

УДК 533.951

## К РАСЧЕТУ КОЭФФИЦИЕНТА ОТРАЖЕНИЯ ОТ КОАКСИАЛЬНОГО РУПОРА ПЛАЗМЕННОГО СВЧ ГЕНЕРАТОРА

И. Н. Каргашов, М. А. Красильников, М. В. Кузелев, А. А. Рухадзе

*Для волновода с тонкой плазмой в бесконечно сильном магнитном поле исследована зависимость потока энергии кабельной плазменной волны от частоты и поперечной геометрии. Приведены точные и асимптотические формулы для нормированного потока энергии в зависимости от координаты в поперечном сечении волновода. Продемонстрировано соответствие этой величины коэффициенту отражения по мощности в коротковолновом пределе, посчитанному на основе точных граничных условий.*

В плазменном резонаторе, пронизываемом электронным пучком, возможно усиление электромагнитных волн СВЧ диапазона. От выходного конца резонатора, соединенного с излучающим рупором, часть волны отражается и поступает на вход системы – возникает обратная связь и возможен переход в режим генерации. Отражательные свойства излучающего рупора являются важным параметром, сильно влияющим на работу СВЧ генератора, поэтому изучение отражения в подобных системах представляет несомненный интерес [1]. Реальный излучающий рупор содержит такие конструктивные элементы как коллектор для сбора отработанных электронов пучка и плазмы [2], что существенно усложняет расчет коэффициента отражения. При возбуждении излучения с длиной волны  $\lambda$  много меньшей характерных размеров системы, т.е. в коротковолновом пределе, значение коэффициента отражения может быть легко оценено как отношение потока энергии волны, падающей на закрытую часть излучающего рупора, к полному потоку.

Рассмотрим систему, изображенную на рис. 1, представляющую собой волновод радиуса  $R$  с тонкой трубчатой плазмой толщиной  $\delta_p$  и средним радиусом  $r_p$ . Ось волновода совпадает с осью  $Oz$ , электроны плазмы полностью замагничены в продольном направлении, а ионы неподвижны. В плазме с такой геометрией может возбуждаться поверхностная кабельная волна. Поперечная структура этой волны определяется выражениями

$$E_z \sim \Psi_{00}(r) = \begin{cases} \frac{I_0(\kappa r)}{I_0(\kappa r_p)}, & r \leq r_p, \\ \frac{K_0(\kappa R)I_0(\kappa r) - I_0(\kappa R)K_0(\kappa r)}{K_0(\kappa R)I_0(\kappa r_p) - I_0(\kappa R)K_0(\kappa r_p)}, & r > r_p, \end{cases} \quad (1)$$

$$E_r, B_\varphi \sim \frac{1}{\kappa} \frac{\partial \Psi_{00}}{\partial r}, \quad (2)$$

где  $\kappa^2 = k_z^2 - \omega^2/c^2$ ,  $k_z$  – продольное волновое число, а  $\omega$  – частота, связанная с  $k_z$  дисперсионным уравнением

$$r_p \delta_p \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \kappa^2 I_0^2(\kappa r_p) \left[ \frac{K_0(\kappa r_p)}{I_0(\kappa r_p)} - \frac{K_0(\kappa R)}{I_0(\kappa R)} \right] = 1. \quad (3)$$

На правом конце плазма примыкает к излучающему рупору, который представляет собой продолжение волновода радиуса  $R$ , но с коаксиальным стержнем радиуса  $r_0 > r_p$  внутри (см. рис. 1). Электроны плазмы (и пучка) осаждаются на коаксиальном стержне – коллекторе. Плазменная волна, распространяясь в положительном направлении оси  $Oz$ , испытывает отражение от излучающего рупора. При этом часть волны проходит в коаксиал, а часть отражается обратно. Прошедшее излучение представляет собой набор мод вакуумного коаксиального волновода, включая кабельную волну, а отраженная волна частично остается плазменной поверхностной волной, распространяющейся в отрицательном направлении оси  $Oz$ , а частично трансформируется в объемные моды плазменного волновода [3].

