

УДК 533.95

ЭФФЕКТ ГРУППИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ ПРИ УСКОРЕНИИ В КИЛЬВАТЕРНОЙ ПЛАЗМЕННОЙ ВОЛНЕ

Н. Е. Андреев, С. В. Кузнецов

Исследован процесс группирования электронов в кильватерной волне. Получены аналитические формулы, описывающие сжатие электронного сгустка, и выявлены условия реализации эффекта сильного группирования электронов. Результаты численного моделирования ускорения электронов подтверждают основные изученные закономерности.

Изучение процесса ускорения электронов в кильватерной волне пространственного заряда приобретает все больший интерес в связи с недавними успешными экспериментами по генерации сверхсильных ускоряющих полей ($\sim 100 \text{ ГэВ/м}$), создаваемых в плазме мощными короткими лазерными импульсами [1 – 5]. Для многих приложений (см., например, [6] и цитируемую там литературу) важной характеристикой ускоренных электронов является размер их сгустка (т.е. длительность электронного импульса). Поскольку в процессе ускорения в неоднородном поле кильватерной волны может проявляться эффект группирования электронов в пространстве, а также в распределении по энергиям [7, 8], лазерное ускорение в кильватерной волне открывает интересную возможность создания сверхкоротких сгустков релятивистских электронов [9, 10].

В настоящем сообщении исследуются основные закономерности группирования электронного сгустка конечной длины и предложена схема многократного сжатия электронного пучка и формирования последовательности сфазированных плотных коротких сгустков электронов, когда начальная длина пучка превышает длину плазменной волны.

Рассматривая процесс продольного сжатия сгустка электронов в направлении их ускорения, т.е. в направлении фазовой скорости волны V_{ph} (вдоль оси OZ), ограничимся сначала одномерным случаем, когда потенциал волны $\phi(\xi)$ зависит только от

сопутствующей переменной $\xi = k_p(z - V_{ph}t)$, где $k_p = \omega_p/c$, $\omega_p = \sqrt{4\pi e^2 n_e/m_e}$ – ленгмюровская частота электронов плазмы, и фазовая скорость волны близка к скорости света ($V_{ph} \approx c$), как это имеет место для кильватерного поля, возбуждаемого лазерным импульсом в разреженной плазме ($\omega_0 \gg \omega_p$, ω_0 – частота лазерного излучения).

Физический механизм сжатия пучка обусловлен продольной неоднородностью силы $F_z = |e|\partial\phi/\partial z$, когда на ускоряемые электроны в передней части сгустка действует сила, меньшая, чем на электроны в задней части. Поэтому наиболее сильно эффект группирования будет проявляться для электронов, проходящих область наибольшего отрицательного градиента силы (где $\partial^2\phi/\partial z^2 < 0$), т.е. окрестность максимума потенциала $\phi(\xi)$. Для моноэнергетического однородного сгустка электронов, инжектированного в окрестность максимума потенциала $[\xi_m - \Delta\xi_0, \xi_m]$, где $\phi(\xi_m) = \phi_{max}$, $\Delta\xi_0 = k_p L_{b0}$ – начальная безразмерная длина сгустка ($\Delta\xi_0 < 1$), в результате интегрирования уравнений движения электронов в потенциальном поле волны [7] находим изменение его длины L_b по мере ускорения (движения относительно волны по координате ξ):

$$\frac{L_b(\xi)}{L_{b0}} = \frac{E_{inj} p'(\xi)}{E(\xi) p'_{inj}} + \frac{|e|\gamma^2 p'(\xi)}{2mcE(\xi)} I(\xi) \left| \frac{\partial^2 \phi(\xi_m)}{\partial \xi^2} \right| k_p L_{b0} \equiv \alpha_1(\xi) + \alpha_2(\xi) k_p L_{b0}. \quad (1)$$

