

УДК 519.6;533.916

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОРМИРОВАНИЯ ТОКОВЫХ СЛОЕВ В ОКРЕСТНОСТИ НУЛЕВОЙ ЛИНИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

С. В. Буланов, Г. И. Дудникова¹, В. П. Жуков¹,
И. Н. Иновенков², В. В. Пичушкин²

Проведено численное моделирование нестационарного двумерного МГД-течения плазмы в окрестности нулевой линии X-типа. Граничные условия соответствуют возбуждению в плазме электрического тока, имеющего как параллельную, так и перпендикулярную нулевой линии компоненты. Показано, что в окрестности нулевой линии образуется система токовых слоев. Локализация и направление электрического тока в них заданы сепаратрисными поверхностями магнитного поля, положение которых в свою очередь определяется безразмерными параметрами L_m и L_a . Значение этих параметров является мерой диссипативных и нелинейных эффектов в МГД-течениях в окрестности критических точек магнитного поля.

Цель данной работы состоит в проведении численного анализа процесса формирования токовых слоев вблизи нулевой линии магнитного поля в плазме высокой электропроводности, описываемой уравнениями магнитной гидродинамики. Система выводится из равновесия под действием возмущений, накладываемых на границах расчетной области. Ранее в работах [1, 2] численно моделировалось течение плазмы, на границе которой электрическое поле и, следовательно, ток параллельны нулевой линии, а в расчетах,

¹Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск.

²МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва.

обсуждаемых в статье [3], ток был перпендикулярен нулевой линии. В пределе малых амплитуд возмущений эти случаи отвечают возбуждению магнитозвуковых и альвеновских волн, соответственно. В [1, 3] был получен вывод о том, что на квазистационарной стадии в плазме образуются токовые слои, ток в которых течет вдоль нулевой линии в первом случае и перпендикулярно ей, но направленный вдоль сепаратрисных поверхностей магнитного поля, во втором случае.

Далее представлены первые результаты численного решения задачи о МГД-течении плазмы при одновременном возбуждении возмущений альвеновского и магнитозвукового типа. В силу существенной нелинейности процесса и определяющей роли диссипативных процессов картина течения и распределение электрического тока в плазме не очевидны и не могут быть описаны в виде суперпозиции или незначительной модификации известных ранее решений и предполагают использование для их анализа методов численного моделирования.

Исследование динамики токонесущей плазмы в окрестности критических точек магнитного поля имеет первостепенную важность в связи с проблемой пересоединения магнитных силовых линий, которое в соответствии с современными представлениями лежит в основе механизмов многих вспышечных процессов в космической и лабораторной плазме. Подробный анализ двумерных задач представляет собой необходимый этап в изучении магнитного перезамыкания в пространственно неоднородных магнитных конфигурациях, интерес к которым в последнее время быстро растет [3-5].

Рассматривается двумерная конфигурация $d/dz = 0$. В невозмущенном состоянии плазма с однородной плотностью и давлением предполагается покоящейся в потенциальном магнитном поле, заданном z -компонентой вектор-потенциала. Такое поле отвечает гиперболической нулевой линии X-типа, которая является линией пересечения двух сепаратрисных поверхностей. Нормировка всех величин соответствует использованной ранее в [1, 3, 6]. Плазма описывается уравнениями одножидкостной гидродинамики, в которых из коэффициентов переноса учитывается только магнитная вязкость, которая предполагается постоянной. Система МГД уравнений для исследуемого случая имеет вид:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \operatorname{div}(\mathbf{v}_{\parallel}); \quad (1)$$

$$\rho \frac{d\mathbf{v}_{\parallel}}{dt} = -\frac{\beta}{2} \nabla p - \nabla A \Delta A - \nabla \left(\frac{B_z^2}{2} \right); \quad (2)$$

$$\rho \frac{dv_z}{dt} = -(\mathbf{B}, \nabla) B_z; \quad (3)$$

$$\frac{\rho}{\kappa - 1} \frac{dT}{dt} + p \operatorname{div} \mathbf{v} = \frac{2\nu_m}{\beta} ((\Delta A)^2 + (\nabla B_z)^2); \quad (4)$$

$$p = \rho T; \quad (5)$$

$$\frac{dA}{dt} = \nu_m \Delta A; \quad (6)$$

$$\frac{dB_z}{dt} = (\mathbf{B}, \nabla) v_z - B_z \operatorname{div} \mathbf{v} + \operatorname{div}(\nu_m \nabla B_z); \quad (7)$$

$$\mathbf{j} = \operatorname{rot} \mathbf{B} = \left\{ \frac{\partial B_z}{\partial y}, -\frac{\partial B_z}{\partial x}, -\Delta A \right\}. \quad (8)$$

