Краткие сообщения по физике № 1-1988 г.

УДК 539.19

КИНЕТИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ НЕИДЕАЛЬНОЙ ПЛАЗМЫ

И.Ю. Гончарова, Ю.А. Кухаренко, А.С. Лалаян

Получено кинетическое уравнение для неидеальной плазмы, удовлетворяющее закону сохранения энергии, который включает не только кинетическую, но и потенциальную энергию взаимодействия частиц.

Впервые попытка вывести кинетические уравнения, учитывающие вклад от взаимодействия частиц в термодинамические характеристики неидеальной плазмы, предпринята в работах Климонтовича /1/ и Климонтовича и Эбелинга /2/. В них показано, что эволюция неидеальной плазмы в кинетическом режиме определяется системой уравнений для функции распределения частиц по импульсам и для спектральной функции флуктуаций электрического поля. Однако поскольку решение уравнения для спектральной функции поля оказалось затруднительным, замкнутое кинетическое уравнение для функции распределения частиц в неидеальной плазме получить не удалось.

Использование диаграммной техники Келдыша /3/ позволяет решить эту задачу. На кинетической стадии эволюции система электронов описывается матричным уравнением Дайсона (используются обозначения, принятые в /4/, индекс $s = \pm$ нумерует ветвь контура Келдыша)

$$G^{ss'} = G_0^{ss'} + G_0^{ss''}\Sigma^{s''s'''}G^{s'''s'}. \tag{1}$$

Действуя оператором $\hat{G}_0^{-1}$ на уравнение (1) и вычитая из него комплексно сопряженное уравнение, после перехода к разностным и текущим временам и координатам приходим к уравнению, в левую часть которого явно входит функция распределения частиц:

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} = -\sum_{s=\pm}\int [G^{-s}(t-\frac{\tau}{2};\tau,p)\,\Sigma^{s+}(t-\frac{\tau}{2};-\tau,p) + \Sigma^{-s}(t-\frac{\tau}{2};\tau,p)\,G^{s+}(t-\frac{\tau}{2};-\tau,p)\,d\tau. \tag{2}$$

Зависимость функции Грина и массового оператора от текущего времени $t-\tau/2$ определяется изменением функции распределения частиц со временем. При малости плазменного параметра $\mu = 1/nr_D^3$ можно выделить два масштаба времени: характерное время изменения функции распределения, имеющее порядок времени релаксации τ_r, и характерное время корреляции частиц τ_c, определяющее область интегрирования в (2). В области непрозрачности $(k > r_D^{-1})$ декремент затухания Ландау $\gamma(k)$ порядка плазменной частоты ω_p. Таким образом, $\tau_r \sim 1/\omega_p\mu \sim 1/\gamma(k)\mu > 1/\gamma(k)$. С учетом $\tau_c \sim \gamma^{-1}(k)$ получаем $\tau_c/\tau_r < 1$. Интеграл (2) может быть разложен по малому параметру τ_c/τ_r. Ограничившись двумя членами разложения, получаем кинетическое уравнение в виде:

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} = \mathrm{St}\,n_p, \quad \mathrm{St}\,n_p = \mathrm{St}^{(0)}n_p + \mathrm{St}^{(1)}n_p, \tag{3}$$

$$\mathrm{St}^{(0)}n_p = \int [G_t^{-+}(\omega p)\,\Sigma_t^{+-}(\omega p) - \Sigma_t^{-+}(\omega p)\,G_t^{+-}(\omega p)]\,\frac{d\omega}{2\pi}, \tag{4}$$

$$\mathrm{St}^{(1)}n_p = \frac{\partial}{\partial t}\int P\,\frac{1}{(\omega-\omega')^2}\,[G_t^{-+}(\omega p)\,\Sigma_t^{+-}(\omega' p) - \Sigma_t^{-+}(\omega p)\,G_t^{+-}(\omega' p)]\,\frac{d\omega d\omega'}{(2\pi)^2}, \tag{5}$$

где P означает интеграл в смысле главного значения.

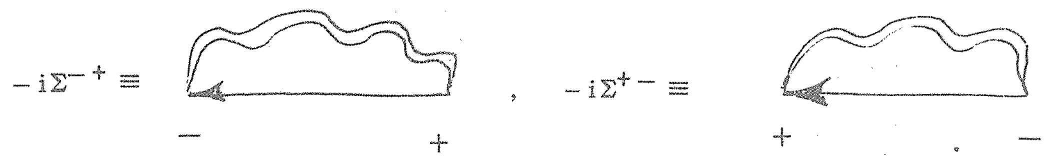

Рис. 1

Рис. 2

Уравнение (3) справедливо для описания кинетической стадии процесса релаксации в любой системе с малым параметром. При этом интеграл столкновений (4) соответствует приближению идеального газа или плазмы и вносит вклад только в диссипативные характеристики системы. Выражение (5) учитывает изменение функции распределения n_p на временах порядка τ_c и описывает вклад взаимодействия в термодинамические характеристики системы.

