

УДК 537.525

О НОРМАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ КАТОДНОГО ТОКА В ТЛЕЮЩЕМ РАЗРЯДЕ

П. Л. Рубин

Предложена теория, объясняющая феномен "нормальной плотности тока катода". Речь идет о таком режиме горения газового разряда, когда пропорционально изменению тока разряда меняется площадь катодного пятна (области на катоде, через которую течет ток), а плотность тока в области пятна сохраняется неизменной. Теория основана на учете граничных условий по обе стороны области катодного падения потенциала – вблизи катода и при переходе в положительный столб разряда.

Характерным свойством тлеющего разряда является постоянная плотность тока на катоде ("нормальная плотность тока" [1]). При изменении тока разряда меняется площадь катодного пятна (участка, через который протекает ток), и лишь тогда, когда пятно занимает всю площадь катода, при дальнейшем возрастании тока возникает сначала "аномальный", а затем возможен переход и в дуговой разряд. Нормальная плотность тока характерна для каждой пары газ – материал катода. Описание прикатодной области разряда (катодного падения потенциала) было дано Энгелем и Штеенбеком и может быть найдено в ряде монографий (см., например, [1]). В этой теории предполагается, что режим горения разряда соответствует точке минимума вольт-амперной характеристики катодного промежутка или близок к ней, однако обоснование этого утверждения не приводится и поэтому феномен нормальной плотности тока фактически остается необъясненным. Предпринимались попытки уточнения теории Энгеля-Штеенбека с помощью численного моделирования разряда (см. [1], стр. 270 и цитированные там работы), но принципиальной стороны дела это не меняет. В настоящей работе сделана попытка дать объяснение феномена нормальной плотности тока. Объяснение базируется на одновременном учете граничных условий по обе стороны области

катодного падения потенциала – непосредственно вблизи поверхности катода и со стороны остальной части газоразрядного промежутка.

Рассмотрим стационарный разряд. Поскольку толщина катодного слоя обычно невелика [1], при достаточно большой площади катодного пятна задачу можно считать одномерной. Пусть ось Ox декартовой системы координат направлена по нормали к поверхности катода, которая пересекает ось в точке $x = 0$. Электрическое поле и ось x удобно считать направленными в одну сторону, и поэтому предполагается, что область, занятая разрядом, располагается при $x < 0$ (рис. 1).

Баланс концентрации электронов описывается уравнением (ср. [2])

$$\nabla_x(n_e v_e) = \nu n_e. \quad (1)$$

Здесь n_e и v_e – плотность и средняя скорость электронов соответственно, ν – число актов ионизации в единицу времени в расчете на один электрон. Полагая напряженность электрического поля в области катодного падения достаточно большой, а концентрацию заряженных частиц невысокой, процессами рекомбинации в балансе числа электронов можно пренебречь. Скорость ионизации часто записывают в виде

$$\nu = \alpha |v_e| = -\alpha v_e, \quad (2)$$

где α – коэффициент ионизации на единицу длины пробега электрона (ионизационный коэффициент Таунсенда [1]). В формуле (2) учтено направление дрейфа электронов (рис. 1).

Из (1), (2) нетрудно получить (снова учитывая знаки проекций векторов на ось x)

$$\nabla_x j_e = -\alpha j_e, \quad (3)$$

где $j_e = -en_e v_e$ – плотность электронного тока (e – абсолютная величина заряда электрона). Обычно принимают [1, 3]

$$\alpha = pf(E/p). \quad (4)$$

Электрическое поле подчиняется уравнению

$$\nabla_x E = 4\pi e(n_i - n_e),$$

где n_i – концентрация ионов. Это уравнение можно переписать в виде (ср. [2])

$$\nabla_x E = 4\pi \left(\frac{j - j_e}{v_i} + \frac{j_e}{v_e} \right). \quad (5)$$

Здесь v_i - скорость дрейфа ионов, и по-прежнему надо учитывать знаки проекций векторных величин на ось x . В формуле (5) принято во внимание постоянство плотности тока ($j_e + j_i = j = \text{const}$, где $j_i = en_i v_i$ - ионный ток). Полная плотность тока j представляет собой как раз нормальную плотность тока катода, которую надлежит найти. Скорости дрейфа $v_e = v_e(E/p)$ и $v_i = v_i(E/p)$ [1, 4] предполагаются известными функциями "приведенной" напряженности электрического поля

$$\mathcal{E} = E/p. \quad (6)$$

Из уравнений (3) и (5) можно получить

$$\frac{dE}{dj_e} = -\frac{4\pi}{\alpha j_e} \left(\frac{j - j_e}{v_i} + \frac{j_e}{v_e} \right). \quad (7)$$

