Краткие сообщения по физике № 7-1989 г.

УДК 533. 9

РЕЛЯТИВИСТСКИЙ ЭФФЕКТ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ ГРУППИРОВКИ ПРИ ВЫНУЖДЕННОМ РАССЕЯНИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ЭЛЕКТРОННОМ ПУЧКЕ

М.В. Кузелев, В.А. Панин, А.П. Плотников, А.А. Рухадзе

Исследована нелинейная динамика процессов вынужденного рассеяния на релятивистском пучке электронов. Приведено аналитическое решение для нелинейной стадии неустойчивости для процессов рассеяния с повышением частоты и взрывного. Показано, что в ультрарелятивистских пучках вынужденное рассеяние определяется принципиально новым механизмом, обусловленным эффектом энергетической группировки электронов.

Нелинейная динамика вынужденного рассеяния на релятивистском пучке электронов исследована в работах /1–4/. В зависимости от плотности электронов механизм рассеяния определяется либо одночастичным, либо коллективным эффектами Черенкова /1, 4, 5/, которые однозначно связаны с пространственной группировкой электронов в тормозящей фазе комбинационной волны. Одновременно с пространственной происходит и импульсная (энергетическая) группировка электронов, причем в нерелятивистских и слаборелятивистских пучках эти эффекты одного порядка. В ультрарелятивистских пучках небольшое изменение положения электронов вызывает значительное изменение его импульса и, следовательно, энергетическая группировка электронов может играть определяющую роль в процессах вынужденного рассеяния.

Взаимодействие релятивистского электронного пучка с полем двух электромагнитных волн при наличии бесконечно сильного продольного (по отношению к оси пучка) магнитного поля описывается следующей системой нелинейных уравнений /4, 6/:

$$d\epsilon_1/d\tau' = -\nu\epsilon_2\tilde{\rho}\, e^{i\eta_0\tau'},\ d\epsilon_2/d\tau' = \beta\nu\epsilon_1\tilde{\rho}^*\, e^{-i\eta_0\tau'},\ dy/d\tau' = (p^2-1)/\mu p^2,$$
$$dp/d\tau' = -(\mu i/4)\,(\rho e^{iy} - \text{к.с.}) + (\mu\nu/4p^3)\,(\epsilon_1\epsilon_2^*\, e^{iy - i\eta_0\tau'} + \text{к.с.}). \qquad (1)$$

Здесь $\tilde{\rho} = (1/\pi)\int_0^{2\pi} p^{-3}e^{-iy}dy_0$; $\rho = (1/\pi)\int_0^{2\pi} e^{-iy}dy_0$; τ' – время, обезразмеренное на Ω_b – ленгмюровскую частоту электронов пучка в сопутствующей системе координат; p – безразмерный импульс электронов пучка; y – координата электронов пучка, обезразмеренная на длину комбинационной волны; ϵ_1 и ϵ_2 – безразмерные амплитуды рассеянной и падающей электромагнитных волн; ν – величина, обратно пропорциональная плотности электронного пучка; $\eta_0 \equiv (\omega_0 - k_0 u)/\Omega_b$ – расстройка резонанса для трех взаимодействующих волн – падающей (ω_2, k_2), рассеянной (ω_1, k_1) и пучковой волны плотности заряда, причем $\omega_0 = \omega_1 - \omega_2$, $k_0 = k_1 - k_2$. Подробности вывода системы уравнений (1) и выбора безразмерных переменных приведены в /4, 7/. Величина η_0 принимает значения ± 1, причем $\eta_0 = +1$ означает синхронизм комбинационной волны с быстрой пучковой ленгмюровской волной, а $\eta_0 = -1$ – с медленной. Параметр β определяет тип трехволнового процесса. Если в резонансе находится медленная пучковая волна ($\eta_0 = -1$) и $\beta = 1$, то система уравнений (1) описывает рассеяние с повышением частоты, а при возбуждении медленной пучковой волны и $\beta = -1$ – взрывную неустойчивость трех взаимодействующих волн. Степень релятивизма пучка характеризует величина $\mu = 2\gamma_0^2\Omega_b u/k_0c^2$, где $\gamma_0^2 = 1 - u^2/c^2$, u – скорость невозмущенного пучка, k_0 – волновое число комбинационной волны. Величина μ является важным параметром теории излучающих электронных пучков /8/. При $\mu = 0$ уравнения (1) совпадают с полученными в работе /4/ для нерелятивистских пучков.

