Краткие сообщения по физике № 5, 6 — 1992 г.

УДК 539.186.2

ФОТОРАСЩЕПЛЕНИЕ ЗАРЯЖЕННОЙ СИСТЕМЫ В ПРОСТРАНСТВЕННО ОГРАНИЧЕННОМ ОДНОРОДНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

В. И. Крылов

На примере дейтрона в нерелятивистском борновском приближении и приближении потенциала нулевого радиуса найдены дифференциальные сечения фоторасщепления заряженной системы в пространственно ограниченном однородном электрическом поле для различных предельных случаев энергии внутреннего движения частей расщепленной системы. Показано, что возможен предельный переход к сечению фоторасщепления системы, когда однородное электрическое поле отсутствует.

В работах /1, 2/ было показано, что в борновском приближении сечение фоторасщепления квантовой системы, имеющей электрический заряд и находящейся в пространственно неограниченном однородном электрическом поле, равно нулю, если фотон имеет продольную (относительно однородного поля) составляющую волнового вектора.

Этот результат обязан внешнему движению рассматриваемой системы, которая в однородном электрическом поле не может находиться в состоянии с определенным значением продольной компоненты импульса и поэтому полностью не компенсирует импульс фотона при его поглощении*.

Ситуация меняется, если однородное электрическое поле, в котором находится заряженная система, пространственно ограничено, что обеспечивает существование таких состояний системы, в которых значения продольной составляющей импульса ее центра инерции имеют небольшой разброс. Тогда множитель, входящий в матричный элемент и определяющийся волновыми функциями внешнего движения, будет отличен от нуля и при волновом векторе фотона, имеющем продольную компоненту.

Цель настоящей работы заключается в определении в нерелятивистском борновском приближении сечения фоторасщепления физической системы, имеющей электрический заряд, в однородном электрическом поле, находящемся в полупространстве. Для определенности будем говорить о дейтроне, пренебрегая взаимодействием частей системы в конечном состоянии, а волновую функцию начального состояния выберем в приближении потенциала нулевого радиуса.

---

* Такая компенсация может произойти, если при фоторасщеплении родится новый фотон, но это уже эффект второго порядка.

Напряженность ϵ однородного электрического поля выберем направленной вдоль оси z декартовой системы координат x, y, z: $\epsilon = (0, 0, \epsilon)$ и считаем его находящимся в полупространстве с $z \geqslant -L_z$, а точку, в которой его потенциал равен нулю, имеющей координату $z = 0$. Пусть в таком поле в макроскопической области пространства в форме параллелепипеда со сторонами, имеющими длины L_x, L_y, $L_{z_1} + L_{z_2}$, находится дейтрон, на который падают фотоны с волновым вектором $\mathbf{k}$ и поляризацией $\mathbf{e}_k$, плотность потока которых равна единице.

Рассматривая как возмущение оператор взаимодействия фотона с протоном, равный $i(2\pi\hbar^3 e^2/m_p^2 c^2 k)^{1/2} \mathbf{e}_k \partial \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}_p)/\partial \mathbf{r}_p$ (e, m_p, $\mathbf{r}_p$ — заряд, масса, радиус-вектор протона), можно провести разделение переменных в невозмущенном уравнении Шредингера для нейтрона и протона в координатах $\mathbf{R} = (m_p\mathbf{r}_p + m_n\mathbf{r}_n)/M$; $\mathbf{r} = \mathbf{r}_p - \mathbf{r}_n$ ($\mathbf{R} = (x_R, y_R, z_R)$; $\mathbf{r} = (x_r, y_r, z_r)$; $M = m_p + m_n$ (m_n, $\mathbf{r}_n$ — масса и радиус вектор нейтрона) для всех x_r, y_r; x_R, y_R и точек области плоскости z_r, z_R, лежащей выше прямых $z_R = -(m_n/M)z_r - L_{z_1}$; $z_R = (m_p/M)z_r - L_{z_1}$, представляя волновую функцию системы протон — нейтрон в виде произведения: $\psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = \psi_r(\mathbf{r})\psi_R(\mathbf{R})$, где $\psi_r(\mathbf{r})$ — волновая функция, описывающая движение протона и нейтрона относительно друг друга (внутреннее движение), а $\psi_R(\mathbf{R})$ — волновая функция внешнего движения системы.

