Краткие сообщения по физике № 11,12 — 1992 г.

УДК 531.19

СМЯГЧЕНИЕ ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДА И УДВОЕНИЕ ПЕТЛИ ГИСТЕРЕЗИСА МУЛЬТИПЛИКАТИВНЫМ ШУМОМ

Г. А. Ляхов

Предложен и описан механизм деформаций, в том числе с изменением связности, петли гистерезиса в нелинейных системах с сильными флуктуациями внешних параметров.

Исследования влияния мультипликативных внешних шумов на динамические системы, начатые с ламповых генераторов /1/, обнаружили возможность возбуждения качественно новых режимов (в отличие от аддитивных шумов, которые только уширяют функцию распределения значений динамической переменной) /2/. Самый яркий пример — индуцирование мультипликативным шумом (неравновесного) фазового перехода (ФП) в системе с гладким поведением при нулевой интенсивности шума, $\sigma^2 = 0$ /3/. Естественную область приложений физики мультипликативных шумов составляют термодинамические системы, которые описывают (равновесные) ФП в средах с сильными флуктуациями, например, жидкие кристаллы (ЖК) (тепловые флуктуации анизотропии в них, обеспечивающие рассеяние в крыле рэлеевской линии, имеют интенсивность на 5 — 6 порядков выше, чем в изотропной жидкости /4/; также высока их восприимчивость к внешним электрическим, магнитным, и механическим полям).

В пространственно-однородной модели ФП первого рода гистерезис стационарного значения параметра порядка (ПП) η обеспечивается неинвариантностью свободной энергии F относительно обращения знака η. В разложении F по степеням ПП

$$F = a\eta^2/2 + b\eta^3/3 - c\eta^4/4, \tag{1}$$

где $a = \alpha(T_c - T)$, определяющим служит слагаемое с коэффициентом $b \neq 0$. Его величину задает взаимодействие с симметрией, отличной от симметрии взаимодействия, с которым связаны a и c, поэтому возможны ситуации, когда учитывать следует только (гауссов) шум ξ величины b с дисперсией σ^2: $b = \langle b \rangle + \sigma\xi$. Соответствующее вариации (1) $\eta' = -\delta F/\delta\eta$ стохастическое уравнение в интерпретации Ито /2/ дает уравнение Фоккера — Планка для функции распределения $p(\eta, t)$:

$$\partial p/\partial t = -\partial[(a\eta + \langle b \rangle\eta^2 - c\eta^3)p]/\partial\eta + (\sigma^2/2)\partial^2(\eta^4 p)/\partial\eta^2. \tag{2}$$

Стационарное решение этого уравнения имеет вид:

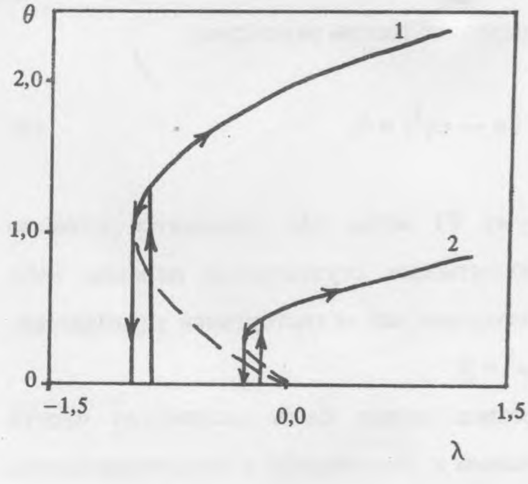
$$\ln (p/p_0) = -(a/\eta + 2 \langle b\rangle)/\sigma^2\eta - 2(c/\sigma^2 + 2)\ln \eta. \tag{3}$$

Зависимость его экстремумов от параметров модели качественно та же, что и в детерминированной модели, отличие сводится к перенормировке $c \to c + 2\sigma^2$ (рис. 1). Количественные изменения состоят в уменьшении скачка ПП

$$\Delta\eta = 2 \langle b\rangle/3(c + 2\sigma^2),$$

определяемого условием $\partial F_\sigma / \partial\eta = 0$, и сужении петли гистерезиса