При малых длинах волн и при  $r_p < r_0$  следует ожидать, что отношение потока энергии поверхностной плазменной волны, падающей на коллектор, к полному потоку энергии будет приблизительно соответствовать коэффициенту отражения, посчитанному на основе точных граничных условий на границе плазма–коаксиал [1, 3]. Отношение потока энергии внутри цилиндра радиуса  $r_0$  к полному потоку дается выражением

$$\eta = \frac{\int_{S_{r_0}} [\mathbf{E}\mathbf{B}]_z dS}{\int_{S_R} [\mathbf{E}\mathbf{B}]_z dS} = \frac{\int_0^{r_0} \Psi_{10}^2 r dr}{\int_0^R \Psi_{10}^2 r dr}. \quad (4)$$

Используя свойства цилиндрических функций и учитывая разрыв  $\Psi_{10}$  в точке  $r_p$ , легко получить

$$\int_0^{r_0} \Psi_{10}^2 r dr = \delta_p r_p \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \theta(r_0 - r_p) - \frac{r_0}{\kappa} \Psi_{00}(r_0) \Psi_{10}(r_0) - \int_0^{r_0} \Psi_{00}^2 r dr, \quad (5)$$

где

$$\int_0^{r_0} \Psi_{00}^2 r dr = \frac{r_p^2}{2} (\Psi_{10}^2(r_p + 0) - \Psi_{10}^2(r_p - 0)) \theta(r_0 - r_p) + \frac{r_0^2}{2} (\Psi_{00}^2(r_0) - \Psi_{10}^2(r_0)), \quad (6)$$

а функция  $\theta(r)$  представляет собой единичную ступенчатую функцию

$$\theta(r) = \begin{cases} 1, & r > 0, \\ 0, & r < 0. \end{cases}$$

Интеграл  $\int_0^R \Psi_{10}^2 r dr$  получается из (5) заменой  $r_0$  на  $R$ , с учетом соотношения  $\Psi_{00}(R) = 0$ :

$$\int_0^R \Psi_{10}^2 r dr = \delta_p r_p \frac{\omega_p^2}{\omega^2} + \frac{R^2}{2} \Psi_{10}^2(R) - \frac{r_p^2}{2} (\Psi_{10}^2(r_p + 0) - \Psi_{10}^2(r_p - 0)). \quad (7)$$

Выражение для отношения потоков энергии (4) при подстановке (5) – (7) довольно громоздко. В пределе  $k_z \rightarrow \infty$  приближенные выражения для дисперсионного уравнения и  $\eta$  имеют вид [4, 5]

$$\omega = \omega_p \left( \frac{k_z \delta_p}{2} \right)^{1/2}, \quad (8)$$

$$\eta = \begin{cases} 1 - \frac{r_0 + r_p}{4r_p} e^{-2k_z(r_0 - r_p)}, & r_0 > r_p, \\ \frac{r_0 + r_p}{4r_p} e^{2k_z(r_0 - r_p)}, & r_0 < r_p. \end{cases} \quad (9)$$

В противоположном длинноволновом пределе вместо (8), (9) имеем следующие соотношения:

$$\omega = k_z c \left( 1 + \frac{c^2}{\delta_p r_p \omega_p^2 \ln R / r_p} \right)^{-1/2}, \quad (10)$$

$$\eta = \begin{cases} 1 - \frac{\ln r_0 / R}{\ln r_p / R} + O\left(\frac{\omega^2}{\omega_p^2}\right), & r_0 > r_p, \\ \frac{1}{16} \frac{\omega^4}{\omega_p^4} \frac{r_0^2 (2r_p^2 - r_0^2)}{\delta_p^2 r_p^2 \ln R / r_p}, & r_0 < r_p. \end{cases} \quad (11)$$

В формуле (11) для случая  $r_0 > r_p$  учтены только члены нулевого порядка малости по  $\kappa^2$ .

Следует ожидать хорошего совпадения при больших  $k_z$  отношения потоков (4) (и асимптотического выражения (9)) с точным коэффициентом отражения плазменной волны  $\kappa^2$  (по мощности), полученным в [3]. Наоборот, в пределе малых  $k_z$  отношение потоков (11) в качестве приближения  $\kappa^2$  использовать не вполне корректно.

