

ВЛИЯНИЕ КОНЕЧНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА СПЕКТР ЧАСТОТ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ КОЛЕБАНИЙ, ВОЗБУЖДАЕМЫХ РЭП В ПЛАЗМЕННОМ ВОЛНОВОДЕ

Г.И. Гусева

Для случая высоких мод колебаний, возбуждаемых РЭП в плазменном волноводе, получено приближенное решение дисперсионного уравнения в конечном магнитном поле. Показано, что по сравнению с приближением бесконечного магнитного поля появляются новые ветви спектра колебаний, что существенно меняет характер зависимости частоты излучения от концентрации плазмы.

Поскольку эксперимент по созданию плазменного СВЧ генератора /1/ проводится в условиях пространственно ограниченных плазменных образований и в конечном магнитном поле, а дисперсионное уравнение для собственных частот колебаний в этих условиях /2/, /3/ не удастся исследовать аналитически, то при сопоставлении результатов эксперимента с теорией представляет интерес приближенно оценить влияние отдельных факторов на спектр колебаний, возбуждаемых пучком.

В работах /2/, /3/ аналитически изучен спектр излучений генератора в предельном случае полного заполнения волновода плазмой в бесконечном магнитном поле, направленном вдоль оси волновода. В частности, было показано, что в условиях черенковского резонанса (когда $\omega = k_z u$, где ω — частота электромагнитных колебаний, k_z — продольный волновой вектор, u — скорость пучка) возбуждение генератора возможно только в том случае, если плотность плазмы n_p выше некоторой критической величины n_c , причем

$$\omega^2 = \omega_p^2 - \omega_c^2. \quad (1)$$

Здесь ω_p — плазменная частота электронов; $\omega_c = k_\perp \gamma u$ — пороговая частота; k_\perp — поперечный волновой вектор, определяемый геометрией системы; γ — релятивистский фактор; $\gamma = (1 - u^2/c^2)^{-1/2}$; c — скорость света. Возбуждение генератора возможно, если только $\omega_p > \omega_c$, т.е. при $n_p > n_c$. Этот факт был подтвержден экспериментально /1/. Однако зависимость частоты генерируемого излучения от плотности плазмы, наблюдаемая экспериментально, слабее, чем это предсказывается формулой (1). Нам кажется, что это обусловлено конечностью магнитного поля. В условиях эксперимента /1/ $\omega_p^2/\omega_H^2 \sim 0,1-1$, где $\omega_H = eH/mc$ — циклотронная частота.

Численный анализ спектра частот электромагнитных волн в плазменном волноводе /2/ выявил ряд новых качественных результатов, обусловленных конечностью магнитного поля. В частности, была показана возможность существенной перестройки спектра низкочастотной области, появление областей непрозрачности.

В данной работе сделана попытка оценить влияние конечной величины магнитного поля на спектр частот электромагнитных колебаний, возбуждаемых в плазменном волноводе.

Для случая высоких мод колебаний, который, возможно, и реализуется экспериментально, общее дисперсионное уравнение приближенно может быть представлено в виде /4/

$$\begin{aligned} \Lambda(k, \omega) = & k^2 \left[\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_H^2} \right) k_\perp^2 + \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right) k_z^2 \right] - \\ & - \frac{\omega^2}{c^2} \left[\left(\frac{\omega_p^2}{\omega^2} - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_H^2} \right) k_\perp^2 + 2k^2 \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right) \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_H^2} \right) \right] + \\ & + \frac{\omega^2}{c^4} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right) \left[1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_H^2} \left(2 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right) \right] = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Уравнение (2) в условиях черенковского резонанса в безразмерной форме, когда все частоты нормированы на критическую частоту ω_c , записывается в виде

$$A(\hat{\omega}^4, \hat{\omega}_p^2) - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_H^2} B(\hat{\omega}^4, \hat{\omega}_p^2) = 0. \quad (3)$$

Полиномы А и В имеют вид:

$$A = (1 + \hat{\omega}^2)(1 + \hat{\omega}^2 - \hat{\omega}_p^2) = \hat{\omega}^4 + (2 - \hat{\omega}_p^2)\hat{\omega}^2 + (1 - \hat{\omega}_p^2);$$

$$B = -2(\gamma^2 - 1)\hat{\omega}^4 - \hat{\omega}^2[\hat{\omega}_p^2((\gamma^2 - 1)^2 - 2(\gamma^2 - 1)) + 2(\gamma^2 - 1) - 1] + [1 + (\gamma^2 - 1)\omega_p^2]^2. \quad (4)$$

Здесь $\hat{\omega}$, $\hat{\omega}_p$ и $\hat{\omega}_H$ — нормированные частоты. Далее все частоты считаются нормированными и знак над ними опускается. В пределе $H \rightarrow \infty$ дисперсионное уравнение принимает вид [2]:

$$A(\omega) = (1 + \omega^2)(1 + \omega^2 - \omega_p^2) \equiv (\omega^2 - \omega_{01}^2)(\omega^2 - \omega_{02}^2) = 0. \quad (5)$$

Имеем два корня $\omega_{01}^2 = -1$; $\omega_{02}^2 = -1 + \omega_p^2$, соответствующие Н- и Е-волнам. Физический смысл имеет только второе решение $\omega^2 = \omega_{02}^2$.