Если для энергии E_{Rz} продольного движения системы выполнено условие

$$E_{Rz} > e|\epsilon|L_{z_1}, \tag{1}$$

то, благодаря пространственной ограниченности однородного электрического поля, функцию $\psi_R(\mathbf{R})$ можно выбрать в виде такой линейной комбинации ограниченной и неограниченной (на бесконечности) функций Эйри, чтобы продольная компонента плотности потока, определяемая ψ_R, была отлична от нуля. Состояние, описываемое такой функцией, определяется вектором $\mathbf{k}_R$, совпадающим по направлению с микроскопической плотностью потока центра инерции системы.

При условиях (1) и $(k_{Rz} l)^2 \gg 1$ ($l = [\hbar^2/2Me\epsilon]^{1/3}$), исходя из асимптотических представлений функций Эйри /3/, можно найти

$$\psi_R = A_R s_R^{-1/4} \exp\{i[2k_{Rz} s_R^{3/2}/3|k_{Rz}| + \mathbf{k}_{R\perp}\mathbf{R}]\}, \tag{2}$$

где $s_R = z_R/l + E_{Rz}/e\epsilon l$; $\mathbf{k}_{R\perp} = (k_{Rx}, k_{Ry})$; $E_{Rz} = k_{Rz}^2\hbar^2/2M + e\epsilon L_{z_1}$; $A_R = \{2l^2 L_x L_y |k_{Rz}| [(1 + (L_{z_1} + L_{z_2})/k_{Rz}^2 l^3)^{1/2} - 1]^{-1/2}$, а число состояний dn_R, соответствующих элементу пространства $\mathbf{k}_R$ объемом d^3k_R, определяется соотношением

$$dn_R = (|k_{Rz}| l/8\pi^3 A_R^2) d^3k_R. \tag{3}$$

Начальную волновую функцию ψ_{r0} внутреннего состояния системы выберем в приближении потенциала нулевого радиуса /4/:

$$\psi_{r0} = (1/r)\sqrt{\beta/2\pi}\,\exp(-\beta r), \tag{4}$$

а волновая функция конечного состояния также, как и ψ_R, будет являться линейной комбинацией линейно-независимых решений уравнения Эйри, так как выбор электрического поля ограничивает область изменения z_r интервалом $(-L_1, L_2)$, где $L_{1,2} = ML_{z1}/m_{n,p}$ *.

В настоящей работе рассматриваются переходы в состояния, соответствующие случаям

$$e_r \epsilon l_r \ll E_{rz} \ll e_r \epsilon L_1, \tag{5}$$

$$E_{rz} > e_r \epsilon L_1; \quad (k_{rz} l_r)^2 \gg 1, \tag{6}$$

где E_{rz} — продольная энергия относительного движения частиц системы; $e_r = em_n/M$; $l_r = (\hbar^2/2me_r\epsilon)^{1/3}$; $m = m_p m_n/M$.

При выполнении (5) внутреннее конечное состояние системы определяется вектором $\mathbf{k}_{r\perp} = (k_{rx}, k_{ry})$ и E_{rz}, а

$$\psi_r \equiv \psi_{\mathbf{k}_{r\perp}, E_{rz}} = As_r^{-1/4}\exp(i\mathbf{k}_{r\perp}\mathbf{r})\sin(2s_r^{3/2}/3 + \pi/4), \tag{7}$$

где $s_r = z_r/l_r + E_{rz}/e_r\epsilon l_r$; нормировочная постоянная A связана с числом состояний dn_r внутреннего движения системы, соответствующих бесконечно малому интервалу $(E_{rz}, E_{rz} + dE_{rz})$ и элементу плоскости $\mathbf{k}_{r\perp}$ площадью $d^2k_{r\perp}$, соотношением

$$dn_r = (4\pi^3 e_r \epsilon l_r^2 A^2)^{-1} d^2k_{r\perp} dE_{rz}. \tag{8}$$

Если же выполняется (6), то внутреннее состояние системы характеризуется вектором $\mathbf{k}_r = (\mathbf{k}_{r\perp}, k_{rz})$, а

$$\psi_r \equiv \psi_{kr} = A_r s_r^{-1/4}\exp\{i[2k_{rz}s_r^{3/2}/3|k_{rz}| + \mathbf{k}_{r\perp}\mathbf{r}]\}, \tag{9}$$

причем $E_{rz} = \hbar^2 k_{rz}^2/2m + e_r\epsilon L_1$.