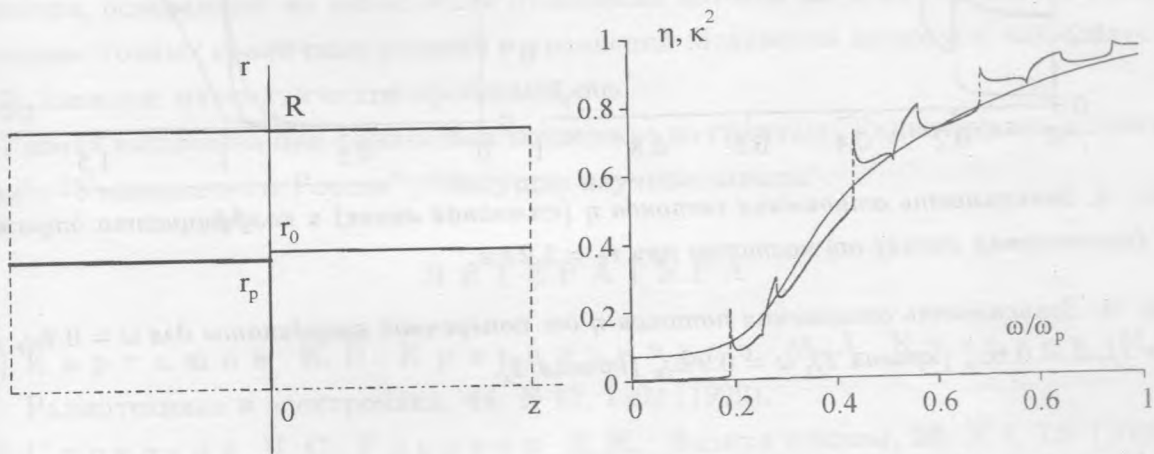


Рис. 1. Волновод с тонкой трубчатой плазмой радиуса  $r_p$  (слева), переходящий в вакуумный волновод с коаксиальным стержнем радиуса  $r_0$  внутри (справа).

Рис. 2. Зависимость отношения потоков  $\eta$  (сплошная линия) и коэффициента отражения  $\kappa^2$  (пунктирная линия) от частоты при  $r_0 = 1.05$  см.

Зададим конкретные параметры системы [2]: радиус волновода  $R = 2$  см, средний радиус плазмы  $r_p = 1$  см, толщина плазмы  $\delta_p = 0.1$  см, радиус коллектора  $r_0 = 1.05$  см, плазменная частота  $\omega_p = 35 \cdot 10^{10}$  рад/с. На рис. 2 представлены результаты расчета: сплошная кривая соответствует отношению потоков энергии  $\eta$  (4), а пунктирная – коэффициенту отражения  $\kappa^2$  по мощности, рассчитанному на основе точных граничных условий [3]. Видно, что обе кривые, особенно в области высоких частот, достаточно хорошо совпадают. Параметры системы выбраны таким образом, что длины возбуждаемых волн при высоких частотах оказываются малыми по сравнению с характерными геометрическими размерами  $r_0, R - r_0$ . При увеличении плазменной частоты отношение потоков (сплошная кривая), как видно из формул (1) – (7), не изменяется, кривая соответствующая точному коэффициенту отражения, ложится ближе к сплошной линии. Всплески на пунктирной кривой возникают при приближении частоты  $\omega$  к частотам отсечки плазменного и коаксиального волноводов.

