Краткие сообщения по физике № 6-1988 г.

УДК 533.910

О ПОЛЯХ ЗАРЯДОВ В ПЛАЗМЕ ВБЛИЗИ ЗЕРКАЛЬНО ОТРАЖАЮЩИХ ГРАНИЦ

С.В. Владимиров

Показано, что наличие зеркально отражающей границы в плазме существенно при вычислении объемных полей зарядов на небольших расстояниях от этой границы.

При исследовании электромагнитных свойств ограниченных плазменных сред с учетом пространственной дисперсии самым простым приближением является зеркально отражающая граница. Такая граница рассеивает упруго, не меняя параллельные ей компоненты импульса и энергию частиц плазмы. Считается, что наличие зеркально отражающей границы в линейном приближении не влияет на объемные электромагнитные свойства плазмы в том смысле, что поверхностные и объемные эффекты разделяются и рассматриваются независимо. Например, распространение объемных волн на любых расстояниях от границы описывается теми же функциями диэлектрического отклика, что и в неограниченной плазме. В данной работе показано, что близость даже зеркально отражающей границы может сказываться и в линейном приближении на объемных полях пробных зарядов.

Рассмотрим плазменные среды двух типов: а) неограниченную по всем направлениям однородную и изотропную и б) неограниченную по x и y плазменную среду, в которой в плоскости $z = 0$ имеется граница, зеркально отражающая частицы этой среды и разделяющая ее на полупространства $z > 0$ и $z < 0$. Решим задачу о поле заряда, находящемся в среде а) и на расстоянии z_0 от границы в среде б). Исходными являются уравнения Максвелла для полей и кинетическое уравнение для функции распределения частиц плазмы. Ради простоты рассмотрим только продольные поля. Считаем также, что пробный точечный заряд движется относительно прямоугольной системы координат со скоростью $\mathbf{v}_\parallel = (v_x, v_y) = \mathrm{const}$. Имеем следующее уравнение для полей в неограниченной плазме

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = 4\pi e \int f \, d\mathbf{v} + 4\pi q \delta(\mathbf{r}_\parallel - \mathbf{v}_\parallel t)\, \delta(z - z_0), \tag{1}$$

где $f = f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ – функция распределения частиц плазмы, $\mathbf{r}_\parallel = (r_x, r_y)$. В линейном приближении решением (1) для фурье-компоненты поля ($\mathbf{E}_\parallel = (E_x, E_y)$)

$$\mathbf{E}_{\parallel,\kappa}(z) = \int d\mathbf{r}_\parallel dt \mathbf{E}_\parallel(\mathbf{r}, t) \exp(i\omega t - i\vec{\kappa}\mathbf{r}_\parallel)$$

является

$$\mathbf{E}_{\parallel,\kappa}(z) = -8\pi^2 i q \vec{\kappa}\, \delta(\omega - \vec{\kappa}\mathbf{v}_\parallel) \int \frac{dk_z \exp[ik_z(z - z_0)]}{2\pi k^2 \epsilon_k}, \tag{2}$$

где $\epsilon_k = \epsilon_{k,\omega}$ – продольная диэлектрическая проницаемость плазмы, имеющая стандартный вид /1/; $\vec{\kappa} = (k_x, k_y)$. В среде б), то есть при наличии границы имеем в полупространстве $z > 0$ уравнение (1), а при $z < 0$ $\operatorname{div} \mathbf{E} = 4\pi e \int f\, d\mathbf{v}$. Условие зеркального отражения частиц для функции распределения записывается следующим образом: $f(\mathbf{r}_\parallel, z = 0, \mathbf{v}_\parallel, v_z) = f(\mathbf{r}_\parallel, z = 0, \mathbf{v}_\parallel, -v_z)$.

Для решения задачи о полях частицы в среде б) воспользуемся методом отражений /2/: продолжим функцию распределения, тангенциальные границе компоненты электрического поля и токи, определенные в полупространстве $z > 0$ (или $z < 0$) на полупространство $z < 0$ (или $z > 0$) четным образом, а нормальные границе компоненты электрического поля (и токи, если они есть) – нечетным образом. В результате получаем систему уравнений, в которой все величины определены при $-\infty < z < +\infty$:

$$\operatorname{div}\mathbb{E}^{(1)} + 2E_z^{(1)}(z=0)\,\delta(z) = 4\pi e\int f^{(1)}\,dv + 4\pi q\delta(r_\parallel - v_\parallel t)\,[\delta(z-z_0) + \delta(z+z_0)],$$
$$\operatorname{div}\mathbb{E}^{(2)} - 2E_z^{(2)}(z=0)\,\delta(z) = 4\pi e\int f^{(2)}\,dv, \tag{3}$$