Здесь E_{inj} – начальная энергия инжектированных электронов и $E(\xi)$ – текущая энергия в лабораторной системе координат того электрона, который в начальный момент времени был инжектирован в точку максимума потенциала ξ_m кильватерной волны, $p'(\xi)$ – его импульс в системе координат, связанной с волной, p'_{inj} – начальный импульс электрона в системе координат волны, $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2} = \omega_p/\omega_0$ – гамма-фактор, определяемый фазовой скоростью волны $\beta = V_{ph}/c$, $I(\xi)$ – интеграл вдоль траектории движения

$$I(\xi) = \int_{\xi_m}^{\xi} d\eta \left\{ \left[E'_{inj} + |e|\gamma(\phi(\eta) - \phi(\xi_m)) \right]^2 / (mc^2)^2 - 1 \right\}^{-3/2},$$

где E'_{inj} – начальная энергия электронов в системе координат волны. Предполагается, что энергия инжекции меньше резонансной $E_{inj} < \gamma mc^2$ (т.е. электроны в системе координат волны движутся в области $\xi < \xi_m$).

Важным следствием формулы (1) является резкое уменьшение длины сгустка в окрестности точки поворота движения электронов относительно волны ξ_{tr} (их захвата), когда $p'(\xi)$ и, следовательно, $\alpha_1(\xi)$ стремятся к нулю. При этом минимальная длина сгустка определяется только его начальной длиной и формой потенциала волны в

точках максимума и захвата электронов:

$$L_b = \alpha_2(\xi_{tr}) k_p L_{b0}^2 = \frac{k_p L_{b0}^2}{2} \frac{|\partial^2 \phi(\xi_m) / \partial \xi^2|}{\partial \phi(\xi_{tr}) / \partial \xi}. \quad (2)$$

В частности, для потенциала линейной гармонической волны вида $\phi(\xi) = -\phi_0 \cos(\xi)$ с максимумом в точке $\xi_m = \pi$ максимальное сжатие сгустка согласно (2) достигается при захвате электронов в точке $\xi_{tr} = \pi/2$, когда его минимальная длина

$$L_b = k_p L_{b0}^2 / 2. \quad (3)$$

Отметим, что в однородной плазме, как и в широком (по сравнению с k_p^{-1}) плазменном канале, трехмерная структура линейной кильватерной волны такова [11, 12], что точка поворота $\xi_{tr} = \pi/2$ соответствует началу области фазы волны $\xi \in [\pi/2, 3\pi/2]$, в которой радиальные силы кильватерной волны являются фокусирующими (что необходимо для устойчивого ускорения электронов в реальной трехмерной геометрии).

Соотношение (3) показывает, что для эффективного сжатия начальная длина электронного сгустка не должна превышать скин-длины k_p^{-1} , причем степень сжатия (L_{b0}/L_b) увеличивается с уменьшением начальной длины сгустка и не зависит непосредственно от амплитуды и фазовой скорости кильватерной волны (при выполнении, разумеется, условия захвата инжектированных электронов).

Для того, чтобы электроны с начальной энергией E_{inj} (инжектированные в окрестности максимума потенциала ϕ_{max}) были захвачены в заданной точке ξ_{tr} кильватерной волны, перепад потенциала должен удовлетворять условию:

$$e|\phi_{max} - \phi(\xi_{tr})| = E_{inj} - [(1 - \gamma^{-2})(E_{inj}^2 - m^2 c^4)]^{1/2} - mc^2/\gamma. \quad (4)$$

При этом для устойчивого сжатия электронного сгустка (с учетом его поперечного движения) точку захвата следует выбирать так, чтобы вся область движения электронов относительно волны в продольном направлении $\xi \in [\xi_{tr}, \xi_m]$ находилась в фокусирующей фазе.

На рис. 1 в соответствии с формулой (4) изображена зависимость амплитуды потенциала линейной гармонической волны ϕ_0 от энергии инжекции электронов при $\xi_{tr} = \pi/2$ для различных значений $\gamma = 15; 50; 100$. Из графика видно, что с ростом фазовой скорости волны и уменьшением энергии инжектируемого пучка для осуществления его захвата необходима кильватерная волна с большей амплитудой. Однако для реально существующих в настоящее время инжекторов с $E_{inj} \approx 10mc^2$ амплитуда кильватерной волны, достаточная для захвата инжектируемого пучка, оказывается относительно

