Краткие сообщения по физике № 11,12 — 1991 г.

УДК 539.186.2

РАССЕЯНИЕ БЫСТРЫХ ЭЛЕКТРОНОВ НА ВОДОРОДОПОДОБНОМ АТОМЕ В ОДНОРОДНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

В. И. Крылов

В нерелятивистском борновском приближении рассмотрено рассеяние быстрых электронов на водородоподобном атоме в однородном электрическом поле. Учет влияния поля на движение налетающих на атом электронов приводит к заметному отличию сечения рассеяния от известных ранее выражений.

В работах /1, 2/, в которых рассматривалось рассеяние электронов на атомах или ионах в однородном электрическом поле, не была замечена зависимость сечения рассеяния от волнового вектора, описывающего плотность потока относительного движения частиц, и от несовпадающего с ним "локального волнового вектора", который определяется движением частиц в микроскопической области их взаимодействия*. Этот эффект рассмотрен в настоящей работе на примере рассеяния быстрых электронов на водородоподобном атоме. Показано, что он может быть существенным даже в слабом однородном электрическом поле, когда его влиянием на атомные электроны можно пренебречь.

Направление напряженности $\boldsymbol{\epsilon}$ внешнего электрического поля выберем вдоль оси z декартовой системы координат: $\boldsymbol{\epsilon} = (0, 0, -\epsilon)$. Поле считаем однородным в области пространства $z \geqslant -L_z$, где L_z — макроскопическая величина.

Пусть в таком поле находится водородоподобный атом и на него из области пространства $z \leqslant -L_z$ падает монохроматический поток невзаимодействующих друг с другом электронов ($-e$ — заряд, m_e — масса, $\mathbf{r}_e$ — радиус-вектор электрона).

Для определения сечения упругих и неупругих столкновений этих частиц в нерелятивистском борновском приближении выберем координаты $\mathbf{R}$, $\mathbf{r}$, $\boldsymbol{\rho}$, где $\mathbf{r} = \mathbf{r}_a - \mathbf{r}_n$ ($\mathbf{r}_a$, $\mathbf{r}_n$ — радиусы-векторы атомного электрона и ядра массой m_n), $\boldsymbol{\rho} = \mathbf{r}_e - \mathbf{r}_i$ ($\mathbf{r}_i = [m_e\mathbf{r}_a + m_n\mathbf{r}_n]m_i^{-1}$, $m_i = m_n + m_e$), $\mathbf{R} = (m_i\mathbf{r}_i + m_e\mathbf{r}_e)M^{-1}$ — центр инерции рассеивающихся частиц ($M = m_i + m_e$). Причем $\mathbf{R} = (x_R, y_R, z_R)$, $\mathbf{r} = (x_r, y_r, z_r)$, $\boldsymbol{\rho} = (\xi, \eta, \zeta)$.

---

* В работе /1/ волновая функция начального состояния рассеивающихся электронов не обеспечивала отличную от нуля плотность потока вдоль однородного поля. В работе /2/ не учитывалось влияние внешнего поля на движение налетающего на атом электрона.

Если в качестве возмущения выбрать потенциальную энергию взаимодействия атома с падающим на него электроном: $V(\mathbf{r}, \rho) = e^2|\rho - (m_n/m_i)\mathbf{r}|^{-1} - Ze^2|\rho + (m_e/m_i)\mathbf{r}|^{-1}$ (Ze — заряд ядра), то в невозмущенном уравнении Шредингера можно провести разделение переменных в области плоскости ζ, z_R, лежащей выше лучей $z_R = -(m_i/M)\zeta - L_z$, при $\zeta \leqslant 0$, и $z_R = (m_e/M)\zeta - L_z$, при $\zeta \geqslant 0$.