Это дифференциальное уравнение первой степени не содержит координаты x и связывает между собой электрическое поле и плотность электронного тока. Оно содержит в качестве параметра j нормальную плотность тока катода. Вторым параметром решения этого уравнения

$$E = E(j_e | j, C) \quad (8)$$

является постоянная интегрирования C . Для дальнейшего существенно, что оба эти параметра C и j можно определить из двух дополнительных "граничных" условий.

Первое условие - это условие на границе катодного падения потенциала со стороны газоразрядного промежутка. При выходе из катодного слоя плазма становится квазинейтральной, так что $j_e \simeq j$ (подвижность электронов много больше подвижности ионов); в то же время напряженность поля становится много меньше, чем в катодном слое. Поэтому приближенно можно принять, что условием выхода из катодного слоя служит

$$E = 0; \text{ при } j_e = j \quad (9)$$

и, следовательно, эта пара значений $\{E = 0, j_e = j\}$ должна удовлетворять уравнению (8).

Второе условие вытекает из свойств электронного тока вблизи поверхности катода. Диффузионной составляющей электронного тока в прикатодной области можно пренебречь по сравнению с дрейфовой [1]. Поэтому в первом приближении можно считать,

что электронный ток непосредственно вблизи катода – это ток эмиссии. Начальная скорость электронов v_0 определяется режимом их эмиссии из катода:

$$v_0 = (2\epsilon/m_e)^{1/2}.$$

Здесь m_e – масса электрона, ϵ – энергия, с которой электрон покидает катод. При непосредственном отрыве электрона падающим на катод ионом (который сам при этом нейтрализуется) можно принять

$$\epsilon = I - 2\varphi. \quad (10)$$

Здесь I – потенциал ионизации атомов (молекул) газа, а φ – работа выхода электрона¹.

Существенным является то обстоятельство, что средняя скорость электронов вблизи поверхности катода не может испытывать скачок, так как подобный скачок при непрерывной плотности электронного тока означал бы одновременно и скачок концентрации электронов. Поэтому должно быть

$$v_0 = v_e(E_0/p), \quad (11)$$

где E_0 – напряженность электрического поля вблизи катода. Таким образом, уравнение (11) определяет величину электрического поля у катода.

Далее, отношение электронного и ионного токов вблизи поверхности катода тоже можно считать известным:

$$j_e = \gamma j_i, \quad (12)$$

где γ – эффективный коэффициент вторичной эмиссии с катода. Величина γ предполагается известной [1], и тогда вблизи катода должно быть

$$j_e = \frac{\gamma}{1 + \gamma} j. \quad (13)$$

Это значение j_e в совокупности с $E = E_0$ также должно удовлетворять уравнению (8), а получаемое таким образом уравнение служит вторым условием для определения C и j .

¹На самом деле часть электронов испускается катодом вследствие поглощения резонансного и комбинационного излучения, достигающего его поверхности, но ради простоты мы этим эффектом пренебрежем.

Приступая к реализации описанной процедуры, удобно сначала перейти к "приведенным" переменным \mathcal{E} , \mathcal{J} и \mathcal{J}_e . Первая из них уже была описана (см. (6)). Две другие — это

$$\mathcal{J} = j/p^2; \quad \mathcal{J}_e = j_e/p^2. \quad (14)$$

Из уравнения (4) следует, что (7) можно представить в виде

$$\frac{d\mathcal{E}}{d\mathcal{J}_e} = -\frac{4\pi}{f(\mathcal{E})} \left[\frac{\mathcal{J} - \mathcal{J}_e}{\mathcal{J}_e v_i(\mathcal{E})} + \frac{1}{v_e(\mathcal{E})} \right]. \quad (15)$$

