

СТАЦИОНАРНОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ ГАУССОВСКОГО ПУЧКА В ПАРАМЕТРИЧЕСКОМ СЛОЕ ОВФ

А.П. Брысев, В.Н. Стрельцов

Исследуются амплитудные искажения отраженной волны при стационарном распространении гауссовского пучка в акустическом слое ОВФ.

Качество восстановления амплитудно-фазового распределения обращаемой волны является одной из основных проблем для любых механизмов реализации обращения волнового фронта (ОВФ). В акустике наиболее перспективным направлением исследования ОВФ является использование фонон-коллективных взаимодействий в твердых телах при воздействии на мягкую неакустическую подсистему внешних силовых полей. На этом пути (при использовании фонон-магнонного взаимодействия в ферритах) удалось экспериментально создать обращающую систему с рекордно высоким коэффициентом усиления акустических волн, и, в частности, достигнуть закритического режима усиления, отвечающего абсолютной неустойчивости /1, 2/. С хорошей степенью точности феноменологически подобные среды могут быть описаны с помощью эффективной временной модуляции акустической восприимчивости.

В работе /3/ изучался вопрос об искажении амплитудных профилей пучков, распространяющихся в плоском слое при пространственно однородной модуляции скорости звука в нем, отвечающей закритической толщине слоя. При определенных ограничениях было установлено, что инкременты неустойчивости фурье-компонент падают с увеличением угла наклона этих компонент к оси распространения внешнего пучка, что приводит к слабой дефокусировке обращенного пучка по отношению к падающему с сохранением первоначальной гауссовской формы. В этой же работе отмечалось, что в докритической области значений параметра модуляции картина может носить принципиально иной характер, связанный с резкой зависимостью амплитудных коэффициентов усиления от изменения эффективной толщины слоя вблизи порога устойчивости.

В настоящей работе подробно исследуется стационарное связанное распространение прямой и отраженной волн в докритическом плоскопараллельном слое, скорость звука в котором пространственно однородно модулирована во времени. Изучаются амплитудные искажения отраженного пучка в зависимости от дифракционных параметров падающего пучка и коэффициентов усиления в системе.

Пусть на плоскопараллельный слой толщины l падает по нормали (ось z) волна с частотой ω и

волновым вектором \mathbf{k} . Входной ($z = 0$) поперечный (\mathbf{r}_\perp) амплитудный профиль — гауссовский с радиусом перетяжки a . Скорость звука c в слое модулирована с частотой 2ω : $c = c_0 (1 + 2\mu \cos 2\omega t)$. Предполагая, что глубина модуляции достаточно велика, так что характерный масштаб изменения амплитуды волны по оси z существенно превосходит дифракционную расходимость пучка (это обстоятельство, очевидно, может приводить к нарушению применимости параболического приближения), для стационарного режима получаем следующую систему уравнений для медленных амплитуд $U^+(z, \mathbf{r}_\perp)$, $U^-(z, \mathbf{r}_\perp)$, описывающую связанное распространение падающей и генерируемой встречной волн:

$$\left(\frac{1}{2ik} \Delta_\perp + \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{2ik} \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) U^{+*} = -\mu \left(ik + 2 \frac{\partial}{\partial z}\right) U^-, \quad (1)$$

$$\left(\frac{1}{2ik} \Delta_\perp + \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{2ik} \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) U^- = -\mu \left(ik + 2 \frac{\partial}{\partial z}\right) U^{+*},$$

Выполняя в (1) преобразование Фурье по \mathbf{r}_\perp , для получающейся системы обыкновенных дифференциальных уравнений для фурье-образов $\tilde{U}^\pm(z, \mathbf{k}_\perp)$ имеем следующее характеристическое уравнение относительно безразмерного собственного значения $\Lambda = \lambda/k$:

$$\Lambda^2 (1 + \mu\beta) + 2i\mu\beta\Lambda + \mu^2 (1 - \beta^2) = \Lambda^4/4 + i\Lambda^3 + 4\mu^2\Lambda^2 + 4i\mu^2\Lambda, \quad (2)$$

где $\beta = k_\perp^2/2\mu k^2$.

Учитывая вышесказанное, безразмерный параметр $\beta < 1$ и решение (2) можно строить разложением в ряд по степеням μ . С точностью до членов $\sim \mu^2$ имеем:

$$\Lambda_{1,2} = \pm i\mu (1 \mp \beta) + (i/2) \mu^2 (3 \mp 2\beta).$$

Граничные условия для $\tilde{U}^\pm(z, \mathbf{k}_\perp)$ записываются обычным образом: $\tilde{U}^+(z=0) = \tilde{U}_0$; $\tilde{U}^-(l) = 0$.

После несложных алгебраических вычислений для выходной амплитуды $\tilde{U}^-(z=0)$ встречной волны находим:

$$\tilde{U}^-(z=0) = i\tilde{U}_0 (1 + 3\mu^2) \operatorname{tg} [\mu k l (1 - k_\perp^2/2k^2)], \quad (3)$$

где \tilde{U}_0 — фурье-образ входного сигнала.

Как видно, с увеличением угла наклона компоненты (с ростом k_\perp) амплитуда компоненты падает. Причем вблизи порога устойчивости $\mu k l \simeq \pi/2$ зависимость выходной амплитуды встречной

волны от k_{\perp} носит резкий тангенциальный характер. Это обстоятельство, в свою очередь, приводит к существенной деформации пространственного спектра выходного сигнала.