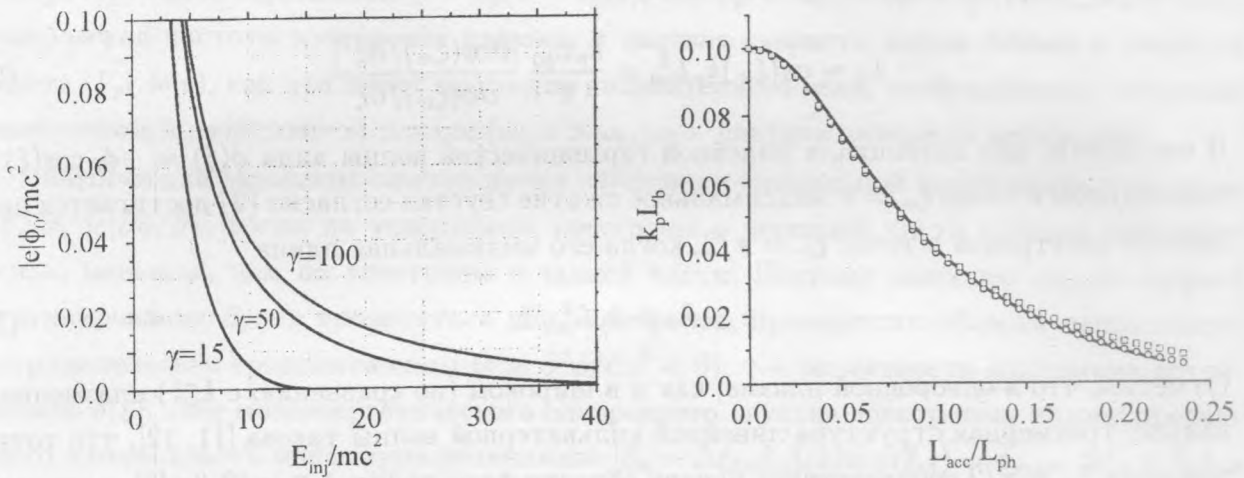


Рис. 1. Зависимость амплитуды потенциала линейной кильватерной волны ϕ_0 , необходимой для захвата электронов на границе фокусирующей фазы при $\xi_{tr} = \pi/2$, от энергии инжекции электронов E_{inj} для значений $\gamma = 15; 50; 100$.

Рис. 2. Изменение длины сгустка по мере увеличения длины ускорения в кильватерной волне с параметрами $\gamma = 50$, $|e|\phi_0/mc^2 = 0.01$ при его инжекции в максимум потенциала с энергией $E_{inj} = 20 mc^2$; сплошная линия - аналитическая формула (1), точечные линии - трехмерное численное моделирование: квадраты - $R_b/R_p = 0.067$, кружки - $R_b/R_p = 0.033$.

небольшой. Например, для пучка с энергией $E_{inj} = 20 mc^2$ при $\gamma = 50$ достаточно использовать кильватерную волну с амплитудой $|e|\phi_0/mc^2 \geq 0.01$.

На рис. 2 показано, как изменяется в процессе захвата длина сгустка электронов (при начальной длине $L_{b0} = 0.1 k_p^{-1}$) в кильватерной волне с $\gamma = 50$ и $|e|\phi_0/mc^2 = 0.01$ по мере увеличения нормированной длины ускорения L_{acc}/L_{ph} , где L_{acc} - длина, пройденная электронным сгустком в лабораторной системе координат, $L_{ph} = 2\pi\gamma^2 k_p^{-1}$ - максимальная длина ускорения (соответствующая прохождению электроном полного перепада потенциала от ϕ_{min} до ϕ_{max}). Сплошная линия показывает аналитический результат, вычисленный по формуле (1), в которой координата ξ посредством решения уравнений движения [7] выражена через L_{acc}/L_{ph} , а точечные кривые демонстрируют результаты трехмерного численного моделирования динамики электронов [8, 13] для двух значений относительной ширины электронного сгустка $R_b/R_p = 0.033$ (кружки) и 0.067 (прямоугольники) при $k_p R_p > 1$, где R_p - характерный размер поперечного распре-

деления потенциала кильватерной волны (которое в данных расчетах предполагалось гауссовым: $\phi(\xi, r) = -\phi_0 \cos(\xi) \exp[-(r/R_p)^2]$). Для электронного сгустка, первоначально достаточно короткого, ($k_p L_{b0} \ll 1$, что является условием применимости формулы (1)), рис. 2 показывает хорошее согласие одномерной аналитической теории (1) с результатами трехмерного численного моделирования при уменьшении относительной ширины пучка электронов во всем диапазоне изменения длины ускорения вплоть до захвата сгустка ($L_{acc}/L_{ph} \approx 0.23$).

