Краткие сообщения по физике № 5-1990 г.

УДК 535.36

САМОИСКРИВЛЕНИЕ СВЕТОВОГО ПУЧКА В ФОТОРЕФРАКТИВНОМ КРИСТАЛЛЕ

А.А. Есаян, А.А. Зозуля, В.Т. Тихончук

Найдены самосогласованные нелинейные решения, описывающие распространение гауссова светового пучка в фоторефрактивной среде.

Распространение светового пучка в фоторефрактивном кристалле сопровождается искривлением его траектории /1, 2/. В работе /2/ этот эффект использован для создания устройств для взаимного обращения волновых фронтов двух некогерентных световых пучков. В настоящей работе рассмотрена аналитическая модель эффекта самоискривления светового пучка в одноосной нелинейной среде и найдено самосогласованное распределение интенсивности, которое не изменяется при распространении пучка в фоторефрактивном кристалле. Численные расчеты самоискривления пучка проведены в /3/.

Сущность явления самоискривления, согласно /1/, состоит в том, что при распространении светового пучка с неоднородным распределением интенсивности из-за фоторефрактивного эффекта в кристалле возникает электрическое поле, которое изменяет показатель преломления кристалла. Благодаря неоднородности показателя преломления происходит искривление траектории светового пучка.

При неоднородном освещении одноосного фоторефрактивного кристалла происходит миграция носителей заряда из более освещенной области в менее освещенную. В результате этого в кристалле возникает электрическое поле

$$\vec{\mathcal{E}} = (\kappa\ T/e)\, \nabla \ln I, \tag{1}$$

пропорциональное градиенту неоднородности интенсивности света I /4/. В формуле (1) e - заряд электрона, κ — постоянная Больцмана, T — температура кристалла. Под действием поля $\vec{\mathcal{E}}$ тензор диэлектрической проницаемости кристалла изменяется: $\epsilon_{ij} = \epsilon^{L}_{ij} + R_{ijk}\mathcal{E}_k$, где R_{ijk} — электрооптический тензор. Тензор ϵ_{ij} имеет шесть независимых компонент, поэтому в кристаллооптике вместо тензора третьего ранга R_{ijk} обычно используют матрицу второго ранга $R_{\mu k}$ размером 6 $\times$ 3 /5/. Для одноосного кристалла $BaTiO_3$ основную роль играют два электрооптических коэффициента R_{13} и R_{42}, характеризующие соответственно изменения показателей преломления обыкновенной и необыкновенной волн /1/:

$$\delta n_{o(e)} = - n_{o(e)}\, b_{o(e)}(\theta)\, (\mathbf{t} \nabla \ln I\ ), \tag{2}$$

где $b_0 = n_0^3 R_{13}\ (\kappa T/2e) \sin\theta$, $b_e = n_0^2\ n_e\ R_{42}\ \kappa T \cos^2\theta \sin\theta / e\, n(\theta)$; θ — угол между направлением распространения волны и осью **c**, **c** — единичный вектор вдоль оси анизотропии кристалла, **t** — единичный вектор перпендикулярный направлению распространения волны $\mathbf{k}_0$, лежащий в одной плоскости с векторами **c** и $\mathbf{k}_0$, $n_{o(e)}$ — линейный показатель преломления обыкновенной (необыкновенной) волны, $n(\theta) = (n_e^2 \sin^2\theta + n_0^2 \cos^2\theta)^{1/2}$.

Рассмотрим распространение светового пучка в среде с нелинейностью вида (2). Искривление траектории происходит в плоскости, образованной осью **c** и начальным направлением распространения $\mathbf{k}_0$. Поэтому ограничимся двумерной задачей; ось x направим вдоль волнового вектора $\mathbf{k}_0$, ось y — перпендикулярно ей. Тогда для медленно меняющейся амплитуды обыкновенной волны ($E_z = A \exp(ik_0 x)$) имеем параболическое уравнение

$$2ik_0 \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} = -\, 2 \cdot k_0^2 \cdot d \cdot A, \tag{3}$$

где $d = d_0 = \delta n_0/n_0$. Имея в виду малость отклонения траектории пучка, уравнение (3) можно использовать и для описания пучка необыкновенной поляризации. При этом A характеризует амплитуду магнитного поля ($B_z = A\exp(ik_0 x)$), координаты x и y следует перенормировать $x \to xn_0/n_e$, $y \to yn_e/n_0$, а коэффициент нелинейности дается выражением $d = d_e = (\delta n_0/n_0)\cos^2\theta + (\delta n_e/n_e)\sin^2\theta$.

Представим (3) в виде двух уравнений для интенсивности $I = |A|^2$ пучка и фазы (эйконала) $\psi = k_0^{-1}\arg A$

$$2\frac{\partial\psi}{\partial x} + \left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)^2 = 2d(I) + (k_0^2\sqrt{I})^{-1}\,\partial^2\sqrt{I}/\partial y^2, \qquad (4)$$

$$\frac{\partial I}{\partial x} + \frac{\partial I}{\partial y}\frac{\partial\psi}{\partial y} + I\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} = 0.$$