В этих уравнениях $\mathbf{v}_{||} = \{v_x, v_y\}$, $\mathbf{v} = \{v_x, v_y, v_z\}$,

$$\mathbf{B} = \{B_x, B_y, B_z\} = \left\{ \frac{\partial A}{\partial y}, -\frac{\partial A}{\partial x}, B_z \right\},$$

$\kappa = c_p/c_v = 5/3$, $\beta = 8\pi\rho_0/B_0^2$ – отношение характерных газового и магнитных давлений, $d/dt = \partial/\partial t + (\mathbf{v}, \nabla)$.

Система выводится из состояния равновесия под действием возмущения вектор-потенциала и z -компоненты магнитного поля на границах расчетной области $x = 1$, $y = 1$. $A(x, y, t) = A_0(x, y) + f(t + \ln r)$; $r^2 = x^2 + y^2$, где x, y – принадлежат границе; $f(\xi) = -E_1(\xi - 1)^2$ при $\xi > 1$ и $f(\xi) = 0$ при $\xi < 1$. $B_z(x, y = 1, t) = B_z(x, y = -1, t) = B_1 \min(t/t_{sw}, 1)$. Граничные условия для остальных функций носят обычный гидродинамический характер [1]. Там, где плазма втекает в расчетную область, заданы значения $\rho = 1$, $p = 1$, а где вытекает – ставятся условия свободного вытекания плазмы из области. В силу симметрии рассматриваемой задачи расчетную область можно взять в виде $0 < x < 1$, $0 < y < 1$, потребовав выполнения на координатных осях условий симметрии.

Обратная величина безразмерной магнитной вязкости ν_m соответствует числу Лундквиста $4\pi\sigma l v_a/c^2$, где альвеновская скорость $v_a = B_0 l / (4\pi\rho)^{1/2}$ вычислена для значения магнитного поля B_0 на границе (l – размер области). Квадрат отношения безразмерной амплитуды электрического поля E_1 к ν_m равен безразмерному параметру L_m , который в свою очередь равен квадрату отношений ширины к толщине токового слоя, вычисленных в рамках модели токового слоя. Его величина является относительной мерой нелинейных и диссипативных эффектов в возмущениях магнитозвукового типа. Условие формирования токового слоя с электрическим током, параллельным нулевой

линии, имеет вид: $L_m \gg 1$. Отношение квадрата безразмерной амплитуды возмущения z -компоненты магнитного поля к ν_m равно параметру L_a . Условие $L_a \gg 1$ необходимо для формирования токового слоя вдоль сепаратрисы под действием альвеновских возмущений. В представленных в данной статье результатах расчетов $\nu_m = 0,006$, $B_1 = 0,5 - 0,1$, электрическое поле равно $E_1 = 0,1 - 0,01$. Это отвечает значениям параметров $L_a = 100$ и $L_m = 40$.