Обратное преобразование Фурье в (3) удобно представить в виде свертки:

$$U^-(z=0) = iU_0^* a^2 \pi (1 + 3\mu^2) (2\pi)^{-1} \int_0^{\infty} r'_{\perp} e^{-r'^2_{\perp}/a^2} dr'_{\perp} \int_0^{\infty} k_{\perp} J_0(k_{\perp} r'_{\perp}) J_0(k_{\perp} r_{\perp}) \times \\ \times \frac{\operatorname{tg}(\mu k l) - \operatorname{tg}(\mu k l \cdot k_{\perp}^2 / 2k^2)}{1 + \operatorname{tg}(\mu k l) \operatorname{tg}(\mu k l \cdot k_{\perp}^2 / 2k^2)}.$$

Разлагая $\operatorname{tg}(\mu k l \cdot k_{\perp}^2 / 2k^2)$ на характерной области интегрирования $k_{\perp} \leq a^{-1}$, определяемой шириной пространственного спектра падающей волны, в ряд по $(k_{\perp}/k)^2$ и сохраняя главный член, получаем:

$$U^-(z=0) = iU_0^* a^2 \pi (1 + 3\mu^2) b^2 \operatorname{tg}(\mu k l) [K_0(br_{\perp}) \int_0^r r'_{\perp} e^{-r'^2_{\perp}/a^2} J_0(k_{\perp} r'_{\perp}) dr'_{\perp} + \\ + J_0(br_{\perp}) \int_r^{\infty} r'_{\perp} e^{-r'^2_{\perp}/a^2} K_0(br'_{\perp}) dr'_{\perp}], \quad (4)$$

где $b^2 = 2k^2/\mu k l \operatorname{tg}(\mu k l)$, K_0, J_0 — цилиндрические функции.

Как следует из (4), вдали от порога $k^2 a^2 \gg \mu k l \operatorname{tg}(\mu k l)$ имеет место высокая степень воспроизведения амплитудного профиля падающей волны:

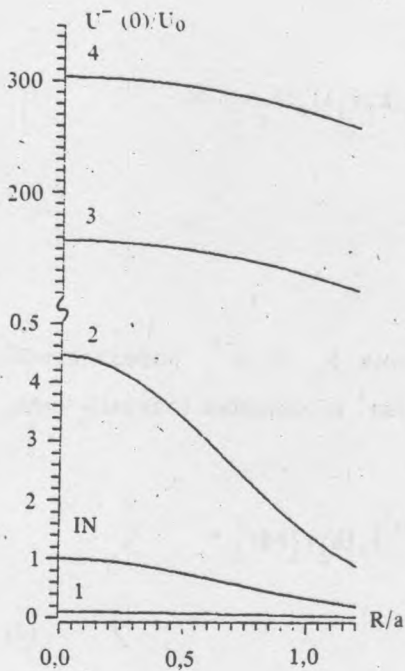
$$U^-(z=0) = iU_0^* (1 + 3\mu^2) e^{-r_{\perp}^2/a^2} [1 - 2\mu k l \operatorname{tg}(\mu k l) / k^2 a^2 (r_{\perp}/a)^2] \operatorname{tg}(\mu k l).$$

При обратном соотношении дифракционного параметра и коэффициента усиления в системе для наиболее интересной области значений поперечной координаты $r_{\perp} \leq a$ нетрудно получить следующую аппроксимацию.

Разлагая J_0 и K_0 под интегралом в (4) с учетом обрезывающего гауссовского фактора в ряд по степеням малого параметра (br'_{\perp}) , после интегрирования находим:

$$U^-(z=0, r_{\perp} \leq a) = iU_0^* \frac{(1 + 3\mu^2) k^2 a^2}{\mu k l} \left\{ K_0(\epsilon q) (1 - e^{-q^2}) - \right. \\ \left. - I_0(\epsilon q) [(\ln(\epsilon q/2) + C) e^{-q^2} - (1/2) \operatorname{Ei}(-q^2)] \right\},$$

где $\epsilon = ab \ll 1$; $q = r_{\perp}/a$ — безразмерная поперечная координата; C — постоянная Эйлера.



На рис. 1 приведены соответствующие кривые $U^-(z=0, q)$ для различных значений параметра $L = \mu k l$ при типичном значении дифракционного параметра $(ka)^2 = 100$. Видно, что с ростом L возрастает абсолютное значение величины выходного сигнала $U^-(z=0)$ при одновременном росте амплитудных искажений по отношению к исходному сигналу.

При $r_{\perp} > a$, как следует из (4), амплитуда встречной волны экспоненциально мала.

Таким образом, использование систем рассмотренного здесь типа для обращения волнового фронта акустических пучков в стационарном режиме при высоких коэффициентах усиления возможно лишь при достаточно узком пространственном спектре этих пучков.

Рис. 1. Амплитудные распределения в падающем (IN) и отраженных (1—4) пучках при значении параметра $k^2 a^2 = 100$ для значений эффективной длины $L = \mu k l = 0,1$ (1); 1,35 (2); 1,56979 (3); 1,57070 (4).

ЛИТЕРАТУРА

1. Брысев А.П. и др. Акуст. журн., **34**, 1120 (1988).
2. Брысев А.П. и др. Акуст. журн., **34**, 986 (1988).
3. Брысев А.П., Стрельцов В.Н. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 1, 9 (1991).

Институт общей физики АН СССР

Поступила в редакцию 11 марта 1991 г.