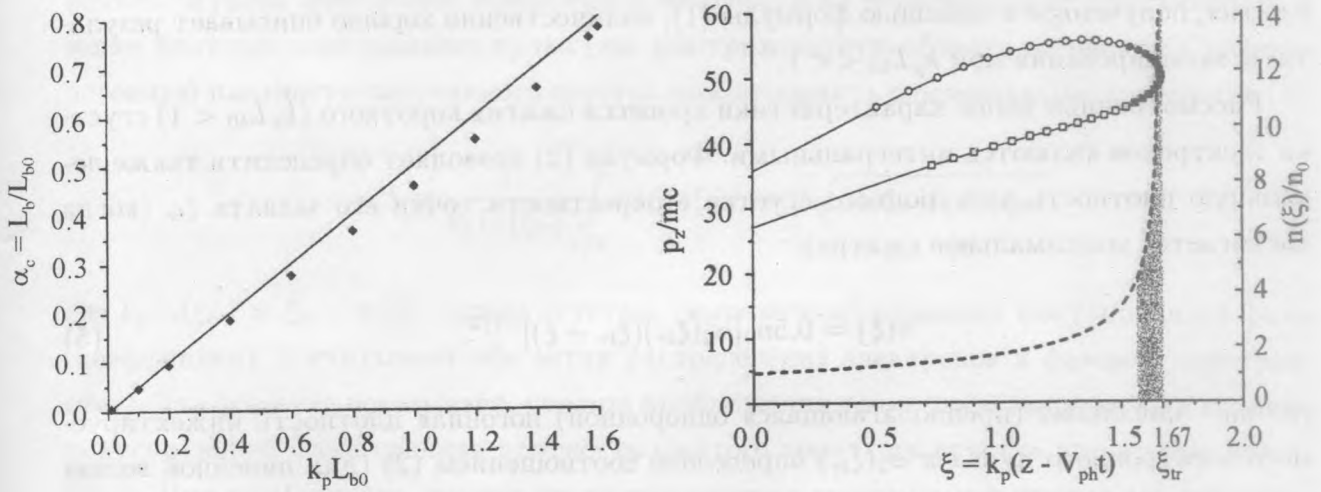


Рис. 3. Коэффициент сжатия электронного сгустка в зависимости от его начальной длины; сплошная линия – аналитическая формула (3), отдельные точки – результаты численного моделирования при длине ускорения $L_{acc}/L_{ph} = 0.234$, отвечающей захвату сгустка при $\xi_{tr} = 1.67 \approx \pi/2$, в кильватерной волне с теми же параметрами, что и на рис. 2, и при той же энергии инжекции электронов.

Рис. 4. Распределение в фазовом пространстве электронов пучка (с начальной длиной, превышающей длину плазменной волны и $E_{inj} = 20 \text{ тс}^2$) в окрестности точки захвата $\xi_{tr} = 1.67$ для тех же параметров кильватерной волны, что и на рис. 2 ($\gamma = 50$, $|e|\phi_0/mc^2 = 0.01$), при $L_{acc}/L_{ph} = 0.234$. Пунктиром изображена плотность электронов согласно формуле (5), заштрихованная область соответствует электронам, "вырезаемы" границей фокусирующей фазы волны.

Следует отметить, что область применимости простых асимптотических формул (2), (3) для минимальной длины электронного сгустка, достигаемой в процессе его сжа-

тия в момент захвата, оказывается шире ограничения $k_p L_{b0} < 1$, предполагавшегося при получении формул (1) и (2). Действительно, как показывает рис. 3, на котором представлена зависимость коэффициента сжатия $\alpha_c = L_b/L_{b0}$ от первоначальной длины электронного сгустка, выражение для $\alpha_c = k_p L_{b0}/2$ (которое следует из формулы (3) и изображено на рисунке сплошной линией) хорошо описывает результаты одномерного численного моделирования в широком диапазоне начальных длин сгустка вплоть до значений $k_p L_{b0} \approx \pi/2$ для $L_{acc}/L_{ph} = 0.234$ (что отвечает захвату при $\xi_{tr} = 1.67 \approx \pi/2$ электрона, первоначально находившегося в точке максимума потенциала $\xi_m = \pi$). Для меньших длин ускорения (т.е. до захвата электронов) выражение для коэффициента сжатия, полученное с помощью формулы (1), количественно хорошо описывает результаты моделирования при $k_p L_{b0} \ll 1$.