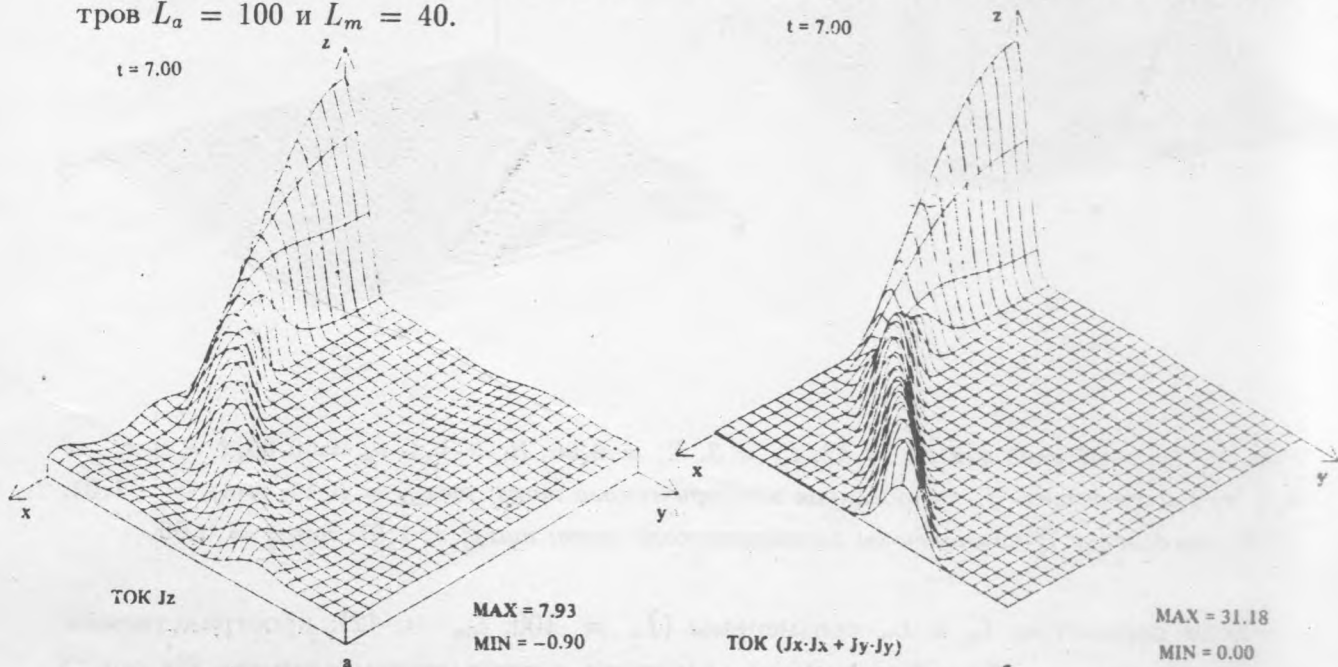


Рис. 1. Токовый слой для $L_m = 42$, $L_a = 3$, $E_1 = 0,06$, $B_1 = 0,1$, $\nu_m = 0,06$, $t = 7$, $t_{sw} = 3,5$. а) Распределение j_z -компоненты электрического тока: $\max j_z = 7,93$, $\min j_z = -0,90$. б) Распределение j_{\parallel}^2 -компоненты электрического тока: $\max j_{\parallel}^2 = 31,18$, $\min j_{\parallel}^2 = 0,00$.

Основные результаты можно сформулировать следующим образом. В пределах $L_a \gg L_m$ и $L_m \gg L_a$ образуются токовые слои, на квазистационарной стадии их эволюции мало чем отличающиеся от исследованных ранее в [1] и [3]. При $L_m \gg L_a$ ток направлен вдоль X-линии, а при $L_a \gg L_m$ токовый слой параллелен сепаратрисе с током, перпендикулярным X-линии. На рис. 1 и 2 изображены распределения j_z -компоненты и квадрата плотности тока $j_{\parallel}^2 = j_x^2 + j_y^2$ по координатам для $L_m \gg L_a$. Видно, что область локализации значения j_z -компоненты совпадает с областью локализации j_{\parallel}^2 в случае, когда под действием альвеновского возмущения в плазме возбуждается ток, в основном направленный вдоль токового слоя (рис. 1). Если ток, создаваемый альвеновскими возмущениями, в основном ортогонален токовому слою, формируемому магнитозвуковой волной, то j_{\parallel}^2 локализовано вблизи сепаратрисной поверхности.