Проще всего решить уравнение (15), если функциональные зависимости $v_e(E/p)$ и $v_i(E/p)$ одинаковы и отличаются лишь (постоянным) множителем пропорциональности. Например, если обе скорости дрейфа пропорциональны E/p или $\sqrt{E/p}$. Тогда переменные в уравнении (7) разделяются:

$$-f(\mathcal{E})v_i(\mathcal{E})d\mathcal{E} = 4\pi \left[\frac{\mathcal{J}}{\mathcal{J}_e} - (1+r) \right] d\mathcal{J}_e. \quad (16)$$

Здесь

$$r = -v_i/v_e = \text{const}$$

(скорости направлены в разные стороны). Теперь интеграл уравнения (15) принимает вид

$$4\pi \left[\mathcal{J} \ln \left(\frac{\mathcal{J}_e}{\mathcal{J}} \right) - (1+r)\mathcal{J}_e \right] = F(\mathcal{E}) + C, \quad (17)$$

где

$$F(\mathcal{E}) = -\int f(\mathcal{E})v_i(\mathcal{E})d\mathcal{E}$$

и C — упоминавшаяся выше постоянная интегрирования.

Рассмотрим следующий пример. Для азота рекомендуется [3]

$$v_e = -c_- \sqrt{\mathcal{E}}; \quad v_i = c_+ \sqrt{\mathcal{E}},$$

где

$$c_- = 3.3 \cdot 10^6; \quad c_+ = 1.1 \cdot 10^4.$$

Здесь скорости измеряются в $см/с$, напряженность поля – в $В/см$, давление – $торр$. При этом $r = 3.3 \cdot 10^{-3}$. Для скорости ионизации в азоте тот же источник рекомендует:

$$f(\mathcal{E}) = A \exp(-B/\mathcal{E}), \quad (18)$$

где

$$A = 8.8 (см \cdot торр)^{-1}; \quad B = 275 В/(см \cdot торр).$$

Уравнение (17) можно записать так:

$$\begin{aligned} & 4\pi \left[\mathcal{J} \ln \left(\frac{\mathcal{J}_e}{\mathcal{J}} \right) - (1+r)\mathcal{J}_e \right] = \\ & = A c_+ \exp(-B/\mathcal{E}) \left(\frac{4B\sqrt{\mathcal{E}}}{3} - \frac{2\mathcal{E}^{3/2}}{3} \right) + \frac{4}{3} A c_+ B^{3/2} \sqrt{\pi} [\operatorname{erf}(\sqrt{B/\mathcal{E}}) - 1] + C. \end{aligned} \quad (19)$$

Здесь erf – функция ошибок. Константа C определяется из "плазменного" граничного условия ($\mathcal{J}_e \simeq \mathcal{J}$ при $\mathcal{E} \simeq 0$):

$$C \simeq -4\pi(1+r)\mathcal{J},$$

так что уравнение (19) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} & 4\pi \mathcal{J} \ln \left(\frac{\mathcal{J}_e}{\mathcal{J}} \right) + 4\pi(1+r)(\mathcal{J} - \mathcal{J}_e) = \\ & = A c_+ \exp(-B/\mathcal{E}) \left(\frac{4B\sqrt{\mathcal{E}}}{3} - \frac{2\mathcal{E}^{3/2}}{3} \right) + \frac{4}{3} A c_+ B^{3/2} \sqrt{\pi} [\operatorname{erf}(\sqrt{B/\mathcal{E}}) - 1]. \end{aligned} \quad (20)$$

Для γ примем приближенную формулу [1]

$$\gamma = 0.016(I - 2\varphi) \quad (I \text{ и } \varphi - \text{ в электрон-вольтах}). \quad (21)$$

Пусть материал катода – никель. Тогда $\varphi = 4.5 \text{ эВ}$, потенциал ионизации азота $I = 15.6 \text{ эВ}$ [1]. В результате расчета для нормальной плотности тока получается $290 \text{ мкА}/(см \cdot торр)^2$ при экспериментально найденном значении $400 \text{ мкА}/(см \cdot торр)^2$ [1]². На рис. 2 представлена зависимость $\mathcal{E} = \mathcal{E}(-px)$, полученная численным интегрированием (5) с начальным условием $E = E_0$ при $x = 0$ (напомним, что в выбранной

²Переход к единицам $\text{мкА}/(см \cdot торр)^2$ можно выполнить, используя в качестве промежуточной абсолютную (гауссову) систему единиц, в которой $1 В = 1/300 \text{ абс.ед.}$; $1 К = 3 \cdot 10^9 \text{ абс.ед.}$