Одним из решений (4) в линейной среде ($d = 0$) является автомодельная сферическая волна /6/: $\psi = \psi_L(x, y) = (y^2/2)\beta(x) + \delta(x)$; $I = I_L(x, y) = I_0 a^{-1}(x) F(y/a(x))$, где a – радиус пучка, β – кривизна волнового фронта, δ – набег фазы на оси пучка. Будем искать нелинейные решения (4), которые описывали бы самоискривление пучка в целом без искажения его формы. Простейшим обобщением приведенного выше линейного решения является следующее:

$$\psi = (y^2/2)\beta(x) + y\,\alpha(x) + \delta(x), \qquad (5)$$

$$I = I_0 a^{-1}(x) F[(y - g(x))/a(x)],$$

где α – угол отклонения траектории пучка от исходного направления, $g(x)$ – траектория "центра тяжести" пучка. Подставляя (5) в уравнения (4) и приравнивая члены при одинаковых степенях y, убеждаемся, что выражения (5) являются точным решением, если пучок имеет гауссов профиль $F(\xi) = \exp(-\xi^2)$. При этом получаем следующую систему уравнений:

$$a'' = 1/k_0^2 a^3,\quad \beta = a'/a,\quad \alpha = g' - \beta g,\quad g'' = 2v/a^2, \qquad (6)$$

где для обыкновенной волны $v = b_0(\theta)$, для необыкновенной волны $v = b_0\cos^2\theta + b_e\sin^2\theta$. Уравнение для δ не приведено, т.к. δ не влияет на кривизну траектории.

Решение системы (6) с граничными условиями $a(x = 0) = a_0$, $\beta(x = 0) = -r_0^{-1} < 0$, $g(x = 0) = 0$, $\alpha(x = 0) = 0$ имеет вид:

$$\frac{a^2(x)}{a_0^2} = \frac{\gamma^2 + (1 - x/l_0)^2}{\gamma^2 + 1};\quad \beta(x) = -\frac{1}{r_0}\left(1 - \frac{x}{l_0}\right)\frac{\gamma^2 + 1}{\gamma^2 + (1 - x/l_0)^2};$$

$$\alpha(x) = \frac{2v\,r_0}{a_0^2}\,\frac{\gamma}{\gamma^2 + (1 - x/l_0)^2}\left[\operatorname{arc\,tg}\frac{\gamma x/l_0}{\gamma^2 + (1 - x/l_0)^2} + \frac{1 - x/l_0}{2\gamma}\ln\frac{\gamma^2 + 1}{\gamma^2 + (1 - x/l_0)^2}\right]; \qquad (7)$$

$$g(x) = 2vk_0 l_0\left(\frac{x}{l_0} - 1\right)\operatorname{arc\,tg}\frac{\gamma x/l_0}{\gamma^2 + (1 - x/l_0)^2} + \frac{v r_0^2}{a_0^2(1 + \gamma^2)}\ln\frac{\gamma^2 + 1}{\gamma^2 + (1 - x/l_0)^2},$$

где $\gamma = r_0/k_0 a_0^2$, $l_0 = r_0/(1 + \gamma^2)$.

Угол поворота пучка α пропорционален коэффициенту нелинейности $v(\theta)$, который обращается в нуль при $\theta = 0$. Поэтому в бесконечной среде пучок будет изгибаться до тех пор, пока не станет параллельным оси c. Для фоторефрактивных кристаллов (например, $BaTiO_2$) отношение R_{42}/R_{13} составляет ~ 100, т.е. эффект самоискривления должен быть наиболее заметным для необыкновенной волны.

В пределе геометрической оптики ($k_0 \to \infty$, $\gamma \to 0$) для сходящегося пучка из (7) следуют формулы ($0 < x < l_0$):

$$a(x) \approx a_0(1 - x/l_0);\qquad \beta(x) = -[r_0(1 - x/l_0)]^{-1};\qquad \alpha(x) \approx \frac{2v\,r_0}{a_0^2}\ln\frac{1}{1 - x/l_0}. \qquad (8)$$

Характерный угол отклонения пучка $a \sim 2r_0 v/a_0^2$ для типичного фоторефрактивного кристалла $BaTiO_2$ ($b_e \sim 2 \cdot 10^{-8}$ см) при $a_0 = 0{,}1$ мм, $r_0 = 10$ см составляет порядка $4 \cdot 10^{-3}$ рад, а смещение луча ~ 0,4 мм на длине в несколько сантиметров.

Формулы (8) требуют уточнения вблизи точки фокуса $x = l_0$, однако порядок величины они дают правильный. Так, например, угол поворота пучка в точке фокуса согласно точной формуле (7) $a(l_0) = 2k_0 v \operatorname{arc\,tg}(\gamma^{-1})$, что составляет $\sim 10^{-3}$ рад для приведенного выше примера.

В работе /3/ на основании численного исследования самоискривления светового пучка в фоторефрактивном кристалле утверждается, что данный эффект не может объяснить наблюдаемые в экспериментах /1, 2/ углы отклонения пучка. В качестве возможной физической причины наблюдаемого искривления предложено широкоугловое вынужденное рассеяние – фэннинг. Фэннинг, по-видимому, может быть причиной самоискривления пучков с диаметром более нескольких миллиметров, когда длина усиления для рассеянных волн достаточно велика. Однако полученное в настоящей работе точное нелинейное решение показывает, что фоторефрактивный эффект также может приводить к заметному искривлению траектории светового пучка, если его диаметр достаточно мал и составляет доли миллиметра. При этом фэннинг подавлен из-за малой длины усиления, а фоторефрактивный эффект приводит к смещению пучка на величину порядка его диаметра на длине в несколько сантиметров.

ЛИТЕРАТУРА

1. Feinberg J. J. Opt. Soc. Am., **72**, 46 (1982).
2. Ewbank M. D. Opt. Lett, **13**, 47 (1988).
3. Moor T. R. Ph. D. Thesis, Naval Postgraduate School, Monterey, California, 1987.
4. Hall T. J. et al. Prog. Quant. Electr, **10**, 77 (1985).
5. Ярив А. Квантовая электроника, 1980, "Сов. радио".
6. Виноградова М. Б. и др. Теория волн, Наука, 1979.

Поступила в редакцию 6 марта 1990 г.