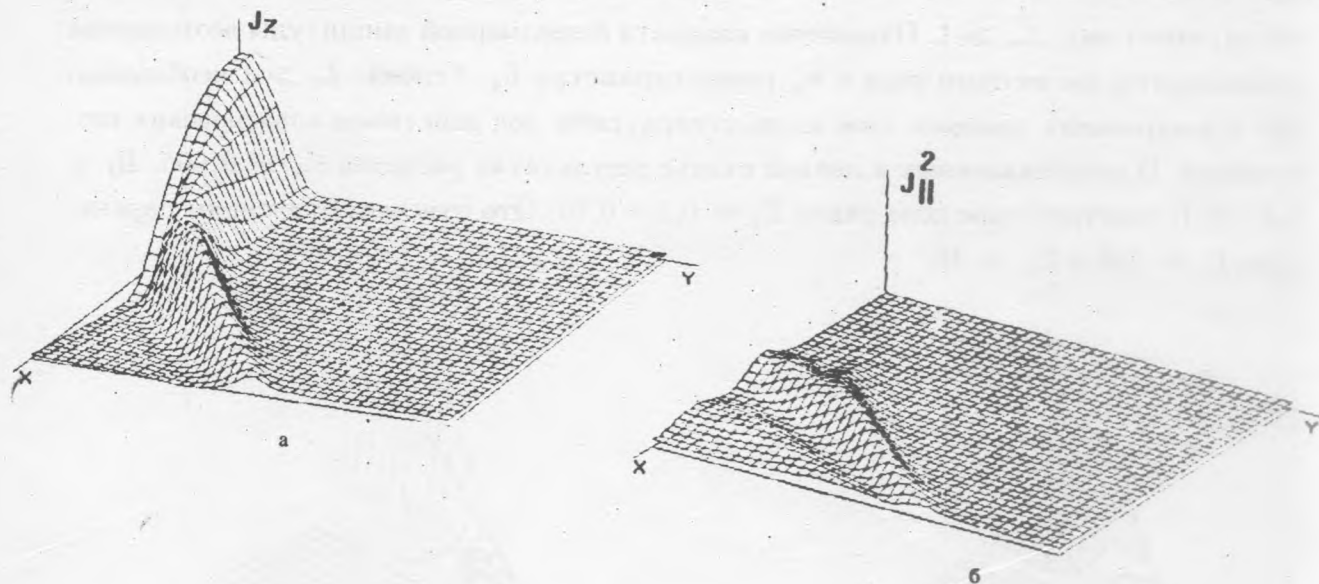


Рис. 2. Токовый слой для $L_m = 42$, $L_a = 3$, $E_1 = 0,06$, $B_1 = 0,1$, $\nu_m = 0,06$, $t = 8$, $t_{sw} = 3,5$. а) Распределение j_z -компоненты электрического тока: $\max j_z = 6,46$, $\min j_z = -1,04$. б) Распределение $j_{||}^2$ -компоненты электрического тока: $\max j_{||}^2 = 1,07$, $\min j_{||}^2 = 0,00$.

Если параметры L_a и L_m соизмеримы ($L_a = 100$, $L_m = 42$), пространственное распределение тока более размыто по сравнению с предыдущим случаем. На рис. 3 изображены $j_z(x, y)$ и $j_{||}^2(x, y)$ при $t = 10$.

В пределе $L_a \gg L_m$ ($E = 0,01$, $B_z = 0,5$) j_z -компонента локализована вблизи сепаратрисной поверхности.

Толщина слоя во всех случаях определяется диссипацией и пропорциональна $\sqrt{\nu}$.

Таким образом, при совместном воздействии магнитозвуковых и альвеновских волн на окрестность нулевой линии магнитного поля образуется система токовых слоев. Взаимодействие этих слоев приводит к тому, что слои одного типа (альвеновского или магнитозвукового) создают так называемые "тоководы" для слоев другого типа.