$$\Delta T = \langle b\rangle^2/36\alpha(c + 2\sigma^2).$$



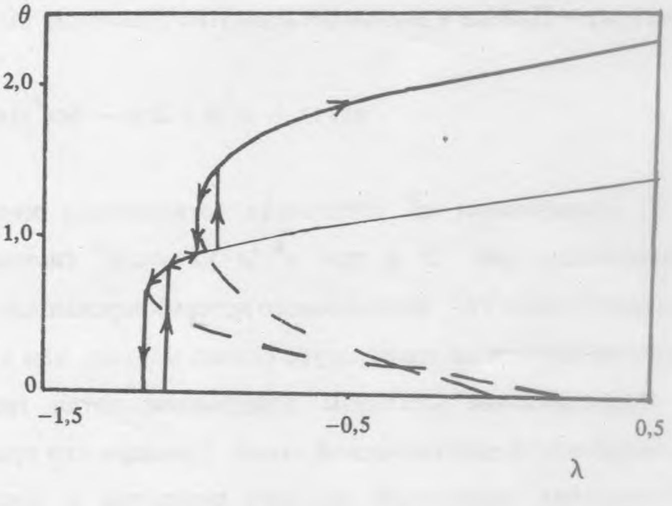


Рис. 1. Изменения температурной зависимости, $\lambda = 4c\alpha(T_c - T)/\langle b\rangle^2$, параметра порядка $\theta = 2c\eta/\langle b\rangle$ с ростом шумовой интенсивности σ^2 константы инверсно-несимметричного взаимодействия: $\sigma^2/c = 0(1), 1(2)$.

Рис. 2. Индуцированное шумом удвоение петли гистерезиса в одноконстантной модели, $\sigma^2 b^2/c\langle\gamma\rangle = 15$.

Описанный механизм дает возможное объяснение особенностям ФП "изотропная жидкость — нематический ЖК" /4/ — аномальной близости температуры скачка к T_c, $\Delta T \sim 2\cdot 10^{-3}$ при $\sigma^2/c \geqslant 10 - 100$, при том что измеряемый, например, в экспериментах по рассеянию света, показатель расходимости флуктуаций (со стороны высоких температур) в ЖК совпадает с показателем среднего поля, а именно такое значение дает учет белого мультипликативного шума /2/.

Альтернативный — и более богатый следствиями — механизм смягчения ФП первого рода может быть обеспечен и флуктуациями единственного взаимодействия. Пример дает модель /3/ для ЖК, в которой

$$F = (\nu - 1)\nu\eta^2/2 + 10\nu^2\eta^3/21 - 15\nu^4\eta^4/28 + ...,$$

где $\nu = u/5k_bT$, k_b — постоянная Больцмана, u — анизотропная часть энергии диполь-дипольного взаимодействия Ван-дер-Ваальса — Лондона. Аналогичное действие должны производить флуктуации обобщенной вязкости; в обоих случаях уравнение релаксации ПП имеет вид

$$\eta' = \gamma(a\eta + b\eta^2 - c\eta^3), \qquad (4)$$

где $\gamma = \langle\gamma\rangle + \sigma\xi$, ξ — белый шум с дисперсией σ^2. Экстремумы стационарного решения уравнения Фоккера — Планка в интерпретации Ито уравнения (4) определяет теперь равенство:

$$\eta[\langle\gamma\rangle - \sigma^2(a + 2b\eta - 3c\eta^2)]\,(a + b\eta - c\eta^2) = 0. \qquad (5)$$

С увеличением σ^2 устойчивая (отвечающая минимуму F) ветвь (5) становится кусочно непрерывной (рис. 2) и при $\sigma^2 \geqslant 12\langle\gamma\rangle c/b^2$ система испытывает ступенчатый переход типа изоструктурного /6/, описываемого детерминированной η^8-моделью: петля гистерезиса удваивается, величина первого по температуре скачка меньше, чем при $\sigma^2 = 0$.

Предложенный механизм деформации петли гистерезиса может быть достаточно просто смоделирован в электрической схеме. Примеры его приложений к объяснению и прогнозированию наблюдаемых параметров фазовых переходов в неравновесных системах разнообразны — от химических фотореакций до процессов кавитации жидкостей в некогерентных световых пучках. Очевидное направление детализации теории в приложении к равновесным системам типа ЖК — это учет нелинейных зависимостей свободной энергии от шумящих величин параметров (вместе с микроскопической оценкой тепловых флуктуаций анизотропного межмолекулярного взаимодействия, эффективности резонансного теплового воздействия на ЖК, в том числе через примесные поглощающие центры), обобщение на случай многокомпонентного ПП, реализующегося в холестерических ЖК. Предложенный механизм деформации петли гистерезиса может обеспечить подход к выяснению природы квазиизотропной фазы, наблюдаемой в узкой околокритической области температур /7/ с сильными нелинейными флуктуациями электроквадрупольного и магнитодипольного взаимодействия.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кузнецов П. И., Стратонович Р. Л., Тихонов В. И. ЖЭТФ, **28**, 509 (1955).
2. Хорстхемке В., Лефевр Р. Индуцированные шумом переходы, М., Мир, 1987.
3. Arnold L., Horsthemke W., Lefever R. Zc. Phys., **B29**, 867 (1978).
4. Де Жен П. Физика жидких кристаллов, М., Мир, 1977.
5. Majer W., Saupe A. Z. Naturforsch., **A13**, 564 (1959).
6. Гуфан Ю. М., Ларин Е. С. Известия АН СССР, сер. физич., **43**, 1567 (1979).
7. Беляков В. А., Дмитриенко В. Е. УФН, **146**, 369 (1985).

Институт общей физики РАН

Поступила в редакцию 3 сентября 1992 г.