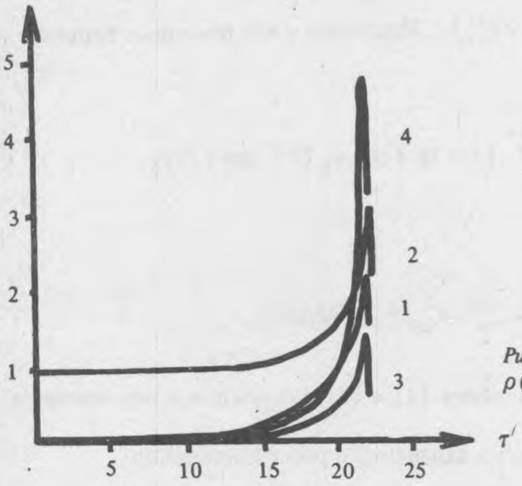

Рис. 1. Зависимости от времени амплитуд волн ϵ_1 (1), ϵ_2 (2) и величин ρ (3) и $\widetilde{\rho}$ (4).

Амплитуда волны плотности заряда ρ характеризует пространственную группировку электронов, а величина $\widetilde{\rho}$ – импульсную (энергетическую) группировку.

Уравнения (1) имеют первый интеграл, из которого определяется эффективность электромагнитного излучения:

$$\text{КПД} = (\mu/8)\,(\epsilon_1^2 - \epsilon_{10}^2) = -(\beta\mu/8)\,(\epsilon_2^2 - \epsilon_{20}^2), \tag{2}$$

где ϵ_{10} – начальная амплитуда рассеянной волны, а ϵ_{20} – падающей.

Из третьего уравнения системы (1) видно, что при $\mu \gg 1$ $y \sim y_0$, то есть пространственная модуляция мала. Зато в широких пределах и очень быстро меняется импульс электрона p. Именно с резким изменением импульса и связан механизм энергетической группировки.

Введем новую переменную $\tau = \tau' \nu$. Поскольку пространственная модуляция в сильнорелятивистских пучках мала, то $\rho \approx 0$, $\eta_0 \approx 0$, а систему уравнений (1) перепишем в виде:

$$d\epsilon_1/d\tau = -(\epsilon_2/\pi)\int_0^{2\pi} p^{-3} e^{-iy_0} dy_0,\quad d\epsilon_2/d\tau = (\beta\epsilon_1/\pi)\int_0^{2\pi} p^{-3} e^{iy_0} dy_0,\quad dp/d\tau = (\mu/4p^3)\,(\epsilon_1 \epsilon_2^* e^{iy_0} + \text{к.с.}). \tag{3}$$

Полагая

$$\epsilon_1 \epsilon_2 = da/d\tau \tag{4}$$

без ограничения общности (a можно считать вещественной функцией), проинтегрируем уравнение для импульса из системы (3): $p = (1 + 2\mu\, a \cos y_0)^{1/4}$. Определим новую переменную b следующим образом:

$$db/d\tau = \beta\epsilon_1^2 - \epsilon_2^2. \tag{5}$$

Тогда с учетом (4) и (5) из системы (3) получим:

$$\begin{aligned} d^2a/d\tau^2 &= (db/d\tau)(1/\pi)\int_0^{2\pi} [1 + 2\mu\, a \cos y_0]^{-3/4} \cos y_0\, dy_0, \\ d^2b/d\tau^2 &= -4\beta(da/d\tau)(1/\pi)\int_0^{2\pi} [1 + 2\mu\, a \cos y_0]^{-3/4} \cos y_0\, dy_0, \end{aligned} \tag{6}$$

