Краткие сообщения по физике № 7, 8 — 1992 г.

УДК 533.9

К ВОПРОСУ О СУЩЕСТВОВАНИИ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН В ОБЛАСТИ ЧАСТОТ АНОМАЛЬНОГО СКИН-ЭФФЕКТА

С.И. Мишкунов, А.А. Рухадзе, М.Е. Чоговадзе

Аналитически показано, что в отличие от утверждения, содержащегося в /1/, в области частот аномального скин-эффекта существует слабозатухающая поверхностная электромагнитная волна. Численное решение точного дисперсионного соотношения в этой области частот хорошо согласуется с аналитическими формулами.

В работе /1/ утверждается, что на границе изотропная плазменная среда — вакуум поверхностные электромагнитные волны существуют только в областях частот инерциального и нормального скин-эффектов; в области же частот аномального скин-эффекта поле поверхностной волны испытывает дебаевскую экранировку как в плазме, так и в вакууме. Это утверждение неверно. Ошибка вызвана неправильным пренебрежением большим вторым членом в подынтегральном выражении дисперсионного уравнения для поверхностных волн в указанной области частот /2/:

$$\sqrt{\frac{k_z^2 c^2}{\omega^2} - 1} + \frac{2\omega}{\pi c}\int\limits_0^\infty \frac{dk_x}{k^2}\left[\frac{k_z^2 c^2}{\omega^2 \epsilon^l(\omega,k)} - \frac{k_x^2 c^2}{k^2 c^2 - \omega^2 \epsilon^{tr}(\omega,k)}\right] = 0. \qquad (1)$$

Граница раздела считается плоской, причем среда занимает полупространство $x \geqslant 0$, а вакуум — $x < 0$; $\mathbf{k}\ (k_x,\ 0,\ k_z)$ — волновой вектор, ω — частота колебаний, $\epsilon^l(\omega,k)$ и $\epsilon^{tr}(\omega,k)$ — соответственно продольная и поперечная диэлектрические проницаемости среды.

В области частот аномального скин-эффекта

$$|\omega + i\nu_e| << kv_0, \qquad (2)$$

где ν_e — частота столкновений электронов среды, а v_0 — скорость их хаотического движения (тепловая скорость, либо скорость Ферми), имеем /2/:

$$\epsilon^l(\omega,k) = 1 + 1/k^2 r_{De}^2,$$

$$\epsilon^{tr}(\omega,k) = 1 + \frac{\pi\,\omega_{Le}^2}{2\,\omega k}\begin{cases} 1/v_{Te} & \text{(невырожденные электроны)} \\ 3/2v_{Fe} & \text{(вырожденные электроны)}. \end{cases} \qquad (3)$$

Здесь $\omega_{Le} = \sqrt{4\pi e^2 n_e/m}$ — ленгмюровская частота электронов, r_{De} — их дебаевский радиус, который для невырожденных и вырожденных электронов соответственно дается выражениями

$$r_{De} = \left(\frac{v_{Te}}{\omega_{Le}}, \frac{v_{Fe}}{\sqrt{3}\omega_{Le}}\right).$$

Условие (2) выполняется в следующей области частот аномального скин-эффекта:

$$\omega^* = \frac{c^2 \nu_e^3}{v_0^2 \omega_{Le}^2} \ll \omega \ll \omega_{Le} \frac{v_0}{c}. \tag{4}$$

При подстановке (3) в (1) легко показать, что первое слагаемое в подынтегральном выражении пренебрежимо мало (в /1/ случайно только это слагаемое и было учтено), причем в условиях (4) окончательно находим

$$\sqrt{k_z^2 c^2/\omega^2 - 1} = \frac{2\omega}{3ac}(1 + i/\sqrt{3}), \tag{5}$$

где

$$a = \begin{cases} \left(\sqrt{\dfrac{\pi}{2}}\dfrac{\omega_{Le}^2}{v_{Te}}\dfrac{\omega}{c^2}\right)^{1/3} & \text{(невырожденные электроны)}, \\ \left(\dfrac{3\pi}{4}\dfrac{\omega_{Le}^2}{v_{Fe}}\dfrac{\omega}{c^2}\right)^{1/3} & \text{(вырожденные электроны)}. \end{cases}$$

Решая уравнение (5) относительно ω, находим спектр частот поверхностной волны в области аномального скин-эффекта и декремент затухания

$$\omega = k_z c\,[1 - \frac{4}{27}\frac{\omega^2}{c^2 a^2}(1 + i\sqrt{3})].$$

Видно, что колебания слабо затухают во времени

$$\frac{\mathrm{Im}\,\omega}{\omega} \sim \frac{\omega^2}{c^2 a^2} \ll 1.$$

Легко видеть, что слабо затухают поверхностные волны и в пространстве, в направлении распространения

$$k_z \approx \frac{\omega}{c}\,[1 + \frac{2\omega^4}{9a^4 c^4}(1 + \frac{2i}{\sqrt{3}})].$$

В направлении же, перпендикулярном распространению, поверхностные волны затухают довольно сильно. Глубина проникновения поля в поперечном направлении определяется величиной $\mathrm{Im}\,k_x$, дающей основной вклад в интеграл (1) при подстановке выражений (3). При этом для глубины проникновения поля в среду получаем оценку $2/a = 2(c^2 v_0/\omega\omega_{Le}^2)^{1/3}$, в то время как в вакуум поле проникает значительно глубже, на величину $\simeq c/\omega$.