В этом случае число состояний dn_{kr} внутреннего движения системы, соответствующего элементу пространства $\mathbf{k}_r$ объемом d^3k_r, определяются выражением:

$$dn_{kr} = (|k_{rz}| l_r/8\pi^3 A_{kr}^2) d^3k_r. \tag{10}$$

Анализ хорошо известной формулы для сечения какого-либо процесса в борновском приближении /4/, в котором используются (2)—(4), (7)—(10), показывает, что необходимое условие конечности сечения фоторасщепления дейтрона заключается в том, чтобы интеграл

---

* Неоднозначность выбора потенциала однородного электрического поля позволяет считать, что фоторасщепление дейтрона произошло в точке с $z_R = 0$ и тем самым определить смысл L_{z1}. Следует отметить, что при рассмотрении фоторасщепления большого числа невзаимодействующих систем, выражения для сечения необходимо, очевидно, усреднить по L_{z_1}.

$$J = \int_{-L_{z2}}^{L_{z1}} \exp\{i[2k_{Roz}s_R(E_{Roz})^{3/2}/3|k_{Roz}| - 2k_{Rz}s_R(E_{Rz})^{3/2}/3|k_{Rz}| + k_z z_R]\}dz_R \qquad (11)$$

был пропорционален $L_{z1} + L_{z2}$. Это выполняется, если $(L_{z1} + L_{z2})/l \ll E_{Roz}$, E_{Rz} или $(k_{Rz}l)^2$, $(k_{Roz}l)^2 \gg (L_{z_1} + L_{z_2})/l$. Действительно, тогда выражения в экспоненте (11) можно разложить в ряд по степеням z_R/l до второго порядка и приближенно из (11) получим

$$J \approx [2\pi(L_{z_1} + L_{z_2})\delta(k_{Rz} - k_{Roz} - k_z)]^{1/2}, \qquad (12)$$

что и обеспечивает конечность сечения.

Учитывая (12), после вычислений, подобных тем, что сделаны в /1/, /2/ найдем, что в условиях (5) сечение $d\sigma_{E_{rz},\varphi}$ фоторасщепления дейтрона, при котором продольная энергия внутреннего движения системы попадает в интервал $(E_{rz}, E_{rz} + dE_{rz})$, а вектор $\mathbf{k}_{r\perp}$ в интервал $(\varphi, \varphi + d\varphi)$ (φ — угол между x и $\mathbf{k}_{r\perp}$), имеет вид:

$$d\sigma_{E_{rz},\varphi} = 2\left[\frac{e}{m_p c}\right]^2 \frac{\beta m}{\hbar k}\left(\frac{2m}{E_{rz}}\right)^{1/2} \left|\left[e^{-i\gamma}\frac{(\boldsymbol{\kappa}_{r+} + \mathbf{k}_R m_p/M)}{(\boldsymbol{\kappa}_{r+} - \mathbf{k}m_n/M)^2 + \beta^2} - \right.\right. \qquad (13$$

$$\left.\left. - e^{i\gamma}\frac{(\boldsymbol{\kappa}_{r-} + \mathbf{k}_R m_p/M)}{(\boldsymbol{\kappa}_{r-} - \mathbf{k}m_n/M)^2 + \beta^2}\right]\mathbf{e}_k\right|^2 dE_{rz}d\varphi,$$

где $\mathbf{k}_R = \mathbf{k}_{Ro} + \mathbf{k}$; $\mathbf{k}_{Ro}$ — начальный волновой вектор дейтрона; $k^2_{r\perp} = 2mkc/\hbar - \beta^2 - mk^2/M - 2mk_{Ro}k/M - 2mE_{rz}/\hbar^2$; $\boldsymbol{\kappa}_{r\pm} = [\mathbf{k}_{r\perp}, \pm(E_{rz}/e_r\epsilon l_r^3)^{1/2}]$; $\gamma = (2/3)(E_{rz}/e_r\epsilon l_r)^{3/2} + \pi/4$.

