УДК 539.1

АНАЛИЗ ОДНОМЕРНОГО РАСШИРЕНИЯ СГУСТКА КВАРК-ГЛЮОННОЙ ПЛАЗМЫ

С. П. Баранов, Н. А. Локтионова, Л. В. Фильков

Рассматривается процесс расширения капли кварк-глюонной плазмы в рамках гидродинамического подхода. Исследуется влияние начальных условий и параметра, характеризующего число степеней свободы. Обсуждается возможность возникновения в плазме ударных волн. Сопоставляются результаты, полученные в эйлеровой и лагранжевой расчетных схемах.

В последние несколько лет на крупнейших ускорителях мира проводились и планируются новые эксперименты по поиску материи в состоянии деконфайнмента – кварк-глюонной плазмы (КГП).

Одна из основных трудностей, связанных с поиском плазмы, заключается в том, что предполагаемые сигналы, которые указывали бы на рождение КГП, могут быть объяснены различными моделями и без привлечения идеи о существовании нового состояния материи. Для корректного определения динамики КГП и подробного исследования возможных сигналов образования плазмы необходимо проведение детального моделирования процессов образования и эволюции КГП.

В настоящей работе проводится строгое решение гидродинамических уравнений, описывающих поведение капли КГП в одномерном случае, и рассматривается влияние начальных условий и параметра, характеризующего число степеней свободы плазмы, на решение этих уравнений. Обсуждаются физические подходы, основанные на сохранении энергии и (или) энтропии системы. Сопоставляются результаты, полученные в эйлеровой и лагранжевой расчетных схемах.

Для описания эволюции материи, образующейся при столкновении релятивистских тяжелых ядер, обычно используется гидродинамический подход [1]. Гидродинамические уравнения представляют собой уравнения сохранения энергии и импульса:

$$\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0, \tag{1}$$

где тензор энергии-импульса

$$T^{\mu\nu} = (\epsilon + p)u^\mu u^\nu - pg^{\mu\nu}, \tag{2}$$

ϵ – плотность энергии, p – давление, u^μ – 4-скорость, $g^{00} = 1,\ g^{ii} = -1,\ i = 1, 2, 3$.

Динамика плазмы будет полностью определяться задаваемыми начальными условиями и уравнением состояния, связывающим величины p и ϵ.

Уравнение состояния рассматривается нами в рамках модели мешков MIT [2] и для безмассовых кварков имеет вид:

$$p = \frac{1}{3}\alpha T^4 - B, \tag{3}$$

$$\epsilon = \alpha T^4 + B,$$

где B – константа, соответствующая давлению и плотности энергии хромодинамического вакуума в данной модели, а α – параметр, определяющий число степеней свободы для плазмы. Параметр α входит в выражения для давления и плотности энергии лишь в виде одной и той же комбинации αT^4. Поэтому он выпадает из уравнения, связывающего между собой p и ϵ, и таким образом, результирующая система уравнений, выраженная в переменных p и v, уже не зависит от него явным образом:

$$\begin{gathered} \partial_t R_1 + \partial_r(R_1 v) + \partial_r(pv) = 0, \\ \partial_t R_2 + \partial_r(R_2 v) + \partial_r p = 0, \end{gathered} \tag{4}$$

где $R_1 = W\gamma^2 - p,\ R_2 = W\gamma^2 v,\ W = \epsilon + p,\ \gamma = (1 - v^2)^{-1/2}$.

Представленные здесь уравнения движения (4) совместно с уравнениями состояния (3) содержат всю необходимую информацию о свойствах рассматриваемой физической системы (капле плазмы) и могут быть непосредственно использованы для получения решений. Отметим, что приведенные уравнения не содержат условия сохранения полного числа частиц, обычного для гидродинамических задач в классической физике. В релятивистской кварк-глюонной среде частицы рождаются и поглощаются, поэтому говорить об их числе не имеет смысла. Однако, как показано в [3], роль, аналогичную условию сохранения числа частиц, может играть условие сохранения энтропии:

$$\partial_\mu(\sigma v^\mu) = 0. \tag{5}$$

Использование этого условия способно в ряде случаев существенно упростить получение решений, ценою, впрочем, некоторого ограничения общности. С учетом (5) система (4) преобразуется к виду:

$$\begin{gathered} \partial_t(\sigma\gamma) + \partial_r(\sigma\gamma v) = 0, \\ \partial_t R_2 + \partial_r(R_2 v) + \partial_r p = 0. \end{gathered} \tag{6}$$

