривых на рис. 1 и рис. 2, где выполнено неравенство (32). Отметим, что при $D \gg 1$ выражения (33), (34) пригодны во всем диапазоне углов θ , так как неравенство (32) в этом случае выполнено для всех $|\cos \theta|$.

Поскольку выражение для D (29) содержит два малых параметра l_{ii}/L_T и T_i/ZT в большой степени, то возможны условия, когда $D \ll 1$. Для малых D интерес представляет и второй предельный случай, когда имеет место неравенство, обратное (32)

$$|\cos \theta| \gg D^{1/4}. \quad (38)$$

В этом случае в (31) можно опустить малые члены вида $y_m^2(2 - \cos^2 \theta)$. При этом находим

$$k_m(\theta) = \frac{k_0}{\sqrt{2}} A^{1/3} |\cos \theta|^{-1/3} \equiv \left(\frac{\sqrt{\pi}}{96\beta} \right)^{1/3} \left(\frac{T_i}{ZT} \right)^{1/3} \left(\frac{v_E^2 \omega_{Le}^2 L_T}{v_T^2 c^2 l_t l_{ei}} \right)^{1/3} |\cos \theta|^{-1/3}, \quad (39)$$

и следующее выражение для коэффициента усиления

$$\begin{aligned} G_m(\theta) &= \frac{k_0}{4} \left(\frac{A}{|\cos \theta|} \right)^{2/3} \equiv \\ &\equiv \frac{1}{2} |\cos \theta|^{-2/3} \sqrt{2 - \cos^2 \theta} G_0(\theta) \left(\frac{I}{I_0} \right)^{1/6} \left[k_0 L_T \left(\frac{T_i}{ZT} \right)^2 \right]^{1/3}. \end{aligned} \quad (40)$$

Поскольку обычно $k_0 L_T (T_i/ZT)^2 \gg 1$, то из (39) видно, что и в пределе (37) коэффициент усиления $G_m(\theta)$ больше $G_0(\theta)$, возникающего в теории, не учитывающей турбулентный нагрев ионов. Отметим, что зависимости (38), (39) описывают те участки кривых на рис.1 и рис. 2, для которых выполнено неравенство (37).

Подводя итог нашему рассмотрению отметим, что приведенные выше закономерности филаментации имеют два существенных отличия от установленных ранее в [2] без учета турбулентного нагрева ионов. Во-первых, увеличение возмущения плотности электронов из-за нагрева ионов приводит к увеличению коэффициента пространственного усиления. Во-вторых, в отличие от [2], где не оказалось возможным определение k_m , при последовательном описании нагрева ионов в нашем сообщении установлена возможность определения характерного размера наиболее эффективно усиливающегося филамента. Отметим также, что увеличение коэффициента пространственного усиления филамента ведет к еще большему понижению порога филаментации по сравнению с реализующимся в ламинарной плазме.

Работа выполнена в рамках проекта РФФИ N 97-02-16779 и при Государственной поддержке ведущих научных школ.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] О в ч и н н и к о в К. Н., С и л и н В. П., У р ю п и н С. А. ЖЭТФ, **113**, 629 (1998).
- [2] В а г и н К. Ю., С и л и н В. П., У р ю п и н С. А. Физика плазмы, **25**, 688 (1999).
- [3] В а г и н К. Ю., С и л и н В. П., У р ю п и н С. А. ЖЭТФ, **117**, 75 (2000).
- [4] К r u e r W. L. Comm. Plasma Phys. Contr. Fusion, **9**, 33 (1985).
- [5] E r r e r l e i n E. M. Phys. Rev. Lett., **65**, 2145 (1990).
- [6] М а к с и м о в А. В., С и л и н В. П. ЖЭТФ, **103**, 73 (1993).
- [7] М а к с и м о в А. В., С и л и н В. П., Ч е г о т о в М. В. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 9, 35 (1989).

Поступила в редакцию 30 декабря 1999 г.