Если же выполнено условие (6) и $|k_{rz}| \gg |k_{Rz}|$, $|k_{Roz}|$, то дифференциальное сечение $d\sigma_O$ фоторасщепления дейтрона, когда $\mathbf{k}_r$ попадает в элемент телесного угла dO, определяется следующей формулой:

$$d\sigma_O = 2\left(\frac{e}{m_p c}\right)^2 \frac{k_r|k_{rz}|\beta\hbar}{k}\left(\frac{2m}{E_{rz}}\right)^{1/2}\left|\frac{\mathbf{e}_k(\boldsymbol{\kappa}_r + \mathbf{k}_R m_p/M)}{(\boldsymbol{\kappa}_r - \mathbf{k}m_n/M)^2 + \beta^2}\right|^2 dO, \qquad (14)$$

где $\boldsymbol{\kappa}_r = (\mathbf{k}_{r\perp}, [k_{rz}/|k_{rz}|](E_{rz}/e_r\epsilon l_r^3)^{1/2}$, $\mathbf{k}_R = \mathbf{k}_{Ro} + \mathbf{k}$; $k_r^2 = 2mkc/\hbar - mk^2/M - 2mk_{Ro}k/M - \beta^2 - L_l/l_r^3$. Из-за недостатка места и громоздкости выражений (13) и (14) при произвольных ϵ, $\mathbf{k}$, $\mathbf{k}_R$, $\mathbf{k}_{Ro}$, $\mathbf{k}_r$, $\mathbf{e}_k$ отметим только некоторые их особенности, связанные с наличием однородного электрического поля.

В выражении (13) заметно проявляется анизотропия пространства через множитель $E_{rz}^{-1/2}$ и векторы $\kappa_{r\pm}$. Кроме того, оно имеет осцилляционный характер подобно дифференциальным сечениям фоторасщепления атома или иона в пространственно неограниченном однородном электрическом поле /5, 6/.

Анизотропия пространства проявляется и в (14) через множитель $|k_{rz}|E_{rz}^{-1/2}$ и вектор κ_r. Она наиболее заметна, если $1/l_r^2 \ll |k_{rz}|^2 \ll L_1/l_r^3$. Тогда

$$d\sigma_o = 4m\left(\frac{e}{m_p c}\right)^2 \frac{\beta}{k} k_r |k_{rz}| \left(\frac{l_r^3}{L_1}\right)^{1/2} \left|\frac{e_k(\kappa_r + k_r m_p/M)}{(\kappa_r + km_n/M)^2 + \beta^2}\right| dO, \tag{15}$$

где, в отличие от (14), $\mathbf{k} = (\mathbf{k}_{r\perp}, [k_{rz}/|k_{rz}|](L_1/l_r^3)^{1/2})$.

В обратном пределе $k_{rz}^2 \gg L_1/l_r^3$ выражение для $d\sigma_o$ имеет вид

$$d\sigma_o = 4m\left(\frac{e}{m_p c}\right)^2 \beta\,\frac{k_r}{k}\left|\frac{e_k(k_r + k_R m_p/M)}{(k_r - km_n/M)^2 + \beta^2}\right|^2 dO \tag{16}$$

и фактически совпадает с сечением фоторасщепления дейтрона, когда однородное электрическое поле отсутствует, т.е. в рамках выбранной модели имеет место предельный переход к случаю фоторасщепления изолированной физической системы.

Автор благодарен А. А. Рухадзе и Ф. М. Льву за внимание к работе и обсуждение результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Крылов В. И. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 2, 33 (1991).
2. Крылов В. И. Препринт ИОФАН № 8, М., 1991.
3. Яковлева Г. Д. Таблицы функций Эйри и их производных, М., Наука, 1969.
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика, М., Наука, 1974.
5. Кондратович В. Д., Островский В. П. ЖЭТФ, 79, 395 (1980).
6. Фабрикант И. И. ЖЭТФ, 83, 1675 (1982).

Институт общей физики РАН

Поступила в редакцию 23 марта 1992 г.