Согласно выбранному уравнению состояния $\sigma = \frac{4}{3}\alpha T^3$ и система (6), в отличие от уравнений (4), в явном виде зависит от коэффициента α, пропорционального числу степеней свободы плазмы. Таким образом, мы получили две системы уравнений, одна из которых, (6), содержит зависимость от параметра α, а другая, (4), не содержит. Если оба подхода правильно описывают эволюцию плазмы, то они должны давать одинаковый результат. Следовательно, решение не должно зависеть от α. В связи с этим было бы интересно сравнить решения, полученные из уравнений (4) и (6) при различных значениях коэффициента α.

Кроме того, важно отметить, что системы уравнений (4) и (6) имеют несколько различное физическое содержание (или разную степень общности). Дело в том, что разрывные решения, сопровождающиеся несохранением (возрастанием) энтропии, не допускаются первым уравнением системы (6). В то же время система (4), не содержащая в явном виде уравнения сохранения энтропии, учитывает возможные разрывы в решениях, не накладывая на них никаких ограничений. Поскольку в случае релятивистских скоростей сталкивающихся ядер можно ожидать возникновения в плазменной среде ударных волн, уравнения (4) являются предпочтительными.

Методы решения уравнений типа (4), (6) подробно обсуждаются в [5].

Выбор метода определяется постановкой задачи. В нашем случае необходимо, чтобы алгоритм удовлетворял двум основным требованиям. Во-первых, следует правильно обрабатывать возможные разрывные решения, описывающие ударные волны. Во-вторых, поскольку задача заключается в изучении расширения капли КГП конечных размеров в вакуум, очень важным моментом расчета является определение положения границы между плазмой и вакуумом.

При составлении конечно-разностных схем используются два основных подхода, привязанных к различным способам представления расчетной сетки: эйлеров и лагранжев.

Оба подхода имеют свои сильные и слабые стороны, и не существует четкого ответа, какое из представлений следовало бы предпочесть. В эйлеровом подходе узлы сетки фиксируются (привязываются к лабораторной системе отсчета), и потоки жидкости переносятся через неподвижные ячейки. Так как профиль течения нельзя локализовать с точностью большей, чем размер ячейки, основным недостатком эйлерова представления является численная диффузия.

Лагранжев подход к составлению конечно-разностных схем вводится, чтобы обойти трудности, связанные с ячейками фиксированной длины. В лагранжевом подходе узлы сетки привязываются к изучаемому потоку, так что структура течения сама задает форму расчетной сетки. Поэтому лагранжевы методы оказываются очень удобными для отслеживания подвижных границ.

Одним из наиболее эффективных численных методов, пригодных для обработки резких скачков и градиентов, является алгоритм FCT [6]. Метод FCT – это нелинейный монотонный численный алгоритм, разработанный для эйлеровых сеток таким образом, чтобы перенос вещества через ячейки осуществлялся без размазывания вследствие численной диффузии. Кроме того, алгоритм предотвращает появление нефизических осцилляций, которые могут возникать из-за фазовых (дисперсионных) ошибок. Но строго фиксированная эйлерова сетка оказывается неприемлемой для выявления точного положения границы плазмы. Поэтому использованная в данной работе расчетная сетка состояла из внутренней эйлеровой области, к которой был применен метод FCT, и приграничной лагранжевой ячейки, определяющей положение границы плазма-вакуум. При этом регулярная эйлерова сетка позволяет правильно обрабатывать скачки ϵ, p, v на фронте возможной ударной волны. Данный метод хорошо подходит для решения как системы уравнений (4), так и (6). Кроме того, система (6) оказывается удобной для обработки методом Лагранжа, так как позволяет перестраивать сетку таким образом, чтобы избежать численной диффузии одновременно в обоих уравнениях [7]. Однако в случае существования ударной волны это преимущество утрачивается из-за несовпадения скорости распространения ударной волны со скоростями потоков импульса и энергии. В настоящей работе мы провели интегрирование систем уравнений (4) и (6) эйлеровым методом и системы (6) – лагранжевым методом. Интегрирование одной и той же системы (6) различными методами позволяет убедиться в качестве использованных численных алгоритмов. Сравнение решений, полученных для разных систем (4) и (6), позволяет проверить гипотезу о сохранении энтропии, т.е. о несуществовании в плазме ударных волн.