Для того чтобы найти поправки, обусловленные конечной величиной магнитного поля, будем решать уравнение (3) приближенно методом итераций, взяв в качестве нулевого приближения $\omega_{(0)}^2$ решения уравнения (5). Найдем поправку к ω_{02}^2 .

Для этого представим уравнение (3) в виде

$$\omega^2 = \omega_{02}^2 + \omega_p^2 B(\omega^4, \omega_p^4) / (\omega^2 - \omega_H^2)(\omega^2 - \omega_{01}^2). \quad (6)$$

Тогда первое приближение с учетом поправки, обусловленной магнитным полем, находится из (6) подстановкой в правой части $\omega^2 = \omega_{02}^2$. В результате получим

$$\omega_{12}^2 = \omega_{02}^2 - 1 - \frac{\gamma^4 \omega_p^2}{\omega_H^2 + 1 - \omega_p^2} = \omega_p^2 \left(1 - \frac{\gamma^4}{\omega_H^2 + 1 - \omega_p^2}\right) - 1.$$

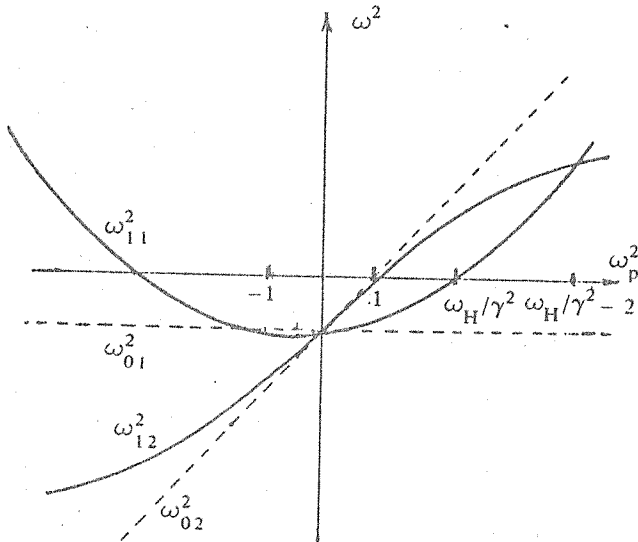


Рис. 1. Зависимости приближенных решений дисперсионного уравнения (7) для ω^2 от ω_p^2 в конечном магнитном поле. Пунктиром показаны аналогичные зависимости при $H = \infty$. Все частоты нормированы на критическую частоту ω_c .

Таким образом, в конечном магнитном поле уменьшается угол наклона ω^2 к оси ω_p^2 по сравнению с решением для бесконечного поля. Этот результат соответствует эксперименту /1/.

Аналогично найдем поправку к решению ω_{01}^2 , обусловленную конечной величиной магнитного поля. Из уравнения (3) приближенно находим

$$\omega_{11}^2 = -1 + \omega_p^2(\gamma^2 - 1)^2(\omega_p^2 + 1)/(\omega_H^2 + 1).$$

Заметим, что поправка к ω_{01}^2 имеет порядок $\omega_p^4\gamma^4/\omega_H^2$, а к ω_{02}^2 — имеет противоположный знак и пропорциональна $\omega_p^2\gamma^4/\omega_H^2$. Точки пересечения ветви ω_{11}^2 с осью ω_p^2 есть $\omega_{p01}^2 = \pm \omega_H/\gamma^2$, а для ветви ω_{12}^2 пересечение происходит в точке $\omega_{p02}^2 = 1 + \gamma^4/\omega_H^2$.

Перейдем к более полному анализу уравнения (3). Считая, что $\omega^2 \ll \omega_H^2$, перепишем его в виде

$$\omega^4(1 - 2\omega_p^2\gamma^2/\omega_H^2) + \omega^2[2 - \omega_p^2 - \omega_p^4\gamma^4/\omega_H^2] + 1 - \omega_p^2 + \gamma^4\omega^6/\omega_H^2 = 0. \quad (7)$$

На рис. 1 представлены зависимости приближенных решений уравнения (7) от ω_p^2 . Пунктиром показаны ветви спектра при $H = \infty$. Из анализа рис. 1 следует, что в конечном магнитном поле 1) с ростом концентрации плазмы для одной и той же частоты излучения возможен переход от E- к H-волнам в точке пересечения корней: 2) для одной и той же концентрации плазмы в условиях, когда оба корня ω^2 положительны, возможно излучение на двух частотах.

Автор глубоко благодарна А.А. Рухадзе за обсуждение результатов и ценные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кузелев М. В. и др. ЖЭТФ, 83, 1353 (1983); ДАН СССР, 267, 829 (1982).
2. Кузелев М. В., Липеровская Е. В., Рухадзе А. А. Физика плазмы, 4, 433 (1978).
3. Богданкевич Л. С., Кузелев М. В., Рухадзе А. А. УФН, 133, 3 (1981).
4. Александров А. Ф., Богданкевич Л. С., Рухадзе А. А. Основы электродинамики плазмы. М., Изд. Высшая школа, 1978.

Институт общей физики АН СССР

Поступила в редакцию 20 июня 1988 г.