Для более строгого определения области применимости приближенного уравнения (5) и его решений уравнение (1) решалось численно подстановкой точных формул для $\epsilon^{l}(\omega,k)$ и $\epsilon^{tr}(\omega,k)$ /2/. Результаты такого решения для случая вырожденного электронного газа приведены на рис. 1 в виде зависимости $\mathrm{Im}(k_z c/\omega)$ от ω/ω_{Le}. Видно, что в области применимости аналитических решений (4) они совпадают с точными решениями.

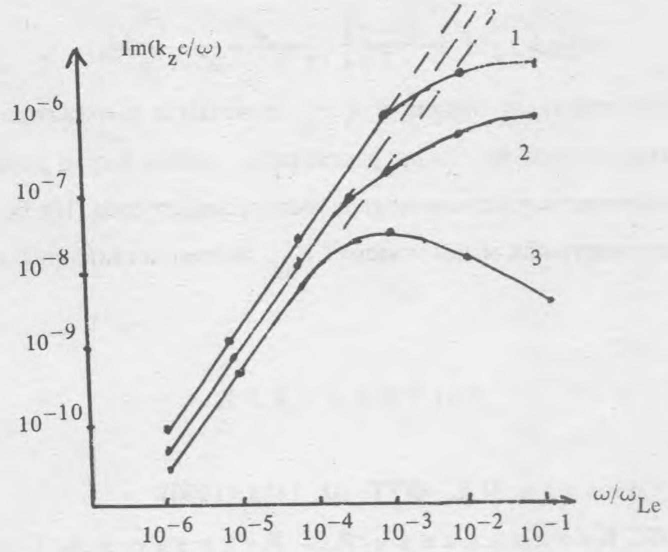

Рис. 1. Решения уравнения (1) для $\nu_e = 0$, $\nu_{Fe}/c = 10^{-3}$ (1), $3\cdot 10^{-3}$ (2), 10^{-2} (3); пунктир — аналитические решения уравнения (5).

В заключение приведем выражения для компонент поля E, создаваемого осциллирующим поверхностным зарядом $\rho_0 = q\delta(x)e^{ik_z z - i\omega t}$, которые находятся из формул работы /1/ при подстановке в них (3) и проведении интегрирования*. Окончательно получаем: в области $x < 0$ (вакуум)

$$E_{1z} = -\frac{4\pi(1+i\sqrt{3})}{3\sqrt{3}}\,\frac{\omega^2}{c^2 k_z a}\,\frac{q e^{ik_z z - i\omega t}}{A(\omega,k_z)}\,e^{|k_z|x},$$

$$E_{1x} = \frac{4\pi(1+i\sqrt{3})}{3\sqrt{3}}\,\frac{\omega^2}{(k_z^2c^2-\omega^2)}\,\frac{|k_z|}{a}\,\frac{q e^{ik_z z - i\omega t}}{A(\omega,k_z)}\,e^{|k_z|x},$$

---

* Выражения (19) работы /1/ неверны из-за ошибочного пренебрежения большим членом при интегрировании.

и в области $x > 0$ (среда)

$$E_{2z} = -4\pi i \frac{\omega^2}{c^2 k_z a} \frac{q e^{-i\omega t + i k_z z}}{A(\omega, k_z)} \left(\sin\frac{\sqrt{3}ax}{2} - \cos\frac{\sqrt{3}ax}{2}\right) e^{-ax/2},$$

$$E_{2x} = 4\pi \frac{q e^{-i\omega t + i k_z z}}{A(\omega, k_z)} \left[e^{-x/r_{De}} + \frac{2\omega^2}{3c^2 a^2}\left(\sin\frac{\sqrt{3}ax}{2} + \cos\frac{\sqrt{3}xa}{2}\right)\right] e^{-ax/2}. \qquad (6)$$

Здесь

$$A(\omega,k_z) = 1 - \frac{i-\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} \frac{\omega^2}{(k_z^2 c^2 - \omega^2)} \frac{|k_z|}{a}.$$

Видно, что на малых расстояниях от заряда $x \lesssim r_{De}$ главным в выражении для E_{2x} (6) является первое слагаемое, а следовательно, на таких расстояниях имеет место дебаевская экранировка в поле E_{2x} в направлении, перпендикулярном поверхности раздела сред. На больших же расстояниях $x > r_{De}$ компонента E_{2x} затухает, как и компонента E_{2z}, экспоненциально с характерным размером $\simeq c/a$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рухадзе А.А., Чоговадзе М.Е. ФТТ, **32**, 1488 (1990).

2. Александров А.Ф., Богданкевич Л.С., Рухадзе А.А. Основы электродинамики плазмы, М., Высшая школа, 1988.

Институт общей физики РАН

Поступила в редакцию 7 мая 1992 г.