Рассмотренные выше характеристики процесса сжатия короткого ($k_p L_{b0} < 1$) сгустка электронов являются интегральными. Формула (2) позволяет определить также локальную плотность электронного сгустка в окрестности точки его захвата ξ_{tr} (когда достигается максимальное сжатие):

$$n(\xi) = 0.5n_0[\alpha_2(\xi_{tr})(\xi_{tr} - \xi)]^{-1/2}, \quad (5)$$

где n_0 – начальная (предполагающаяся однородной) погонная плотность инжектируемого электронного пучка и $\alpha_2(\xi_{tr})$ определено соотношением (2) (для линейной волны $\alpha_2(\xi_{tr} \simeq \pi/2) \simeq 0.5$). Распределение (5), имеющее интегрируемую особенность в точке захвата электронов, инжектированных в область максимума потенциала ξ_m , описывает эффект пространственного группирования первоначально однородного электронного пучка. Этот эффект может быть использован для формирования короткого сгустка электронов с плотностью, превышающей начальную в инжектируемом пучке, и в случае, когда длина инжектированного электронного пучка больше длины плазменной волны.

На рисунке 4 изображена часть фазового пространства (ξ, p_z) изначально однородного моноэнергетического электронного пучка ($E_{inj} = 20 mc^2$) с длиной, превышающей длину плазменной волны, в окрестности точки захвата $\xi_{tr} = 1.67$ для тех же параметров кильватерной волны, что и на рис. 3 ($\gamma = 50$, $|e|\phi_0/mc^2 = 0.01$), при $L_{acc}/L_{ph} = 0.234$. Кружками показаны электроны, которые в момент инъекции занимали область фазы волны $\xi \in [\pi/2, \pi]$, квадратами – область $\xi \in [\pi, 3\pi/2]$, т.е. все отмеченные электроны в начальный момент времени находились в фокусирующей фазе линейной кильватерной волны. Темные кружки и квадраты соответствуют электронам, которые находятся в фокусирующей фазе и в момент захвата. Пунктирная линия на рис. 4 демонстрирует

профиль погонной плотности электронов сгустка $n(\xi)/n_0$ согласно формуле (5) с учетом двух ветвей распределения электронов в фазовом пространстве (что приводит к удвоению численного множителя в распределении (5)).

Электроны, попавшие в дефокусирующую фазу волны, выбрасываются из приосевой области сильного ускоряющего поля и будут потеряны для дальнейшего эффективного ускорения. Поэтому границей фокусирующей фазы осуществляется "вырезание" наиболее сгруппированной части электронного пучка после его сжатия (при $\xi_{tr} \leq \pi/2$). Таким образом, оба эти эффекта – сжатие и "вырезание" – позволяют выделить короткий сгусток электронов повышенной плотности из первоначально протяженного и менее плотного электронного пучка (см. заштрихованную область на рис. 4). Среднюю погонную плотность получаемого сгустка можно оценить с помощью распределения (5):

$$\langle n \rangle \equiv \frac{1}{k_p L_b(\xi_{tr})} \int_{\pi/2}^{\xi_{tr}} n(\xi) d\xi = 2n_0 / \sqrt{\alpha_2(\xi_{tr}) k_p L_b(\xi_{tr})}, \quad (6)$$

где $k_p L_b(\xi_{tr}) = \xi_{tr} - \pi/2$ – длина сгустка, "вырезаемая" границей фокусирующей фазы (коэффициент 2 учитывает обе ветви распределения электронов в фазовом пространстве). Эта формула показывает, что при приближении точки захвата пучка ξ_{tr} к границе фокусирующей фазы средняя плотность сжатого короткого сгустка электронов возрастает. При этом, однако, полное число электронов в сгустке уменьшается как корень из конечной длины сгустка:

$$N \equiv \langle n \rangle L_b(\xi_{tr}) = \frac{\sqrt{2}}{\pi} N_p \sqrt{k_p L_b(\xi_{tr})}, \quad (7)$$

