УДК 533.9.08:534.8

СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ДОЗЫ ДЛЯ ДЕТЕКТОРА ТЕЛЕВИЗИОННОГО ТИПА ПРИ ПРОТОННОЙ ДОЗИМЕТРИИ

А.В. Гринкевич¹, В.В. Сиксин²

Проведены результаты по совершенствованию математической модели для вычислителя детектора телевизионного типа. Определены параметры аналитической формулы, справедливой для энергий протонов от 60 до 200 МэВ, в основе которой применена комбинация функций параболического цилиндра, согласуемая с численными методами и новыми экспериментальными данными.

Ключевые слова: область энерговыделения, водный фантом, адаптивная телевизионная камера, пик Брэгга, глубинное дозное распределение, аналитическая аппроксимация, функция параболического цилиндра.

Введение. При создании вычислителя для нового типа детектора – детектора телевизионного типа [1–3], разработана математическая модель с аналитическим представлением кривой Брэгга [4], которая основывалась на экспериментально полученных результатах при энергиях протонного пучка до 150 МэВ.

Усовершенствование конструкции детектора телевизионного типа позволило провести эксперименты в более широком диапазоне терапевтических энергий – до 200 МэВ.

На рис. 1 показан рабочий кадр детектора с результатом попиксельного измерения длины "области свечения" при энергии пучка протонов 190 МэВ, которая определяет величину z (точку остановки протона в водном фантоме, которую фиксирует детектор телевизионного типа по вспышке в конце пути протона).

В вычислитель детектора заложена математическая модель с аналитической аппроксимацией кривой Брэгга в простом и удобном виде, позволяющем проводить быстрые вычисления в on-line режиме работы.

 $^{^1}$ ООО "ЭВС", 1952
53 Россия, Санкт-Петербург, Салтыковская дорога, 18. 2 ФИАН, 11999
1 Россия, Москва, Ленинский пр., 53; e-mail: antktech@yandex.ru.



Рис. 1: Рабочий кадр измерения зафиксированной траектории пучка протонов с энергией 190 МэВ в водном фантоме.

В усовершенствованной математической модели сохранена в качестве основной комбинации функций параболического цилиндра и модель в замкнутом виде, описывающие кривые Брэгга. Новые полученные результаты согласуются с результатами, полученными численными методами в [5], а также с другими экспериментальными данными [6–8].

Получение аналитической зависимости дозы от глубины энерговыделения в водном фантоме. Выведенная ранее [4] аналитическая формула позволяет по величине z, измеренной детектором телевизионного типа, вычислить поглощенную дозу (в опорной точке z в светящемся пике Брэгга):

$$DOZA(z) = K_1 e^{-3.42936(R_0 - z)^2} [K_2 D_{-1.565}(-3.7037(R_0 - z)) +$$

$$+41.7037D_{-0.565}(-3.7037(R_0-z))], (1)$$

где K_1 и K_2 – константы; R_0 – параметр при заданной начальной энергии E_0 налетающего протона [8]; z – точка (текущая глубина) в водном фантоме, измеренная детектором; $D_{-1.565}$ и $D_{-0.565}$ – функции параболического цилиндра.

Основой здесь является функция параболического цилиндра $D_{-0.565}$ и $D_{-1.565}$, два члена которой (как разные амплитуды) позволяют правильно описать кривые Брэгга как DOZA(z).

Совершенствование математической модели заключалось в подборе новых коэффициентов в формуле (1) и параметра R_0 , при которых удалось получить удовлетворительное описание пиков Брэгга в новом интервале более высоких энергий от 150 до 200 МэВ.

В табл. 1 приведены результаты работ по определению коэффициентов K_1 , K_2 и параметра R_0 для новых 8-ми значений энергий.

Таблица 1

| Энергия, МэВ | Параметр | | |
|--------------|----------|----------|------------|
| | K_1 | K_2 | R_0 , см |
| 150 | 0.283591 | 0.316511 | 15.33 |
| 160 | 0.260587 | 0.299450 | 17.39 |
| 170 | 0.251691 | 0.284888 | 19.37 |
| 180 | 0.228110 | 0.273465 | 21.27 |
| 185 | 0.225843 | 0.267986 | 22.32 |
| 190 | 0.216086 | 0.262818 | 23.41 |
| 192.5 | 0.211351 | 0.260562 | 23.92 |
| 200 | 0.204572 | 0.254031 | 25.53 |

Константы и параметры аналитического выражения (1)

Графическое представление пиков Брэгга в расширенной части диапазона энергий показано на рис. 2.