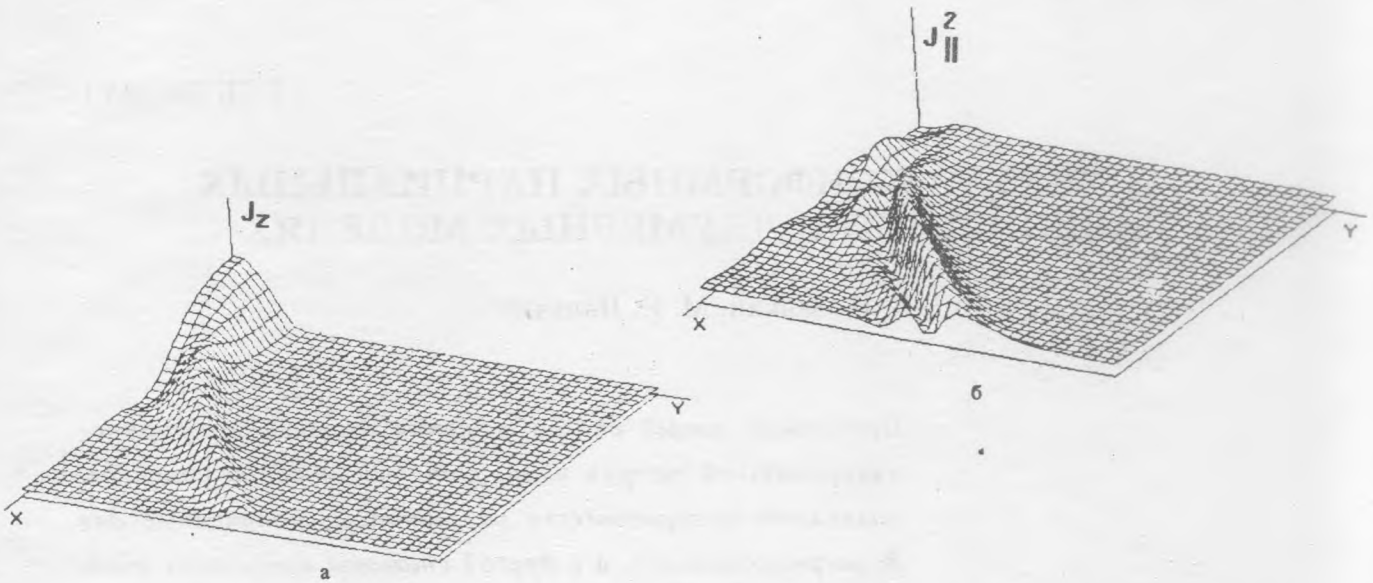


Рис. 3. Токовый слой для $L_m = 42$, $L_a = 100$, $E_1 = 0,06$, $B_1 = 0,5$, $\nu_m = 0,06$, $t = 10$, время начала возмущения B_z на границе $x = 1$ равно 7, $t_{sw} = 3,5$. а) Распределение j_z -компоненты электрического тока: $\max j_z = 6,86$, $\min j_z = -0,32$. б) Распределение $j_{||}^2$ -компоненты электрического тока: $\max j_{||}^2 = 1,82$, $\min j_{||}^2 = 0,04$.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Брушлинский К. В., Заборов А. М., Сыроватский С. И. Физика плазмы, **6**, 297 (1980).
- [2] Biskamp D., Phys. Lett., A, **105**, 124 (1984).
- [3] Буланов С. В., Бутов И. Я., Гваладзе Ю. С. и др. Физика плазмы, **12**, 309 (1986).
- [4] Bulanov S. V., Gvaladse Yu. S., Zaborov A. M., and Ol'shanetskiy M. A., Comments on Plasma Physics and Controlled Fusion, **12**, 113 (1989).
- [5] Green J. M., Phys. Fluids, B, **5**, 2355 (1993).
- [6] Березин Ю. А., Дудникова Г. И. Численные модели плазмы и процессы пересоединения. М., Наука, 1985.

Институт общей физики РАН, Москва

Поступила в редакцию 25 апреля 1994 г.

УДК 530.145.1

СТРУКТУРА КОНФОРМНЫХ ПАРЦИАЛЬНЫХ РАЗЛОЖЕНИЙ В ДВУМЕРНЫХ МОДЕЛЯХ

В. Н. Зайкин, М. Я. Пальчик¹

Предложен новый способ решения моделей конформно-инвариантной теории поля, который, с одной стороны, позволяет воспроизвести результаты, полученные для двумерных моделей, а с другой стороны допускает обобщение на D -мерное пространство.

Основные результаты, касающиеся двумерных точно решаемых моделей квантовой теории поля, могут быть получены из анализа операторных разложений типа:

$$\theta_{\mu\nu}(x)\varphi(0) = \sum_{l,s} P_s^l(0), \quad \theta_{\mu\nu}(x)P_s^l(0) = \sum_{l',s' \geq s} P_{s'}^{l'}(0), \dots \quad (1)$$

где $\theta_{\mu\nu}$ – поле тензора энергии-импульса, φ – фундаментальное поле, P_s^l – вторичные поля со спином s и масштабной размерностью l .

Все известные точно решаемые модели в двумерном пространстве основаны на требовании бесконечнопараметрической конформной симметрии теории. Это условие, однако, не имеет ясного аналога в D -мерном пространстве и общепринятый метод решения не допускает обобщения на D -мерный случай. Кроме того, в двумерном пространстве могут существовать модели, в которых бесконечнопараметрическая симметрия нарушена до шестипараметрической малой конформной группы.

Настоящей публикацией мы начинаем обсуждение нового способа решения конформных моделей, который, с одной стороны, позволяет воспроизвести результаты, полученные для двумерных моделей, а с другой – допускает обобщение на D -мерный случай.

¹Институт автоматки и электрометрии, Новосибирск, и ICAST, Michigan.