где $N_p = 2\pi k_p^{-1} n_0$ – число электронов исходного пучка, приходящееся на длину плазменной волны. В случае, когда длина исходного инжектированного пучка электронов превышает длину кильватерной волны, рассмотренный механизм сжатия будет приводить к формированию нескольких коротких плотных сгустков электронов на границе каждой фокусирующей фазы волны (в окрестности $\xi = \pi/2 + 2\pi n$, $n = 0, 1, 2, \dots$). При этом образованный цуг коротких сгустков будет сфазирован с кильватерной плазменной волной, что позволяет использовать все электроны цуга для дальнейшего эффективного ускорения в кильватерной волне с той же фазовой скоростью.

Для приведенного на рис. 4 примера средняя плотность сжатого сгустка электронов согласно (6) превышает начальную в $\simeq 8.9$ раза. При этом его длина составляет $\simeq 0.016$ от плазменной длины волны ($k_p L_b(\xi_{tr} = 1.67) \simeq 0.1$), а полное число электронов

в сгустке согласно (7) $\simeq 14.2\%$ от числа электронов инжектированного пучка, приходящихся на длину волны. Эти аналитически полученные значения хорошо согласуются с результатами численного моделирования, изображенными на рис. 4: $N/N_p \simeq 14.8\%$, $\langle n \rangle / n_0 \simeq 9.3$. При возбуждении кильватерной плазменной волны импульсом лазера с длиной волны 1 мкм указанные параметры соответствуют длине сжатого сгустка $\simeq 0.8 \text{ мкм}$, длине плазменной волны $\lambda_p = 50 \text{ мкм}$ и длине группировочной секции $L_{acc} \approx 3 \text{ см}$.

Если рассмотренный выше способ сжатия и "вырезания" не позволяет сразу сформировать электронный сгусток нужной плотности (или нужного полного заряда) и достаточно малой длины, то можно применить его повторное сжатие в кильватерной волне с большим γ -фактором.

Исследованные процессы группирования первоначально протяженных однородных электронных пучков в кильватерной волне позволяют как эффективно сжать одиночной сгусток электронов, так и сформировать последовательность коротких плотных сгустков, что необходимо для эффективного моноэнергетического ускорения электронов в неоднородном поле кильватерной волны.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ, грант N 98-02-16263.

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] Nakajima K. et al. Phys. Rev. Lett., **74**, 4428 (1995).
- [2] Modena A. et al. Nature, **337**, 606 (1995); Clayton C. et al. 7th Workshop on Advanced Accelerator Concepts, Lake Tahoe, US, 12-18 October, 1996.
- [3] Umstadter D. et al. Science, **273**, 472 (1996).
- [4] Esarey E. et al. IEEE Trans. Plasma Sci., **24**, 252 (1996).
- [5] Андреев Н. Е., Горбунов Л. М. УФН, **168**, (1998).
- [6] Ogata A. et al. IEEE Trans. Plasma Sci., **24**, 252 (1996).
- [7] Андреев Н. Е., Горбунов Л. М., Кузнецов С. В. Физика плазмы, **21**, 1099 (1995).
- [8] Andreev N. E., Gorbunov L. M., Kuznetsov S. V. IEEE Trans. On Plasma Sci., **24**, 448 (1996).
- [9] Clayton C. E., Serafini L. IEEE Trans. On Plasma Sci., **24**, 440 (1996); Katsouleas T. C., et al. IEEE Trans. On Plasma Sci., **24**, 443 (1996).

- [10] Ogata A., Nakajima K., Andreev N. J. Nuclear Materials, **248**, 392 (1997).
- [11] Горбунов Л. М., Кирсанов В. И. ЖЭТФ, **93**, 509 (1987); Труды ФИАН, **219**, 3 (1992).
- [12] Andreev N. E. et al. Phys. Plasmas, **4**, 1145 (1997).
- [13] Andreev N. E. et al. Proceedings of LASERS'97, New-Orleans, LU, December 1997.

Поступила в редакцию 30 октября 1998 г.