Все расчеты в данной работе проводились для одномерного случая.

Поведение системы было исследовано с помощью двух расчетных схем. Первой – с использованием алгоритма FCT, второй – основанной на лагранжевом подходе. Основные черты движения плазмы, полученные путем интегрирования систем уравнений (4) и (6) этими методами, совпадают достаточно хорошо.

Для параметра α в системе (6) задавалось два значения – 528 и 24. Поведение капли плазмы для различных коэффициентов α совпадает. Таким образом, параметр α не влияет на распределение скоростей и термодинамических переменных, и для изучения поведения плазмы можно выбирать уравнения, записанные и в форме (6), и в форме (4).

Перейдем к обсуждению зависимости решений от начальных условий. В начальный момент времени КГП представляет собой покоящуюся во всем объеме каплю радиусом r, давление в ней постоянно и равно p_0. Начальная скорость линейно меняется от нуля в середине капли до $\pm v_0$ на правой (левой) границе капли. Давление на границе плазма-вакуум задается равным нулю. Это значение сохраняется в ходе всего процесса вычислений.

Расчеты выполнялись для различных значений начального давления $p_0 = 0{,}066$, $0{,}198$, $1{,}056$ $ГэВ/фм^3$ и различных значений начальной скорости $v_0 = 0{,}25$, $0{,}5$, $0{,}75$, $0{,}9c$ (c – скорость света). Независимо от величины максимальной начальной скорости v_0 (дозвуковой или сверхзвуковой) в одномерном случае образования ударных волн в плазме не наблюдается.

Поведение системы для различных начальных давлений и скоростей является качественно однотипным. В зависимости от значений p_0 и v_0 изменяется только размер области, которую может занимать плазма, и период колебаний плазменной капли. Эволюция капли проходит следующие стадии.

В начальные моменты времени плазма под действием собственного давления расширяется в вакуум, при этом процесс расширения сопровождается охлаждением, и давление плазмы падает. Так происходит до достижения положения равновесия ($p = 0$), после чего расширение капли продолжается по инерции. Затем в центральной части капли плазмы создается область с $p < 0$, которая постепенно распространяется на весь объем, занимаемый плазмой. Когда капля плазмы достигает некоторого предельного расширения, происходит отражение волны разрежения от границы с вакуумом. Волна разрежения сменяется тогда волной сжатия, распространяющейся от границы капли к ее центру. Давление в центре капли остается отрицательным до тех пор, пока его не достигнет фронт сжатия, затем вся система снова проходит через положение равновесия ($p = 0$) и продолжает сжиматься. После этого плазма возвращается в состояние, близкое к исходному, т.е. практически полностью занимает первоначальный объем при давлении $p \simeq p_0$, и начинается новый период колебаний.

Проведенные исследования позволяют сделать следующие выводы:

1. Эволюция капли КГП приводит к осцилляции размеров капли и давления внутри нее.

2. Гидродинамические характеристики поведения плазмы не зависят от числа ее степеней свободы α (т.е. числа кварковых ароматов, числа спиновых и цветных состояний кварков и глюонов). При любом значении параметра α расширение капли происходит одинаковым образом.

3. Вне зависимости от величины начального давления p_0 и максимальной начальной скорости v_0 (дозвуковой или даже сверхзвуковой) в одномерном случае образования ударных волн ни на каком этапе эволюции плазмы не наблюдается.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Von Gersdorf H., McLerran L., Kataja M., and Ruuskanen P. V., Phys. Rev., **D34**, 794 (1986).

[2] Chodos A., Jaffe R., Johnson K., Thorn C., and Weisskopf V., Phys. Rev., **D9**, 3471 (1974).

[3] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика, М., Наука, 1988.

[4] Халатников И. М. ЖЭТФ, **27**, N 5, 529 (1954).

[5] Баранов С. П., Локтионова Н. А., Фильков Л. В. Препринт ФИАН N 43, М., 1993.

[6] Boris J. P. and Book D. L., J. Comp. Phys., **11**, 38 (1973).

[7] Оран Э., Борис Дж. Численное моделирование реагирующих потоков. М., Мир, 1990.

Поступила в редакцию 13 апреля 1994 г.