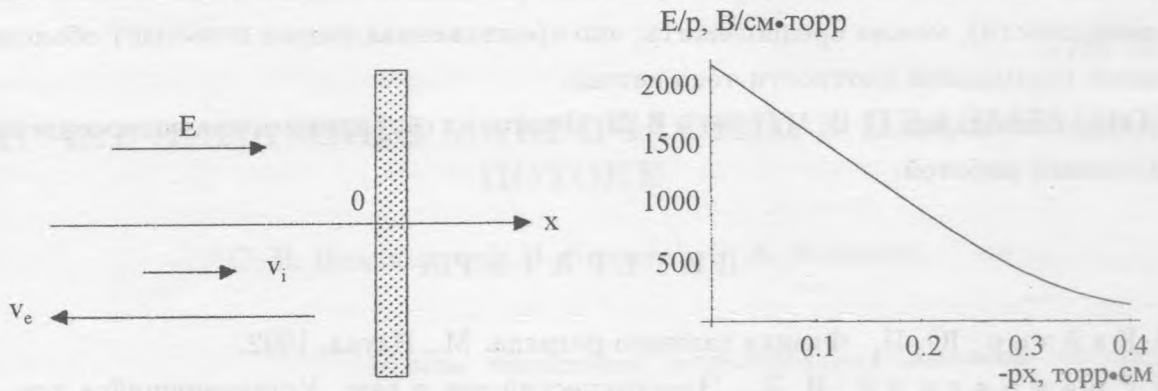


Рис. 1. Схема прикатодной области разряда.

Рис. 2. Зависимость приведенной напряженности поля от произведения давления на координату. Разряд в азоте с никелевым электродом.

системе координат разряд расположен в области $x < 0$). В области катодного падения зависимость напряженности поля от расстояния до катода практически линейна, как это уже неоднократно отмечалось ранее. Величину катодного падения потенциала, согласно рис. 2, можно оценить как 240 В (экспериментальное значение – 197 В [1]).

Другим примером будет водород. Теперь принимается [1, 3, 4]

$$v_e = b_e \mathcal{E}; \quad v_i = b_i \mathcal{E}; \quad (b_e = 0.37 \cdot 10^6 \text{ торр} \cdot \text{см}^2 / \text{В} \cdot \text{с}; \quad b_i = 1.0 \cdot 10^4 \text{ торр} \cdot \text{см}^2 / \text{В} \cdot \text{с})$$

$$A = 5 (\text{см} \cdot \text{торр})^{-1}; \quad B = 139 \text{ В} / (\text{см} \cdot \text{торр})$$

(для скорости дрейфа электронов это экстраполяция экспериментальных данных [5]). Уравнение (17) на этот раз можно записать в виде

$$4\pi \left[\mathcal{J} \ln \left(\frac{\mathcal{J}_e}{\mathcal{J}} \right) - (1+r)\mathcal{J}_e \right] = Ab_i \left[e^{-B/\mathcal{E}} \left(\frac{B\mathcal{E}}{2} - \frac{\mathcal{E}^2}{2} \right) + \frac{B^2}{2} Ei(-B/\mathcal{E}) \right]$$

(Ei – интегральная экспонента). Нормальная плотность тока для пары водород–алюминий на этот раз получается равной $160 \text{ мкА} / \text{торр} \cdot \text{см}^2$ при экспериментальном значении $90 \text{ мкА} / \text{торр} \cdot \text{см}^2$ [1].

В заключение, принимая во внимание приближенный характер ряда использованных формул (в частности, формулы (21)), а также недостаточность сведений о механизме

вторичной эмиссии с катода и о работе выхода (последняя зависит от качества и чистоты поверхности), можно предположить, что предложенная теория позволяет объяснить феномен нормальной плотности тока катода.

Автор благодарит С. В. Митько и В. Н. Очкина за обсуждение ряда вопросов в связи с настоящей работой.

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] Райзер Ю. П. Физика газового разряда. М., Наука, 1992.
- [2] Грановский И. Л. Электрический ток в газе. Установившийся ток. М., Наука, 1971.
- [3] Королев Ю. Д., Месяц Г. А. Физика импульсного пробоя газов. М., Наука, 1991.
- [4] Ретер Г. Электронные лавины и пробой в газах. М., Мир, 1968.

Поступила в редакцию 3 августа 2000 г.