Краткие сообщения по физике № 11-1988 г.

УДК 539.196.3; 539.211

ОБ ЭФФЕКТЕ КАЗИМИРА ДЛЯ ТОНКИХ СЛОЕВ МЕТАЛЛА

Ю.С. Бараш

Показано, что при описании эффекта Казимира в случае тонких слоев металла приближение идеально проводящих слоев не оправдывает себя. В отличие от случая толстых металлических пластин, во взаимодействии тонких слоев при низких температурах могут быть реализованы условия, позволяющие пренебречь запаздыванием во всей области расстояний.

Запаздывание заметно сказывается на взаимодействии тел при низких температурах и достаточно больших расстояниях l между ними, когда время распространения взаимодействия l/c становится сравнимым или превышает характерное время τ_0, связанное со спектрами поглощения этих тел. Для толстых пластин металла условие $l/c \gg \tau_0$ реализуется при $l \gtrsim 1000$ Å. При этом пластины можно рассматривать как идеально проводящие, и сила взаимодействия между ними, приходящаяся на единицу площади соприкосновения, описывается известным результатом Казимира

$$f_S(l) = -\pi^2 c\hbar/240 l^4. \qquad (1)$$

В рамках приближения идеальной проводимости формула (1) описывает также и силу притяжения между тонкими слоями металла. Это обстоятельство часто используется в литературе, где для упрощения описания эффекта Казимира рассматриваются сколь угодно тонкие идеально проводящие слои /1, 2/.

Ниже показано, что приближение идеальной проводимости и выражение (1) применимы к тонким слоям металла в области достаточно больших расстояний лишь при выполнении дополнительного условия

$$\sigma a \gg c/2\pi, \qquad (2)$$

где σ – проводимость, a – толщина слоев, c – скорость света. Отсюда для удельной проводимости вытекает условие $\rho \ll 2\cdot 10^{-5}$ Ом·см $(a/10^{-7}$ см$)$, где толщина слоя отнесена к значению 10 Å. В то время как сила Казимира (1) не зависит от конкретных свойств металла и в этом смысле универсальна, в случае $\sigma a \lesssim c/2\pi$ взаимодействие тонких слоев зависит от их проводимости (см. ниже (5)). Наконец, при условии $\sigma a \ll c/2\pi$ влияние запаздывания на силу притяжения металлических слоев оказывается пренебрежимо малым во всей области расстояний.

Ограничимся случаем двух одинаковых тонких слоев металла в вакууме. Влиянием температуры будем пренебрегать: $T \ll \min\{\hbar a\sigma/l,\ \hbar c/2\pi l\}$. Расстояние между слоями будем предполагать достаточно большим, удовлетворяющим условиям

$$(l/a)^{1/2} \gg 1, \quad l \gg 4\pi\sigma a/\nu. \qquad (3)$$

Здесь ν – частота столкновений. Кроме того, при выполнении неравенства $(l/a)^{1/2} \gg 2\pi\sigma\lambda/c$ (где λ – длина свободного пробега электронов в металле) можно пренебречь пространственной дисперсией, связанной с аномальным скин-эффектом в металлических слоях.

Неравенство $l \gg a$ обуславливает двумерный характер электромагнитных возбуждений в слоях в существенной для взаимодействия области длин волн (бóльших или порядка l). Этим объясняется важная роль низкочастотной области спектра во взаимодействии металлических слоев. В условиях (3) характерное время τ_0 связано с сильно затухающей коллективной модой двумерного типа и равно $l/2\pi\sigma a$. Существенное отличие от случая толстых металлических пластин состоит в том, что для тонких слоев металла время τ_0

зависит от расстояния l. Как и время распространения взаимодействия l/c, величина τ_0 здесь пропорциональна l. Отношение этих времен одинаково во всей области расстояний и описывается безразмерным параметром $2\pi\sigma a/c$. В случае (2) важен лишь один размерный параметр l/c, и тогда сила притяжения слоев описывается формулой Казимира (1). В общем случае во всей области расстояний l важны оба параметра τ_0 и l/c.