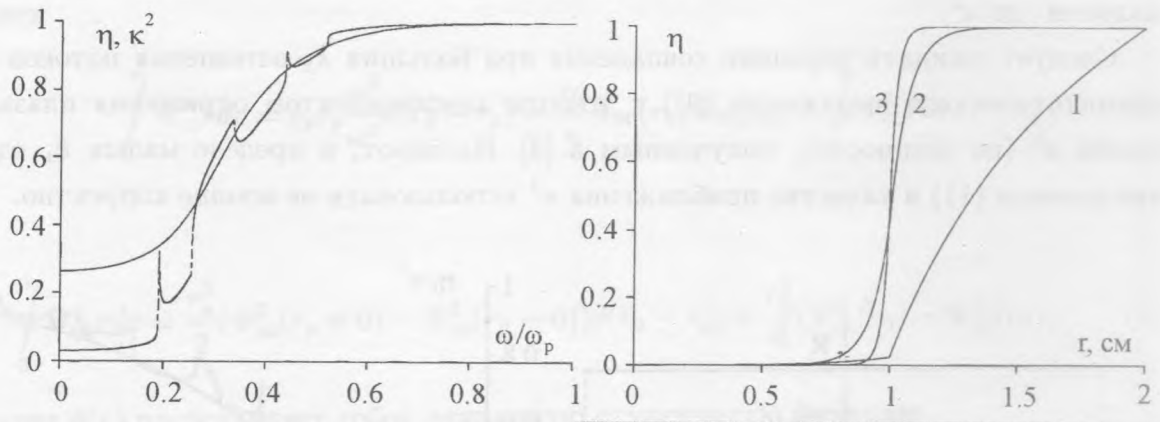


Рис. 3. Зависимость отношения потоков  $\eta$  (сплошная линия) и коэффициента отражения  $\kappa^2$  (пунктирная линия) от частоты при  $r_0 = 1.2$  см.

Рис. 4. Зависимость отношения потоков  $\eta$  от поперечной координаты для  $\omega = 0.2\omega_p$  (кривая 1),  $\omega = 0.6\omega_p$  (кривая 2),  $\omega = 0.99\omega_p$  (кривая 3).

Увеличим теперь  $r_0$  до 1.2 см, остальные параметры оставим без изменения. Кривые для  $\kappa^2$  и  $\eta$  при новых значениях параметров приведены на рис. 3. Сплошная кривая, аналогично рис. 2, демонстрирует зависимость  $\eta$  от  $\omega/\omega_p$ , а пунктирная – коэффициент отражения  $\kappa^2$ . Увеличение  $r_0$  до 1.2 см при неизменных остальных параметрах, не приводит к нарушению условия применимости коротковолнового приближения, поэтому в широкой области частот наблюдается хорошее совпадение коэффициента отражения  $\kappa^2$  и отношения потоков  $\eta$ . Наоборот, при малых  $k_z$  расхождение между  $\kappa^2$  и отношением потоков  $\eta$  значительно. Причем это расхождение увеличивается, как видно из сравнения рис. 2 и 3, при приближении радиуса коллектора к значению  $R$ .

Возрастание кривых с увеличением частоты на рис. 3 имеет более резкий характер по сравнению с рис. 2. Это является следствием сильной зависимости поля кабельной плазменной волны от поперечной координаты при высоких частотах. На рис. 4 для трех различных частот приведена зависимость отношения потоков  $\eta$  от поперечной координаты  $r$ . Кривая 1 соответствует низкой частоте  $\omega/\omega_p = 0.2$  и характеризуется самым медленным нарастанием. При увеличении частоты до  $\omega/\omega_p = 0.6$  (кривая 2) возрастание  $\eta$  вблизи плазмы  $r_p = 1$  см становится существенно более резким. Кривая 3 соответствует  $\omega/\omega_p = 0.99$  и вблизи  $r_p$  еще более сильно зависит от  $r$ . Кривые на рис. 4 для высоких частот (кривая 2 и кривая 3) находятся в хорошем согласии с

асимптотической формулой (9) и показывают, что основная часть энергии плазменной поверхностной волны в коротковолновом пределе сосредоточена в малой области около плазменной трубки, что и объясняет более резкое возрастание коэффициента отражения при увеличении радиуса коллектора  $r_0$  при постоянных других параметрах системы.

Можно сделать вывод, что в области достаточно высоких частот применим простой метод расчета коэффициента отражения от излучающего рупора плазменного СВЧ генератора, основанный на вычислении отношения потоков энергии (4). Вычисления же на основе точных граничных условий и уравнений Максвелла являются, как следует из [1, 3], сложной математической проблемой.

Работа выполнена при финансовой поддержке по грантам "Радиотехника и электроника", "Университеты России", "Ведущие научные школы".

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Карташов И. Н., Красильников М. А., Кузелев М. В. Радиотехника и электроника, **44**, N 12, 1502 (1999).
- [2] Стрелков П. С., Ульянов Д. К. Физика плазмы, **26**, N 4, 329 (2000).
- [3] Карташов И. Н., Красильников М. А. Радиотехника и электроника, **45**, N 7, 799 (2000).
- [4] Кузелев М. В., Рухадзе А. А. Электродинамика плотных электронных пучков в плазме. М., Наука, 1990.
- [5] Биро М., Красильников М. А., Кузелев М. В., Рухадзе А. А. Успехи физических наук, **167**, N 10, 1025 (1997).