где индекс (1) отличает поля и функцию распределения, определенные первоначально в полупространстве $z > 0$, а индекс (2) – в полупространстве $z < 0$. Граничные условия получаются стандартным образом интегрированием исходных уравнений по бесконечно тонкому слою вблизи границы. При учете теплового движения частиц ими являются условия непрерывности тангенциальных и нормальных компонент электрического поля

$$\mathbb{E}_\parallel^{(1)}(z=0) = \mathbb{E}_\parallel^{(2)}(z=0),\quad E_z^{(1)}(z=0) = E_z^{(2)}(z=0). \tag{4}$$

К уравнениям (3) применим преобразование Фурье. Получаем

$$i\mathbb{k}E_k^{(1)} + 2E_{z,\kappa}^{(1)}(0) = 4\pi e\int f_k^{(1)}\,dv + 8\pi^2 q\delta(\omega - \vec{\kappa}v_\parallel)\,[\exp(ik_z z_0) + \exp(-ik_z z_0)],$$
$$i\mathbb{k}E_k^{(2)} - 2E_{z,\kappa}^{(2)}(0) = 4\pi e\int f_k^{(2)}\,dv. \tag{5}$$

Используя граничные условия (4) и второе уравнение (5), получаем $E_{z,\kappa}(0) = iE_\kappa(0)\,(\int dk_z|\vec{\kappa}|/\pi k^2\epsilon_k)^{-1}$, где $E_\kappa(0) = \vec{\kappa}\,\mathbb{E}_{\parallel,\kappa}(0)/|\vec{\kappa}|$, то есть $(E_k = \mathbb{k}E_k/|\mathbb{k}|)$

$$E_k^{(1)} + \frac{2E_\kappa(0)}{|\mathbb{k}|\epsilon_k}\left(\int\frac{dk_z|\vec{\kappa}|}{\pi k^2\epsilon_k}\right)^{-1} = -\frac{8\pi^2 iq}{|\mathbb{k}|\epsilon_k}\,\delta(\omega - \kappa v_\parallel)\,[\exp(ik_z z_0) + \exp(-ik_z z_0)].$$

Из этого уравнения получаем

$$2E_\kappa(0) = -8\pi^2 iq\delta(\omega - \vec{\kappa}v_\parallel)\int\frac{dk_z|\vec{\kappa}|}{2\pi k^2\epsilon_k}\,[\exp(ik_z z_0) + \exp(-ik_z z_0)]. \tag{6}$$

С помощью выражения (6) запишем окончательный результат – поле заряда в полупространстве $z > 0$ при наличии границы $z = 0$:

$$\mathbb{E}_{\parallel,\kappa}^{(1)}(z) = -8\pi^2 iq\vec{\kappa}\,\delta(\omega - \vec{\kappa}v_\parallel)\left\{\int\frac{dk_z\exp(ik_z z)}{2\pi k^2\epsilon_k}\,[\exp(ik_z z_0) + \exp(-ik_z z_0)] - \right.$$
$$\left. -\int\frac{dk_z\exp(ik_z z)}{2\pi k^2\epsilon_k}\int\frac{dk_z}{2\pi k^2\epsilon_k}\,[\exp(ik_z z_0) + \exp(-ik_z z_0)]\left(\int\frac{dk_z}{\pi k^2\epsilon_k}\right)^{-1}\right\}. \tag{7}$$

Для неподвижного заряда ($v_{\parallel}=0$) выражения (2) и (7) совпадают. Они совпадают также для заряда, помещенного на границу ($z_0=0$), и для движущегося на произвольном расстоянии от границы заряда при пренебрежении пространственной дисперсией. В общем случае эти выражения не равны друг другу. Однако при $z \gg z_0$ и на больших расстояниях от границы $z \sim z_0 \gg \lambda$, где λ – характерная длина рассматриваемых возмущений, выражения (2) и (7) приближенно совпадают.

Таким образом, показано, что даже в случае зеркального отражения от границы создающих поляризацию частиц плазмы наличие границы сказывается на объемных полях движущихся зарядов.

Автор признателен А.А. Рухадзе и В.Н. Цытовичу за обсуждение результатов работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Александров А.Ф., Богданкевич Л.С., Рухадзе А.А. Основы электродинамики плазмы. М., Высшая школа, 1978.
2. Гинзбург В.Л., Цытович В.Н. Переходное излучение и переходное рассеяние. М., Наука, 1984, гл. 3, § 3.4.

Институт общей физики АН СССР

Поступила в редакцию 9 марта 1988 г.