которая имеет первый интеграл $4\beta(da/d\tau)^2 + (db/d\tau)^2 = (\beta\epsilon_{10}^2 + \epsilon_{20}^2)^2$. Исключая с его помощью переменную b, сведем систему (6) к уравнению для a:

$$d^2a/d\tau^2 = [(\beta\epsilon_{10}^2 + \epsilon_{20}^2)^2 - 4\beta(da/d\tau)^2]^{1/2}\,(1/\pi)\int_0^{2\pi}[1 + 2\mu a\cos y_0]^{3/4}\cos y_0 dy_0. \tag{7}$$

Уравнение (7) можно проинтегрировать. В результате имеем:

$$(da/d\tau)^2 = (1/4\beta)[(\beta\epsilon_{10}^2 + \epsilon_{20}^2)^2 - (\beta\epsilon_{10}^2 - \epsilon_{20}^2 + 16\beta Q/\mu)^2],$$

где $Q = 1 - (1/2\pi)\int_0^{2\pi}(1 + 2\mu a\cos y_0)^{1/4}dy_0$. Учитывая определения (4) и (5) и переходя к переменным ϵ_1 и ϵ_2, получим следующие аналитические решения для амплитуд падающей и рассеянной волн:

$$\begin{aligned}\epsilon_2^2 &= \epsilon_{20}^2 - (8\beta/\mu)[1 - (1/2\pi)\int_0^{2\pi}(1 + 2\mu a\cos y_0)^{1/4}dy_0],\\ \epsilon_1^2 &= \epsilon_{10}^2 + (8/\mu)[1 - (1/2\pi)\int_0^{2\pi}(1 + 2\mu a\cos y_0)^{1/4}dy_0].\end{aligned} \tag{8}$$

Поскольку максимальное значение $a \sim (2\mu)^{-1}$, то из определения (2) с учетом (8) следует выражение для максимальной эффективности электромагнитного излучения при $\mu \gg 1$:

$$\text{КПД}_{max} = 1 - (1/2\pi)\int_0^{2\pi}(1 + \cos y_0)^{1/4}dy_0 \approx 0{,}16. \tag{9}$$

Приведем результаты численных расчетов системы уравнений (1) для взрывного процесса при $\nu = 0{,}3$, $\mu = 0{,}3$, $\epsilon_{10} = 0{,}01$, $\epsilon_{20} = 1{,}0$. В рассматриваемых условиях нелинейную динамику рассеяния определяют как энергетическая, так и пространственная группировки электронов. Однако, как видно из рис. 1, величина $\tilde{\rho}$ существенно превышает ρ. Таким образом, процесс энергетической группировки уже при $\mu \lesssim 1$ является доминирующим.

Эффективность излучения, согласно численным расчетам, $\sim 22\%$. Некоторое расхождение этой величины с (9) объясняется, во-первых, конкуренцией двух механизмов группировки, а, во-вторых, условием применимости решений (8), а, следовательно, и выражения (9).

ЛИТЕРАТУРА

1. Братман В. Л., Гинзбург Н. С., Петелин М. И. ЖЭТФ, 76, 930 (1979).
2. Огнивенко В. В. Радиотехника и электроника, 27, 1818 (1982).
3. Литвак А. Г., Петрухина В. И., Трахтенгерц В. Ю. Письма в ЖЭТФ, 18, 190 (1973).
4. Кузелев М. В., Панин В. А. Изв. ВУЗов, радиофизика, 27, 426 (1984).
5. Кузелев М. В., Рухадзе А. А. УФН, 152, 285 (1987).
6. Кузелев М. В., Рухадзе А. А., Санадзе Г. В. ЖЭТФ, 89, 1591 (1985).
7. Кузелев М. В. ЖТФ, 32, 1029 (1983).
8. Кузелев М. В., Рухадзе А. А. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 4, 25 (1988).

Институт общей физики АН СССР

Поступила в редакцию 21 марта 1989 г.