Краткие сообщения по физике № 7-1990 г.

УДК 539.12

ВОЛНОВАЯ ФУНКЦИЯ ПИОНА И РАСПАД $\pi^0 \to \gamma\gamma$

А.А. Пивоваров

Ширина распада $\pi^0 \to \gamma\gamma$ вычислена с помощью волновой функции пиона, найденной методом правил сумм КХД. Воспроизведен результат, полученнный ранее с использованием аномалии в аксиальном токе.

Решение проблемы распада нейтрального пиона на два фотона /1/ привело к возникновению нового понятия квантовой теории поля — понятия квантовой аномалии, играющего важную роль в современной физике частиц. С этим распадом связана простейшая аномалия — треугольная абелева аномалия в аксиальном токе, или аномалия Адлера — Белла — Джекива /2, 3/. Результат для ширины распада пиона по двухфотонному каналу, найденный с помощью вклада аномалии в аксиальном токе, прекрасно согласуется с экспериментом и является одним из доводов в пользу существования трех цветов кварков.

В настоящей работе предложен другой способ определения матричного элемента распада нейтрального пиона на два фотона, который в ведущем порядке воспроизводит вклад аномалии, а также допускает регулярное вычисление поправок к лидирующему вкладу. В ведущем порядке способ заключается в использовании двухкварковой волновой функции пиона, найденной в рамках кварковой хромодинамики с помощью метода правил сумм при конечных энергиях. Полученная волновая функция зависит только от одного параметра — константы распада пиона F_π = 93 МэВ и позволяет найти матричный элемент распада на массовой поверхности пиона.

Волновая функция нейтрального пиона определяется нелокальным матричным элементом вида

$$\langle 0 | \bar{q}\,(0)\,(\sigma^3/2)\,P\,(0, x)\,\gamma_\mu\gamma_5 q\,(x) | \pi^0\,(p) \rangle = iF_\pi \Phi_\mu\,(px, x^2)\,, \qquad (1)$$

где σ^3 — матрица Паули, $q^T = (u, d)$. Символ $P\,(0, x) = P\exp\,(ig\int B^\mu(\xi)\,d\xi_\mu)$ обозначает упорядоченную вдоль контура экспоненту, интегрирование ведется вдоль прямой линии, соединяющей точки 0 и x; g — константа сильной связи, $B_\mu = B^a_\mu t^a$ — потенциал глюонного поля, t^a — генератор фундаментального представления группы цвета.

Функция $\Phi_\mu\,(u, v)$ содержит две тензорные структуры и определяется двумя скалярными величинами A и B: $\Phi_\mu\,(u, v) = p_\mu A\,(u, v) + x_\mu B\,(u, v)$. Из представления (1) следует калибровочная инвариантность функции $\Phi_\mu\,(u, v)$, поэтому для ее вычисления годится любая калибровка глюонного поля. Наиболее удобной в данном случае является калибровка Фока—Швингера, или калибровка фиксированной точки $x_\mu B^\mu\,(x) = 0$. В этой специальной калибровке $P\,(0, x) = 1$. Для определения функции $\Phi_\mu\,(u, v)$ используется метод правил сумм КХД при конечных энергиях. Применение метода лишь слегка обобщает обычный подход для корреляторов локальных токов /5, 6/ и состоит в следующем /4/.

Коррелятор

$$T_{\mu\nu}\,(px, x^2, p^2) = i\int \langle 0 | T\bar{q}(0)\,(\sigma^3/2)\,\gamma_\mu\gamma_5 q\,(x)\,A^3_\nu(y) | 0 \rangle\, e^{-ipx} dy$$

имеет дисперсионное представление вида

$$T^{\mu\nu}\,(u, v, p) = \int \frac{\sigma^{\mu\nu}\,(u, v, s)\,ds}{s - p^2 - i0}\,,$$

причем возможные вычитательные члены в этой формуле опущены. Насыщая спектральную плотность $\sigma^{\mu\nu}(u, v, s)$ вкладом пиона, получаем представление для волновой функции $\Phi_\mu(u, v)$ в рамках метода конечноэнергетических правил сумм вида

$$F_\pi^2 p^\nu \Phi^\mu(u, v) = \int_0^{S_0} \sigma^{\mu\nu}(u, v, s)\, ds,$$

где оставлены только тензорные структуры, дающие вклад в волновую функцию. Ограничиваясь ведущим приближением для спектральной плотности $\sigma^{\mu\nu}$ (u, v, s), получаем для скалярной компоненты A(u, v) волновой функции Φ_μ (u, v) выражение /4/

$$F_\pi^2 A = (3/8\pi^2)(S_0/R^2)(\sin R/R - \cos R)e^{-ipx/2}, \tag{2}$$

где $R = 1/2((px)^2 - S_0 x^2)^{1/2}$. Выражение для амплитуды B(u, v) в дальнейшем не понадобится и потому здесь не приводится. Параметр S_0, являющийся единственным свободным параметром в определении волновой функции, фиксируется условием нормировки A(0, 0) = 1 и равен $S_0 = 8\pi^2 F_\pi^2$. Массы кварков в этом вычислении приняты равными нулю.