Представляя волновую функцию $\psi(\mathbf{R}, \rho, \mathbf{r})$ в виде произведения: $\psi(\mathbf{R}, \rho, \mathbf{r}) = \psi_R(\mathbf{R})\psi_k(\rho)\psi_r(\mathbf{r})$, получим:

$$-(\hbar^2/2M)\Delta_R\psi_R + e\epsilon(Z-2)z_R\psi_R = E_R\psi_R, \tag{1}$$

$$-(\hbar^2/2m)\Delta_\rho\psi_k - e_\rho\epsilon\zeta\psi_k = E_k\psi_k, \tag{2}$$

$$-(\hbar^2/2m)\Delta_r\psi_r + [-Ze^2/r - y_r\epsilon z_\kappa]\psi_r = E_r, \tag{3}$$

где $m = m_e m_i/M$, $m_{en} = m_e m_n/m_i$, $e_\rho = e[1 + (Z-2)m_e/M]$, $e_r = e[1 + (Z-1)m_e/m_i]$.

Если скорость атома в лабораторной системе отсчета значительно меньше его скорости относительно рассеивающихся электронов, то становится несущественным характер движения центра инерции частиц, описываемый функцией $\psi_R(\mathbf{R})$. Тогда под L_z можно понимать расстояние от границы электрического поля до центра инерции системы, а область изменения координаты ζ будет ограничена интервалом $(-L_1, L_2)$ $(L_1 = (M/m_i)L_z$, $L_2 = (M/m_e)L_z)$, что позволяет использовать оба линейно независимых решения (функции Эйри) уравнения (2) для построения $\psi_k(\rho)$, описывающей относительное движение атома и падающих на него электронов.

Используя асимптотические представления функций Эйри /3/, при $(k_\zeta l_\rho)^2 \gg 1$, находим $\psi_k(\rho)$, обеспечивающую стационарную отличную от нуля плотность потока электронов относительно атома:

$$\psi_k(\rho) = (A/s^{1/4})\exp[i(2k_\zeta s^{3/2}/3|k_\zeta| + k_\perp\rho)] \tag{4}$$

где $s = \zeta/l_\rho + E_{k_\zeta}/e_\rho\epsilon l_\rho$; $l_\rho = (\hbar^2/2me_\rho\epsilon)^{1/3}$; $E_{k_\zeta} = \hbar^2k_\zeta^2/2m + e_\rho\epsilon L_1$; $\mathbf{k} = (\mathbf{k}_\perp, k_\zeta)$ — волновой вектор, определяющий направление и величину плотности потока, причем $E_k = E_{k_\zeta} + \hbar^2k_\perp^2/2m$; $A \equiv A_{k_0} = \sqrt{m|k_\zeta|l_\rho/\hbar k_0}$ при нормировании ψ_{k_0} начального состояния на единичную плотность потока, а величина $A \equiv A_k$, для волновой функции ψ_k конечного состояния относительного движения частиц связывает число dn таких состояний и элемент объема d^3k соотношением $dn = (|k_\zeta|l_\rho/8\pi^3A_k^2)d^3k$ вследствие ортогональности функций ψ_k, при различных $\mathbf{k}$.

Используя стандратную методику определения сечения рассеяния в борновском приближении /4/ и формулу (4), находим дифференциальное сечение $d\sigma$, определяющее рассеяние электрона в элемент телесного угла $do = \sin\theta d\theta d\varphi$ (θ, φ — угловые координаты (вектора $\mathbf{k}$ в сферической системе координат) с одновременным переходом атома из состояния с волновой функцией ψ_{r0}, в состояние, описываемое ψ_r:

$$d\sigma = \frac{4e^4 m^2 k|k_\zeta k_{0\zeta}|}{(\hbar q)^4 k_0 \sqrt{(k_\zeta^2 + L_1/l_\rho^3)(k_{0\zeta}^2 + L_1/l_\rho^3)}} \times$$

$$\times \left| \iiint_{-\infty}^{\infty} \psi_r^*(\mathbf{r}) \left[\exp\left(-i\frac{m_n}{m_i}\mathbf{qr}\right) - - Z\exp\left(i\frac{m_e}{m_i}\mathbf{qr}\right)\right]\psi_{r0}(\mathbf{r})d^3r \right|^2 do, \tag{5}$$