В первом приближении по плазменному параметру, соответствующему учету всех петлевых диаграмм, компоненты массового оператора Σ^{-+} и Σ^{+-} представлены на рис. 1. Двойная волнистая линия описывает эффективное взаимодействие $-iD^{ss'}$ между электронами с учетом динамической экранировки, обусловленной поляризацией среды. Решая систему интегральных уравнений для $D^{ss'}$, представленную на рис. 2, находим

$$D^{-+}(\omega p) = -U^2(p)\,P^{-+}(\omega p)/|\epsilon(\omega p)|^2, \quad D^{+-}(\omega p) = -U^2(p)\,P^{+-}(\omega p)/|\epsilon(\omega p)|^2, \tag{6}$$

где

$$\begin{aligned} P^{-+}(\omega p) &= -i4\pi \int \frac{dk}{(2\pi)^3}\; n_{p+k}(1-n_k)\,\delta(\omega+\epsilon_k-\epsilon_{k+p}), \\ P^{+-}(\omega p) &= -i4\pi \int \frac{dk}{(2\pi)^3}\; n_k(1-n_{p+k})\,\delta(\omega+\epsilon_k-\epsilon_{k+p}) \end{aligned} \tag{7}$$

представляет собой компоненты поляризационного оператора,

$$\epsilon(\omega p) = 1 + 2U(p)\int \frac{n_{p+k}-n_k}{\omega+\epsilon_k-\epsilon_{k+p}+i0}\;\frac{dk}{(2\pi)^3} \tag{8}$$

диэлектрическая проницаемость среды.

Вычисляя компоненты массового оператора с помощью (6) – (8) и подставляя найденные выражения в (4), (5), получаем интеграл столкновений для неидеальной плазмы:

$$\begin{aligned} St^{(0)}n_p = \int \frac{4\pi U^2(k)}{|\epsilon(k,\epsilon_{p'}-\epsilon_{p'+k})|^2}\; &[(1-n_p)(1-n_{p'})\,n_{p-k}\,n_{p'+k} - (1-n_{p-k})(1-n_{p'+k})\,n_p n_{p'}] \times \\ &\times \delta(\epsilon_p+\epsilon_{p'}-\epsilon_{p-k}-\epsilon_{p'+k})\;\frac{dp'dk}{(2\pi)^6}, \end{aligned} \tag{9}$$

$$St^{(1)} n_p = \frac{\partial}{\partial t} \int \frac{2U^2(k)}{|\epsilon(k, \epsilon_{p'} - \epsilon_{p'+k})|^2} \left[(1-n_p)(1-n_{p'}) n_{p-k} n_{p'+k} - (1-n_{p-k})(1-n_{p'+k}) n_p n_{p'}\right] \times$$

$$\times \frac{P}{(\epsilon_p + \epsilon_{p'} - \epsilon_{p-k} - \epsilon_{p'+k})^2} \frac{dk\,dp'}{(2\pi)^6}. \qquad (10)$$

Выражение (9) совпадает с полученным в работе Силина /5/ квантовым аналогом интеграла столкновений Балеску – Ленарда /6, 7/. Выражение (10) учитывает вклад корреляции между частицами в неидеальной плазме.

Умножая полученное кинетическое уравнение (3), (9), (10) соответственно на 1, p, $p^2/2m$ после интегрирования по p и необходимой симметризации убеждаемся, что оно согласуется с законами сохранения плотности частиц, импульса и энергии: $\partial N/\partial t = 0$, $\partial \mathbb{P}/\partial t = 0$, $\partial E/\partial t = 0$, где внутренняя энергия $E = T + V$ наряду с кинетической энергией $T = \int (p^2/m)\, n_p dp/(2\pi)^3$ содержит потенциальную энергию взаимодействия частиц

$$V = -\int \frac{2U^2(k)}{|\epsilon(k, \epsilon_p - \epsilon_{p-k})|^2} \frac{P}{\epsilon_p + \epsilon_{p'} - \epsilon_{p-k} - \epsilon_{p'+k}} (1-n_p)(1-n_{p'}) n_{p-k} n_{p'+k} \frac{dk\,dp'\,dp}{(2\pi)^9},$$

обусловленную вторым слагаемым в интеграле столкновений.

Таким образом, полученное кинетическое уравнение с интегралом столкновений (9), (10) приводит к закону сохранения кинетической и потенциальной энергии в отличие от уравнения Балеску – Ленарда, дающего закон сохранения только для кинетической энергии.

Аналогичный подход позволяет получить кинетическое уравнение для функции распределения квазичастиц в сверхпроводящей плазме. Это уравнение отличается от (3), (9), (10) заменой величины $U(k)/|\epsilon(k, \epsilon_p - \epsilon_{p-k})|$ на константу g эффективного электронного взаимодействия в модели Горькова, умноженную на факторы когерентности, содержащие коэффициенты u, v канонического преобразования Боголюбова /8/.

ЛИТЕРАТУРА

1. Климонтович Ю. Л. ЖЭТФ, 62, 1770 (1972).
2. Климонтович Ю. Л., Эбелинг В. ЖЭТФ, 63, 905 (1972).
3. Келдыш Л. В. ЖЭТФ, 47, 1515 (1964).
4. Лифшиц Е. М., Питевский Л. П. Физическая кинетика. М., Наука, 1979.
5. Силин В. П. ЖЭТФ, 40, 1768 (1961).
6. Balescu R. Phys. of Fluids, 3, 52 (1960).
7. Lenard A. Ann. Phys., 3, 390 (1960).
8. Шриффер Дж. Теория сверхпроводимости. М., Наука, 1970.

Поступила в редакцию 18 августа 1987 г.
После переработки 9 ноября 1987 г.