Волновая функция (2) позволяет вычислять некоторые матричные элементы с пионом на массовой оболочке, одним из которых и описывается распад $\pi^0 \to \gamma\gamma$.

Матричный элемент M(k, q) распада пиона $\langle \gamma(k)\gamma(q)|\pi^0(p)\rangle = i(2\pi)^4 \delta(k + q - p) M(k, q)$, где $p^2 = m_\pi^2$, $k^2 = q^2 = 0$, может быть переписан в виде

$$M(k, q) = \overset{*}{\epsilon}{}^\mu(q)\, \overset{*}{\epsilon}{}^\nu(k) e^2\, T_{\mu\nu}(k, q), \quad T_{\mu\nu}(k, q) = i \int \langle 0|TJ_\mu(x)J_\nu(0)|\pi^0(p)\rangle\, e^{iqx} dx.$$

Здесь $J_\mu = \bar{q}\gamma_\mu Q q$ — электромагнитный ток; Q = diag (2/3, –1/3) — зарядовая матрица u-, d-кварков. Раскладывая T-произведение токов в ряд при $x^2 \to 0$ и сохраняя только ведущий член разложения, получаем для амплитуды $T_{\mu\nu}$ представление вида:

$$T^{\mu\nu}(k, q) = i\epsilon^{\mu\rho\nu\lambda} \int dx \langle 0|\bar{q}(0)\gamma_\lambda\gamma_5 Q^2 q(x)|\pi^0(p)\rangle x^\rho \Phi(x^2)(e^{ikx} - e^{iqx}).$$

В этой формуле использовано представление для пропагатора свободного безмассового фермиона $S(x) = \gamma_\mu x^\mu \Phi(x^2)$, $\Phi(x^2) = -1/2\pi^2 x^4$. После разложения матрицы Q^2 по базису E и σ^3 (E — единичная матрица) $Q^2 = (5/18)E + (1/6)\sigma^3$, окончательно получаем представление для коррелятора $T_{\mu\nu}(k, q)$ в виде:

$$T^{\mu\nu}(k, q) = (1/3) F_\pi \epsilon^{\mu\nu\rho\lambda} p_\lambda \int dx x_\rho \Phi(x^2) A(px, x^2)(e^{ikx} - e^{iqx}). \tag{3}$$

Вычисляя интеграл в формуле (3) с использованием выражения (2) для волновой функции и ограничиваясь ведущим вкладом по $1/S_0$, что оправдано в силу малости кинематических переменных ($k^2 = q^2 = 0$, $p^2 = m_\pi^2 \ll S_0 = 8\pi^2 F_\pi^2$), получаем

$$T_{\mu\nu} = \epsilon^{\mu\nu\rho\lambda} k^\rho q^\lambda 1/4\pi^2 F_\pi, \tag{4}$$

что совпадает с вкладом аномалии.

Поправки к результату (4) возникают из нескольких источников: 1) учет в разложении амплитуды менее сингулярных членов при $x^2 \to 0$, что ведет к вкладу в амплитуду не только двухкварковой компоненты полной волновой функции пиона, но и многочастичных компонент, таких как, например, кварк-кварк-глюонная компонента; 2) уточнение вида двухкварковой волновой функции, что может быть достигнуто вычислением в рамках метода правил сумм поправок теории возмущений по константе сильной связи α_s, а также поправок непертурбативного типа, связанных с вакуумными конденсатами различных операторов. Теоретически оценить величину таких поправок весьма сложно технически, сравнение же с экспериментом результата ведущего приближения свидетельствует в пользу их малости.

В заключение сформулируем еще раз основной результат работы. Предложен новый метод вычисления ширины распада $\pi^0 \to \gamma\gamma$ с помощью волновой функции пиона, найденной на основе использования метода правил сумм квантовой хромодинамики. В ведущем порядке метод точно воспроизводит результат вычислений с использованием треугольной аномалии в аксиальном токе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Schwinger J. Phys. Rev., **82**, 664 (1951).
2. Adler S. Phys. Rev., **177**, 2426 (1969).
3. Bell J. S., Jackiw R. Nuovo Cim., **A60**, 47 (1969).
4. Pivovarov A. Phys. Lett., **B236**, 214 (1990).
5. Chetyrkin K. G. et al. Phys. Lett., **B76**, 83 (1978).
6. Krasnikov N. V. et al. Z. Phys, **C19**, 301 (1983).

Институт ядерных исследований АН СССР

Поступила в редакцию 12 марта 1990 г.
После переработки 4 апреля 1990 г.