Последовательный расчет по формулам общей теории ван-дер-ваальсовых сил в условиях (3) приводит к следующему выражению для приходящейся на единицу площади силы притяжения:

$$f_S(l) = -\frac{c\hbar}{32\pi^2 l^4} \int_1^\infty \frac{dp}{p^2} \int_0^\infty x^3 dx \left\{ \left[\left(1 + \frac{cp}{2\pi a\sigma}\right)^2 e^x - 1 \right]^{-1} + \left[\left(1 + \frac{c}{2\pi a\sigma p}\right)^2 e^x - 1 \right]^{-1} \right\}. \tag{4}$$

Отсюда приближенно находим

$$f_S(l) \cong -\frac{3c\hbar}{8\pi^2 l^4} \left[1 - \frac{c}{2\pi a\sigma} \ln\left(1 + \frac{2\pi a\sigma}{c}\right) \right]. \tag{5}$$

В предельном случае (2) выражение (4) в точности (а выражение (5) приближенно) совпадает с (1). Если же реализуется условие $\sigma a \ll c/2\pi$, то из (5) получаем

$$f_S(l) \cong -3\hbar\sigma a/8\pi l^4. \tag{6}$$

При этом влияние запаздывания оказывается пренебрежимо малым. Соотношение (6) справедливо лишь в области достаточно больших расстояний (3), а в случае $a \ll l \ll 4\pi\sigma a/\nu$ и при пренебрежении запаздыванием взаимодействие тонких слоев металла описывается формулой Тана и Андерсона /3, 4/.

Приведем в заключение выражение для силы взаимодействия тонких слоев металла, обобщающее формулу (5) на случай разных слоев, находящихся в диэлектрической среде:

$$f_S(l) = -\frac{3c\hbar}{16\pi^2 \epsilon_0^{1/2} l^4} \left\{ 1 - \frac{c\epsilon_0^{1/2}(a\sigma_1 + b\sigma_2)}{4\pi ab\sigma_1\sigma_2} \ln\left[\left(1 + \frac{2\pi a\sigma_1}{c\epsilon_0^{1/2}}\right)\left(1 + \frac{2\pi b\sigma_2}{c\epsilon_0^{1/2}}\right) \right] + \right.$$
$$\left. + \frac{2\pi ab\sigma_1\sigma_2}{c\epsilon_0^{1/2}(a\sigma_1 - b\sigma_2)} \ln\left[\frac{a\sigma_1(c\epsilon_0^{1/2} + 2\pi b\sigma_2)}{b\sigma_2(c\epsilon_0^{1/2} + 2\pi a\sigma_1)} \right] - \frac{c\epsilon_0^{1/2}(a^2\sigma_1^2 + b^2\sigma_2^2)}{4\pi ab\sigma_1\sigma_2(a\sigma_1 - b\sigma_2)} \ln\left(\frac{c\epsilon_0^{1/2} + 2\pi b\sigma_2}{c\epsilon_0^{1/2} + 2\pi a\sigma_1} \right) \right\}. \tag{7}$$

Здесь σ_1, σ_2 и a, b – соответственно проводимость и толщина каждого из слоев, а ϵ_0 – статическое значе ние проницаемости диэлектрической среды.

Появление в (7) лишь статического значения проницаемости неполярной диэлектрической среды связано с уже упомянутой выше важной ролью низкочастотной области спектра в рассмотренной задаче.

ЛИТЕРАТУРА

1. Plunien G., Müller B., Greiner W. Phys. Rep., 134, 87 (1986).
2. Balian R., Duplantier B. Ann. Phys. (N.Y.), 112, 165 (1987).
3. Tan S. L., Anderson P. W. Chem. Phys. Lett., 97, 23 (1983).
4. Бараш Ю. С. Письма в ЖЭТФ, 45, 294 (1987).

Поступила в редакцию 11 июля 1988 г.