Далее, используя результаты расчета по формуле (1), для 8-ми новых значений энергий вычислялась доза в максимуме пика Брэгга (в окрестности максимума пика Брэгга вычислялась средняя доза) – было получено 8 значений поглощенной дозы для интенсивности пучка налетающих протонов 1 · 10⁹ за импульс.

Аппроксимация дозы полиномом 4-й степени. С учетом новых значений энергий была проведена статистическая обработка нелинейным методом наименьших квадратов



Рис. 2: Кривые пиков Брэгга, определенные по формуле (1).

и определены параметры полинома 4-й степени. Получено новое уравнение:

$$DOZA(z) = 231.029 - 39.1574z + 2.72233z^2 - 0.0850858z^3 + 0.000995267z^4.$$
(2)



Рис. 3: Точки, определенные по формуле (1) и их аппроксимация формулой (2).

На рис. 3 приведены новые точки в расширенном диапазоне энергий, определенные из формулы (1), и аппроксимирующая кривая, определяемая формулой (2).

Расчетные значения дозы и глубины приведены в табл. 2.

Таблица 2

| Энергия, МэВ | Глубина, см | Доза на "макушке", сГр |
|--------------|-------------|------------------------|
| 150 | 15.33 | 18.9440 |
| 160 | 17.25 | 17.0280 |
| 170 | 19.11 | 15.8220 |
| 180 | 21.00 | 14.8170 |
| 185 | 22.08 | 14.3670 |
| 190 | 23.08 | 13.7438 |
| 192.5 | 23.66 | 13.4279 |
| 200 | 25.26 | 12.7796 |

Значения дозы и глубины

Вновь полученная формула (2) справедлива для интенсивности пучка налетающих протонов $1 \cdot 10^9$ за импульс. Совокупность формул (2), выведенных для разных диапазонов практически применяемых энергий, позволяет осуществлять конечные расчеты непосредственно вычислителем детектора в расширенном диапазоне терапевтических энергий протонов.

Таким образом усовершенствована математическая модель с аналитической аппроксимацией кривой Брэгга в простом и удобном виде, позволяющем проводить быстрые вычисления в on-line режиме работы в широком диапазоне энергий протонов.

Авторы выражают благодарность В. Е. Балакину за практические консультации и предоставление возможности работы на протонном ускорителе; А. И. Львову – за консультации и поддержку работы; А. Е. Чернуха – за творческие обсуждения численных методов при проведении расчетов дозных полей.

ЛИТЕРАТУРА

- А. В. Гринкевич, В. В. Сиксин, Краткие сообщения по физике ФИАН 44(2), 3 (2017).
- [2] А. В. Гринкевич, В. В. Сиксин, Краткие сообщения по физике ФИАН 44(5), 8 (2017).
- [3] В. В. Сиксин, Краткие сообщения по физике ФИАН **45**(5), 36 (2018).

- [4] А. В. Гринкевич, В. В. Сиксин, Краткие сообщения по физике ФИАН 45(2), 47 (2018).
- [5] J. F. Briesmelster, MNCP-A general Monte Carlo N-particle transport code. Version 4C. Report LA-13709-M (Los Alamos National Laboratory, Los Alamos, 2000).
- [6] K.-U. Gardey, "A Pencil Beam Model for Proton Therapy-Treatment Planning and Experimental Results", Ph.D. thesis, Universitat Heidelberg, 1996.
- [7] U. Oelfke, K.-U. Gardey, E.W. Blackmore, and G. K. Y. Lam, "Proton dosimetry at TRIUMF: Experimental profiles and PTRAN MC calculations", in PTCOG XXII, San Francisco, 1995. http://www.ptcog.ch/index.php/ptcog-publications.
- [8] J. F. Janni, "Proton range-energy tables, 1 keV-10 GeV", At. Data Nucl. Data Tables 27, 147 (1982).

Поступила в редакцию 27 июля 2018 г.