где $\mathbf{q} = \boldsymbol{\kappa} - \boldsymbol{\kappa}_0$, $\boldsymbol{\kappa} = (\mathbf{k}_\perp, k_\zeta\sqrt{2mE_{k_\zeta}}/\hbar|k_\zeta|)$ — "локальный волновой вектор", появление которого обязано близости (4) к плоской волне в микроскопической области (порядка линейного размера атома) эффективного взаимодействия частиц; $\mathbf{k}$ и $\mathbf{k}_0$ связаны законом сохранения энергии: $\hbar^2k^2/2m = \hbar_2 k_0^2/2m - (E_r - E_{r0})$.

Выражение (5) отличается от сечения рассеяния $d\sigma_0$ электронов на изолированном атоме величиной $\mathbf{q}$ и множителем $|k_\zeta k_{0\zeta}|[(k_\zeta^2 + L_1 l_\rho^{-3})(k_{0\zeta}^2 + L_1 l_\rho^{-3})]^{-1/2}$ даже тогда, когда можно пренебречь влиянием однородного поля на состояния атомного электрона. Если же $k_\zeta^2, k_{0\zeta}^2 \gg L_1/l_\rho^3$, то $d\sigma \approx d\sigma_0$.

В дальнейшем будем рассматривать противоположный случай:

$$k_\zeta^2, k_{0\zeta}^2 \ll L_1/l_\rho^3, \quad k_\zeta^2 l_\rho^2 \gg 1. \tag{6}$$

Выбирая в качестве ψ_{r,r_0} волновые функции изолированного водородоподобного атома, выполняем в (5) интегрирование по $\mathbf{r}$. Для упругих столкновений электронов с атомом в нормальном состоянии получим (используя кулоновы единицы и пренебрегая величинами m_e/m_i, $m_n - m_i$):

$$d\sigma = (2/Zq^2)^2(l_\rho^3/L_1)|k_\zeta k_{0\zeta}|[Z - (1 + (q/2)^2)^{-2}]^2 do. \tag{7}$$

Для $Z = 1$ и $q \ll 1$, выражение (7) еще более упрощается: $d\sigma = (l_\rho^3/L_1)|k_\zeta k_{0_\zeta}|do$.

В качестве примера неупругих столкновений определим дифференциальное сечение рассеяния при возбуждении второго уровня водородоподобного атома. Используя известный способ интегрирования по $\mathbf{r}$ в формуле (5) (см. /4/, с. 713), и суммируя сечение для значений орбитального момента 0 и 1, найдем (при тех же предположениях, что и (7)):

$$d\sigma = 2^{16}\,\frac{k\left|k_\zeta k_{0\zeta}\right|}{k_0 q^2}\,\frac{l_\rho^3}{L_1}\,\frac{2+(2q)^2}{[9+(2q)^2]^5\,[1+(2q)^2]}\,do. \tag{8}$$

Входящий при выполнении условий (6) в формулы (7), (8) коэффициент $\left|k_\zeta k_{0\zeta}\right| l_\rho^3/L_1$, показывает, что даже в слабом (по сравнению с атомным) однородном электрическом поле может происходить уменьшение сечения по отношению к $d\sigma_0$. Кроме того, полученные выражения зависят от взаимного направления векторов $\mathbf{k}$, $\mathbf{k}_0$, ϵ. Указанные эффекты необходимо учитывать при рассмотрении явлений, в которых столкновения частиц во внешнем электрическом поле играют заметную роль.

Автор благодарен А. А. Рухадзе за внимание к работе и обсуждение результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фабрикант И. И. ЖЭТФ, **83**, 1675 (1982).
2. Демкин В. П. Известия ВУЗов, Физика, **32**, № 9, 10 (1989).
3. Яковлева Г. Д. Таблицы функций Эйри и их производных, М., Наука, 1969.
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика, М., Наука, 1974.

Институт общей физики АН РСФСР Поступила в редакцию 3 декабря 1991 г.